

ВПЛИВ ХВИЛЬ РЕЛЕЯ НА ПРОЦЕС УДАРУ**Вступ**

Розширена локальна теорія співудару пружних тіл була розглянута у відомій роботі [1]. Запропонований М. О. Кільчевським в цій роботі спосіб уточнення теорії удару дозволяє взяти до уваги динамічні члени в рівняннях Ламе, до яких зводиться розв'язок динамічних задач теорії пружності.

В роботах [2], [3] було усунуто одне зі спрощуючих припущень класичної теорії Г. Герца. На відміну від моделі Г. Герца до розгляду вводились локальні сили інерції, що виникають при деформуванні пружного елемента, який входить в механічну модель згідно з теорією Г. Герца.

В подальших роботах [4], [5] розглянуто ще деякі уточнення локальної теорії динамічної взаємодії пружних тіл з урахуванням нелокальних динамічних ефектів, що супроводжують співудар.

Постановка задачі

Метою даної роботи є подальший розвиток локальної теорії деформування пружних тіл при їх прямому центральному співударі, зокрема, визначення залежності сили динамічної взаємодії P від місцевого стиснення α при наявності впливу на процес удару хвиль Релея за допомогою метода, запропонованого М. О. Кільчевським [1].

Динамічні рівняння при співударі пружних тіл

Будемо розглядати поверхневі хвилі, що виникають при співударі двох однакових тіл обертання. При відносно малих швидкостях зближення тіл в зонах їх динамічного контакту зароджуються хвилі Релея різних частот [6].

Застосовуючи перетворення Лапласа–Карсона до основних рівнянь динамічної контактної задачі, знаходимо співвідношення між силою P та місцевим стисненням α при наявності хвиль Релея. Це співвідношення має вигляд

$$\alpha_R = k(1 - \delta \cos \omega t)^{\frac{1}{2}} P_R^{\frac{2}{3}}. \quad (1)$$

Тут ω – частота хвиль Релея, δ – безрозмірний параметр, що з'єднує амплітуди хвиль Релея, показники їх згасання, хвильове число.

Згідно з теорією Г.Герца при досить малих швидкостях зближення залежність між α і P має вигляд

$$\alpha_H = kP_H^{\frac{2}{3}}. \quad (2)$$

Якщо перейти до безрозмірного часу τ , скориставшись підстановкою

$$t = \tau \frac{m^{\frac{2}{5}} k^{\frac{3}{5}}}{V_0^{\frac{1}{5}}}, \quad (3)$$

то вирази (1) і (2) набувають вигляду

$$f_R(\tau) = (1 - \delta \cos \Omega \tau)^{\frac{1}{2}} \varphi_R^{\frac{3}{2}}. \quad (4)$$

$$f_H(\tau) = \varphi_H^{\frac{3}{2}}(\tau). \quad (5)$$

Уточнена формула, що визначає силу P динамічної взаємодії між тілами, має вигляд:

$$\begin{aligned} P = & \left(\frac{mv_0^2}{k} \right)^{\frac{3}{5}} \left\{ \frac{2^2}{3\sqrt{\pi}} (1 + 2\delta + 3\delta^2) \tau^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{2 \cdot 4!} (1 + 4\delta + 10\delta^2) \tau^4 + \right. \\ & + \frac{2^6}{11! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^4 (2 + 9\delta) \tau^{\frac{11}{2}} + \frac{1}{5!} \delta \Omega^2 (1 + 5\delta) \tau^6 + \frac{21 \cdot 2^4}{13! \sqrt{\pi}} (1 + 6\delta + 21\delta^2) \tau^{\frac{13}{2}} - \\ & - \frac{2^9}{15! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^6 (1 + 6\delta) \tau^{\frac{15}{2}} - \frac{3}{8!} \delta \Omega^4 (2 + 15\delta) \tau^8 - \frac{21 \cdot 3 \cdot 2^7}{17! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^2 (1 + 7\delta) \tau^{\frac{17}{2}} - \\ & - \frac{5}{9!} (1 + 8\delta + 36\delta^2) \tau^9 + \frac{2^{10}}{19! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^8 (2 + 15\delta) \tau^{\frac{19}{2}} - \frac{6}{10!} \delta \Omega^6 (1 + 10\delta) \tau^{10} + \\ & + \frac{63 \cdot 2^8}{21! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^4 (1 + 21\delta) \tau^{\frac{21}{2}} + \frac{40}{11!} \delta \Omega^2 (1 + 9\delta) \tau^{11} + \\ & + \frac{2^{12}}{23! \sqrt{\pi}} \delta \left[2 \left(\frac{5 \cdot 1287}{2^7} + \Omega^{10} \right) + \delta \left(\frac{56 \cdot 1287}{2^7} - 18\Omega^{10} \right) \right] \tau^{\frac{23}{2}} - \\ & - \frac{3}{12!} \delta \Omega^8 (2 + 25\delta) \tau^{12} - \frac{63 \cdot 2^{11}}{25! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^6 (1 + 14\delta) \tau^{\frac{25}{2}} - \frac{20}{13!} \delta \Omega^4 (2 + 27\delta) \tau^{13} + \\ & + \frac{2^{14}}{27! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^2 \left[2 \left(\Omega^{10} - \frac{5 \cdot 1287}{2^7} + \right) + \delta \Omega \left(21\Omega^{10} - \frac{55 \cdot 1287}{2^6} \right) \right] \tau^{\frac{27}{2}} + \\ & \left. + \frac{3 \cdot 2}{14!} \delta \left[(\Omega^{10} - 42) + 3\delta(5\Omega^2 - 91) - 7 \right] \tau^{14} + \frac{63 \cdot 2^{15}}{16 \cdot 9! \sqrt{\pi}} \delta \Omega^8 (2 + 35\delta) \tau^{\frac{29}{2}} + \dots \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

Залежність (6) і рівняння (1) дозволяють знайти місцеве стиснення $\alpha_R(\tau)$. Як було показано [6], при співударі виникає спектр частот поверхневих хвиль. Якщо взяти до уваги лише хвилі найнижчої частоти, оскільки саме вони мають найбільший вплив на процес удару, то для випадку $\Omega \approx 1,81$ і $\delta \approx 0,23$ [1] можна визначити значення тривалості удару τ_{\max} і коефіцієнта відновлення ε :

$$\tau_{\max} \approx 2,79; \quad \varepsilon \approx 0,57.$$

Висновки

Знайдені результати мають, головним чином, якісне значення, оскільки базуються на наближених залежностях, показаних вище.

Внесення уточнень в ці залежності може змінити кількісний опис розглянутого явища.

Список використаної літератури

1. *Кильчевский Н. А.* Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар / Н. А. Кильчевский // К., Наукова думка, 1976, с. 148-167.
2. *Кильчевский Н. А.* К теории соударений упругих тел / Н. А. Кильчевский, Л. М. Шальда // Изв. АН СССР, Механика твердого тела, № 6, 1973, с. 1099-1103.
3. *Кильчевский Н. А.* Влияние локальных сил инерции на процесс соударения упругих тел. / Н. А. Кильчевский, Д. И. Ильчишина, С. С. Ковтун // Прикладная механика, т. XI, вып. 4, 1975, с. 104-106.
4. *Ильчишина Д. И.* Вплив властивостей поверхонь тіл при співударі на характеристики хвиль Релея, викликаних ударом. / О. М. Іванова, Д. І. Ільчишина // Інформаційні системи, механіка та керування №8, 2012, с. 108-111.
5. *Ильчишина Д. И.* Про напруження, викликані хвилями Релея, при співударі пружних тіл. / Д. І. Ільчишина // Механіка гіроскопічних систем вип. 26, 2013, с. 75-80.
6. *Кильчевский Н. А.* О поверхностных волнах, возникающих при соударении упругих тел. / Н. А. Кильчевский, Д. И. Ильчишина // Прикладная механика, т. V, №7, 1969 г., с. 4-7.