

УДК 681.2.084

**С. В. Іванов, Б. В. Воловик, І. С. Слабухін**

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛІ ВЗАЄМОВПЛИВУ  
ВІБРОПІДВІСІВ ЛАЗЕРНИХ ГІРОСКОПІВ В БЛОЦІ ЧУТЛИВИХ  
ЕЛЕМЕНТІВ БІНС**

**Вступ**

Проблемі зменшення зони нечутливості до малих кутових швидкостей в одноосному лазерному гіроскопі (ЛГ), яка викликана синхронізацією фаз зустрічних променів, присвячена значна кількість патентів та публікацій. Існує багато розробок, що стосуються побудови механічної частотної підставки, а також методів керування вібропідвісом (ВП) одноосного ЛГ [1, 2]. Втім, зовсім не багато публікацій присвячено комбінуванню трьох ЛГ в один блок чутливих елементів (БЧЕ) і,

відповідно, механічним процесам, які виникають при функціонуванні такого блоку. Поміж інших робіт слід виділити наступні [3, 4, 5].

Найбільш повне дослідження було проведено в [5]. Автором досліджені не лише внутрішні динамічні збурення, викликані взаємовпливами ВП, а й зовнішні – прикладені до основи блоку. Також досліджені похибки, які мають місце при деформаціях рами, але орієнтованість автора на жорстке монтування БЧЕ на об'єкт стало причиною недостатнього дослідження поведінки похибок вимірювання при використанні системи амортизації блоку. Окрім того, розглядувана консольна рама БЧЕ для установки ЛГ далека від реальних конструкцій, які в більшості своїй представляють куб.

З аналітичного огляду літератури можна стверджувати, що проблема взаємного впливу ВП ЛГ досліджена недостатньо і її вирішення дозволяє підвищити точність блоку чутливих елементів, що є актуальним завданням. Ефективне дослідження процесів, що відбуваються в БЧЕ при одночасній роботі трьох вібропідвісів лазерних гіроскопів, потребує створення математичної моделі БЧЕ.

### **Постановка задачі**

Метою даної роботи є розробка математичної моделі кутових переміщень моноблоків лазерних гіроскопів БНС, викликаних взаємовпливом їх вібропідвісів, та ідентифікація параметрів даної моделі.

### **Створення моделі руху вібропідвісів лазерних гіроскопів в блоці чутливих елементів**

Першим кроком для створення згаданої математичної моделі є визначення переміщень відносно системи координат, зв'язаної з носієм. Оскільки датчики відносної кутової швидкості вимірюють кутову швидкість переміщення моноблока ЛГ відносно його корпусу, то вони ніяк не враховують деформацію рами БЧЕ та її вібрації. Внаслідок цього було зроблено модель блоку чутливих елементів типу «стілець» [3] за допомогою *ANSYS*, з використанням числових методів розв'язання задач динаміки твердих тіл [6]. Характерною особливістю конструкції БЧЕ типу «стілець» є розміщення діагонально чотирьох амортизаторів для кріплення його на борту носія (рис. 1).

Систему координат (СК)  $OXYZ$ , зв'язану з носієм, показано на рис. 1. В наведених нижче викладках кутові та лінійні переміщення досліджуваних елементів БНС виражено в цій СК, якщо не вказано інше.

Для визначення кутових переміщень моноблоків ЛГ зв'яжемо з цими моноблоками СК, осі яких паралельні відповідним осям СК  $OXYZ$  (рис. 2).

Оскільки ситал, з якого виготовлені моноблоки ЛГ, має більшу жорсткість, ніж решта складових БЧЕ, вважатимемо моноблок недеформованим.

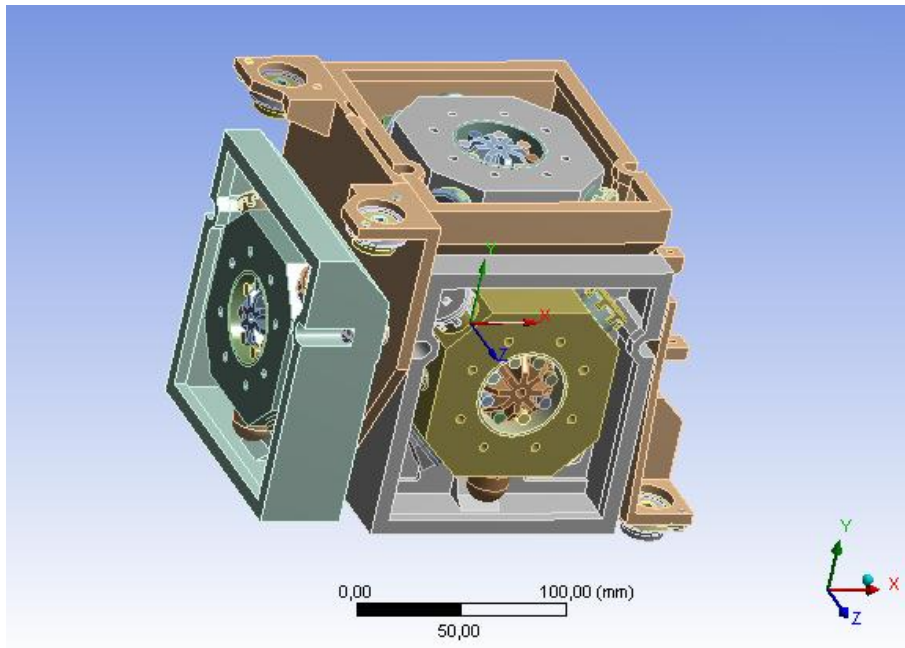


Рис. 1. Модель БЧЕ БІНС в середовищі ANSYS

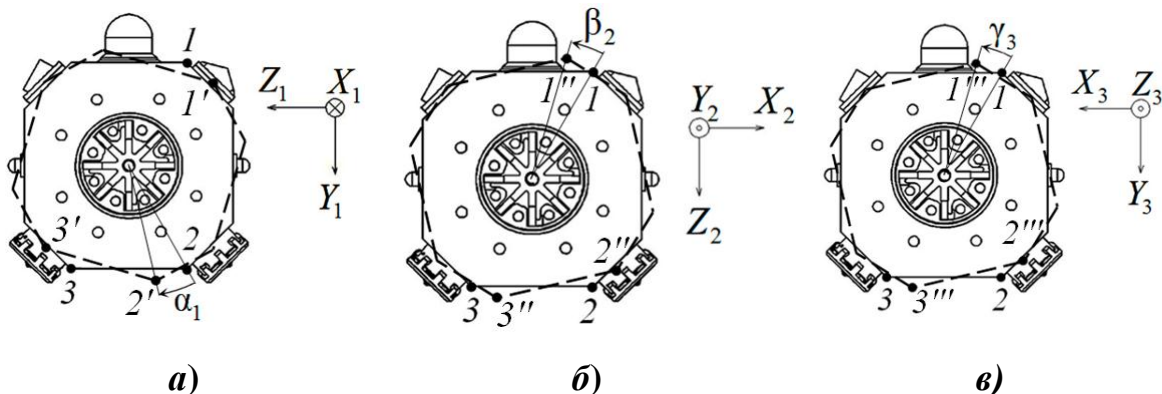


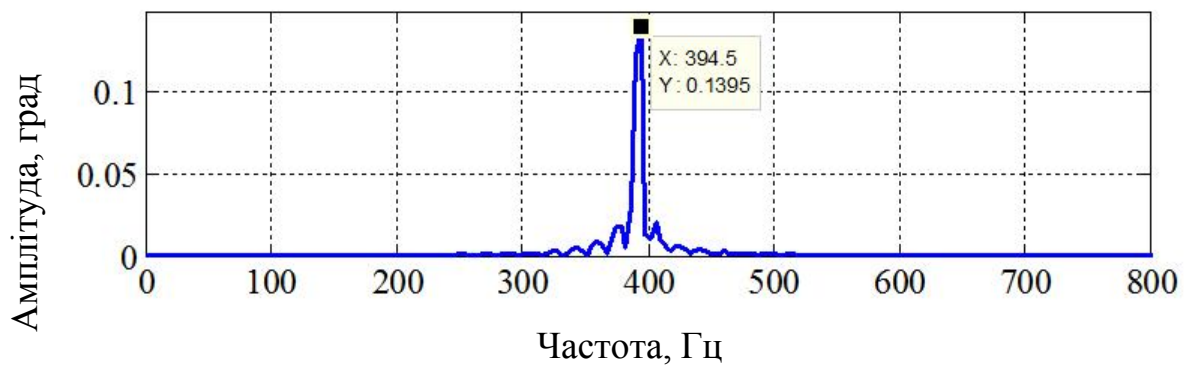
Рис. 2. Розміщення лазерних гіроскопів відносно СК  $O_i X_i Y_i Z_i$ :

- а) ЛГ з частотою коливань 394 Гц;
- б) ЛГ з частотою коливань 406 Гц;
- в) ЛГ з частотою коливань 414 Гц

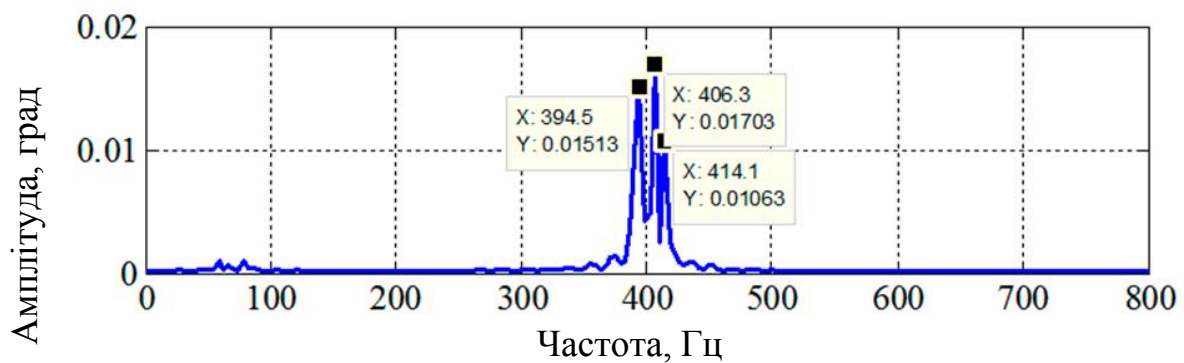
На рис. 2 через  $\alpha_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma_3$  позначені кутові зміщення моноблоків ЛГ відносно осей чутливості, згідно з додатнім напрямком крутного моменту. Аналогічно кутові зміщення розглядаються і відносно осей, ортогональних до осей чутливості кожного ЛГ. Коливання ВП ЛГ збуджують на резонансній частоті [3]; резонансні частоти ВП відносно осей чутливості гіроскопів, розглянутих у даній роботі, складають 394.5 Гц відносно осі  $OX$ , 406.3 Гц – відносно  $OY$  і 414.1 Гц – відносно  $OZ$ .

## Системи та процеси керування

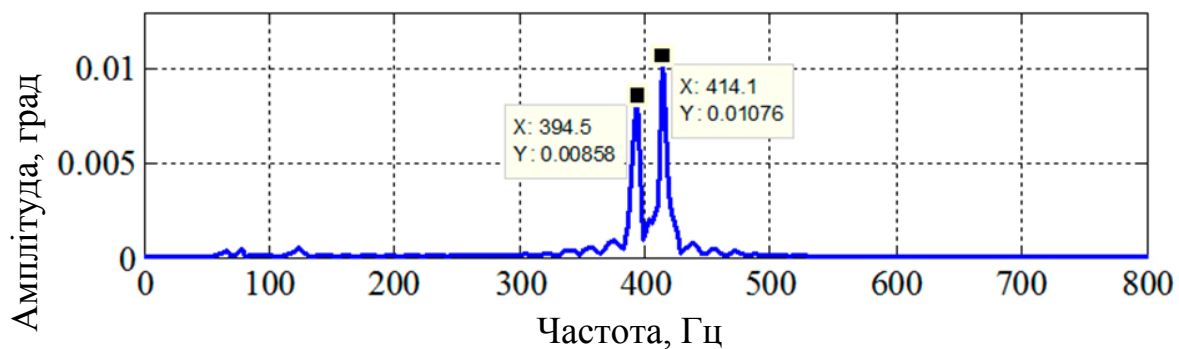
Для визначення переміщень моноблоків було проведено моделювання роботи системи в *ANSYS* в штатному режимі, з прикладеними до осей моноблоків ЛГ моментами на частотах, близьких до резонансних.



а)



б)



в)

Рис. 3. Графіки спектральних щільностей для ЛГ, що коливається з частотою 394 Гц: а) вісь вимірювання  $OX_1$ ; б) вісь  $OY_1$ ; в) вісь  $OZ_1$

На рис. 3 показано графіки оцінки спектральних щільностей кутових переміщень моноблока ЛГ з частотою збудження ВП 394.5 Гц, отримані в результаті моделювання. Величини значимих амплітуд спектрів кутової вібрації моноблоків ЛГ на частотах збудження ВП для двох інших гіроскопів зведено в табл.

Значення амплітуд спектрів кутової вібрації моноблоків ЛГ на частотах збудження ВП

Гіроскоп, що розглядається	Вісь	Амплітуда спектру, град., на частоті збудження ВП ЛГ		
		394 Гц	406 Гц	414 Гц
ЛГ 406 Гц	$OX_2$	0,017	0,01	0,006
	$OY_2$	не більше 0,02	0,12	не більше 0,02
	$OZ_2$	0,008	не більше 0,025	0,009
ЛГ 414 Гц	$OX_3$	0,01	0,007	0,004
	$OY_3$	0,015	0,006	0,004
	$OZ_3$	не більше 0,01	не більше 0,025	0,1

Як видно з рис. 3 та табл., на роботу кожного ЛГ впливають коливання на частотах, на яких працюють ВП ортогонально розміщених ЛГ. В цілому, амплітуди цих «паразитних» коливань при поширенні через конструкцію кубу зменшуються на порядок, але все ще залишаються достатньо великими, щоб спричинити перекося площини резонатора та викликати кінематичну похибку [5]. Як результат, відбуваються коливання осей чутливості кожного ЛГ відносно осей вимірювання БЧЕ.

Математичне співвідношення вихідних кутових переміщень кожного з моноблоків та керуючих моментів ВП представимо наступним чином:

$$A^{<i>} = C^{<i>} \cdot M, \quad i = 1..3, \quad (1)$$

де при  $i = 1$  розглядається ЛГ з частотою коливань 394 Гц; при  $i = 2$  – ЛГ з частотою коливань 406 Гц; при  $i = 3$  – ЛГ з частотою коливань 414 Гц;  $A^{<i>} = [\alpha_i \quad \beta_i \quad \gamma_i]^T$  – вектор-стовпчик кутових переміщень  $i$ -го моноблоку відносно осей  $OX_i, OY_i, OZ_i$  зв'язаної СК, відповідно (вектор виходу);  $C^{<i>}$  – оператор  $i$ -го моноблоку (матриця взаємовпливу  $3 \times 3$ );  $M = [M_1 \quad M_2 \quad M_3]$  – вектор-стовпчик керуючих моментів кожного з трьох ВП (вхідний вектор), де  $M_1$  – момент ВП ЛГ з частотою коливань 394 Гц,  $M_2$  – момент ВП ЛГ з частотою 406 Гц,  $M_3$  – момент ВП ЛГ з частотою коливань 414 Гц.

Розпишемо співвідношення (1) як:

$$\begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\alpha_1}^{<i>} & c_{\alpha_2}^{<i>} & c_{\alpha_3}^{<i>} \\ c_{\beta_1}^{<i>} & c_{\beta_2}^{<i>} & c_{\beta_3}^{<i>} \\ c_{\gamma_1}^{<i>} & c_{\gamma_2}^{<i>} & c_{\gamma_3}^{<i>} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix}, \quad i = 1..3, \quad (2)$$

де кожен елемент  $c_{jk}^{<i>}$  ( $i=1..3; j=\alpha, \beta, \gamma; k=1..3$ ) матриці  $C^{<i>}$  являє собою залежність кутового переміщення моноблоку  $i$ -го гіроскопа навколо  $j$ -ї осі ( $j=\alpha, \beta, \gamma$ ) зв'язаної СК від  $k$ -го моменту ( $k=1..3$ ).

Враховуючи мализну деформацій при моделюванні роботи БЧЕ лише з одним працюючим ВП, можна використати принцип суперпозиції для отримання сумарних кутових переміщень від впливу всіх трьох моментів ВП.

Знайшовши всі елементи матриць  $C^{<i>}$  можна отримати модель, котра в подальшому дозволить досліджувати вплив роботи вібропідвісів на точність всього блоку. В цьому випадку важливим питанням є вибір математичної структури кожного елемента матриці  $C^{<i>}$ .

БЧЕ – це багатоконпонентна механічна система, тобто кожен елемент являє собою певну динамічну ланку зі своєю передатною функцією (ПФ). Тому за своєю суттю матриця  $C^{<i>}$  являє собою матрицю передатних функцій  $c_{jk}^{<i>}(s)$ , де  $s$  – комплексна змінна перетворення Лапласа. Ідентифікацію цих передатних функцій проведено нижче.

### Ідентифікація передатних функцій – складових елементів матриць взаємовпливу вібропідвісів лазерних гіроскопів

Будемо шукати елементи матриці  $C^{<i>}$  у такій формі:

$$c_{jk}^{<i>}(s) = \frac{\sum_{r=0}^n a_r \cdot s^r}{\sum_{q=0}^m b_q \cdot s^q}, \quad (3)$$

де  $a_r$  ( $r=0..n$ ) і  $b_q$  ( $q=0..m$ ) – коефіцієнти, відповідно, чисельника і знаменника ПФ  $c_{jk}^{<i>}(s)$  ( $i=1..3; j=\alpha, \beta, \gamma; k=1..3$ ).

Представимо БЧЕ як «чорний ящик», тоді, згідно з [7], ідентифікацію ПФ можна провести за допомогою аналізу перехідного процесу, при цьому входом є одиничний ступінчатий сигнал.

Для ідентифікації передатної функції застосуємо аналіз перехідного процесу (реакції на одиничний стрибок моменту), тоді:

$$c_{jk}^{<i>}(s) = sY(s). \quad (4)$$

де  $s$  – комплексна змінна перетворення Лапласа,  $Y$  – зображення Лапласа вихідного сигналу – реакції системи на одиничний стрибок моменту.

При ідентифікації передатних функцій першим кроком є вибір порядку поліномів їх чисельника  $n$  і знаменника  $m$ . Оскільки, конструкція

БЧЕ являє собою набір пружнодеформованих тіл, то будемо вважати, що кожен елемент матриці взаємовпливу  $C^{<i>}$  є набором коливальних ланок. В ході ідентифікації було встановлено, що в конструкції БЧЕ присутні дев'ять власних частот, де три – це власні частоти вібропідвісів ЛГ, а решта – власні частоти інших елементів конструкції. Для детальнішого пояснення введемо наступні поняття: 1) ПФ прямого впливу – передатна функція  $c_{jk}^{<i>}(s)$  матриці  $C^{<i>}$ , яка характеризує кутові коливання відносно осі з включеним ВП, тобто це ПФ  $c_{\alpha_1}^{<1>}(s)$ ,  $c_{\beta_2}^{<2>}(s)$ ,  $c_{\gamma_3}^{<3>}(s)$ ; 2) ПФ перехресного впливу – решта елементів матриці  $C^{<i>}$ . Кожна ПФ прямого впливу в матриці  $C^{<i>}$  буде мати знаменник десятого порядку, що відповідає п'яти послідовно з'єднаним коливальним ланкам, а ПФ перехресного впливу – знаменник чотирнадцятого порядку. Також помічено, що межа подібності фазових характеристик зміщується в бік зростання частоти при збільшенні порядку чисельника, а, оскільки, найвищою частотою, яка має вплив на роботу БЧЕ є 414 Гц, то вище цієї частоти намагатися підігнати фазові характеристики недоцільно. Внаслідок цього в ПФ прямого впливу порядок чисельника і знаменника буде рівним 11, а в ПФ перехресного впливу чисельник буде максимум 14-го порядку.

Наступним кроком є ідентифікація коефіцієнтів чисельника і знаменника ПФ, яка здійснюється за допомогою сучасних прикладних програм з використанням методів інструментальних змінних, фільтрів змінних стану (state variable filters) та їх комбінації [8]. Програма перебирає всі ці методи і вибирає метод, що забезпечує найменше значення норми похибки моделювання [9].

Отримана математична модель кутових переміщень моноблоків лазерних гіроскопів БІНС має вид:

$$\begin{aligned}\alpha_i(s) &= c_{\alpha_1}^{<i>}(s) \cdot M_1(s) + c_{\alpha_2}^{<i>}(s) \cdot M_2(s) + c_{\alpha_3}^{<i>}(s) \cdot M_3(s) \\ \beta_i(s) &= c_{\beta_1}^{<i>}(s) \cdot M_1(s) + c_{\beta_2}^{<i>}(s) \cdot M_2(s) + c_{\beta_3}^{<i>}(s) \cdot M_3(s), \quad i=1..3, \quad (5) \\ \gamma_i(s) &= c_{\gamma_1}^{<i>}(s) \cdot M_1(s) + c_{\gamma_2}^{<i>}(s) \cdot M_2(s) + c_{\gamma_3}^{<i>}(s) \cdot M_3(s)\end{aligned}$$

де  $\alpha_i(s)$ ,  $\beta_i(s)$ ,  $\gamma_i(s)$  - зображення по Лапласу кутових переміщень  $i$ -го ЛГ відносно осей  $OX_i$ ,  $OY_i$ ,  $OZ_i$  зв'язаної СК.

Для перевірки адекватності ідентифікованої моделі БЧЕ розрахунковій моделі ANSYS було проведено моделювання коливань за допомогою ідентифікованої математичної моделі. Слід зауважити, що в цьому випадку час моделювання зменшився від декількох десятків годин до 20-30 секунд.

На рис. 4 зображено графіки спектральних щільностей для ЛГ з моментом ВП 394 Гц, котрі побудовані по результатам моделювання розробленої моделі БЧЕ.

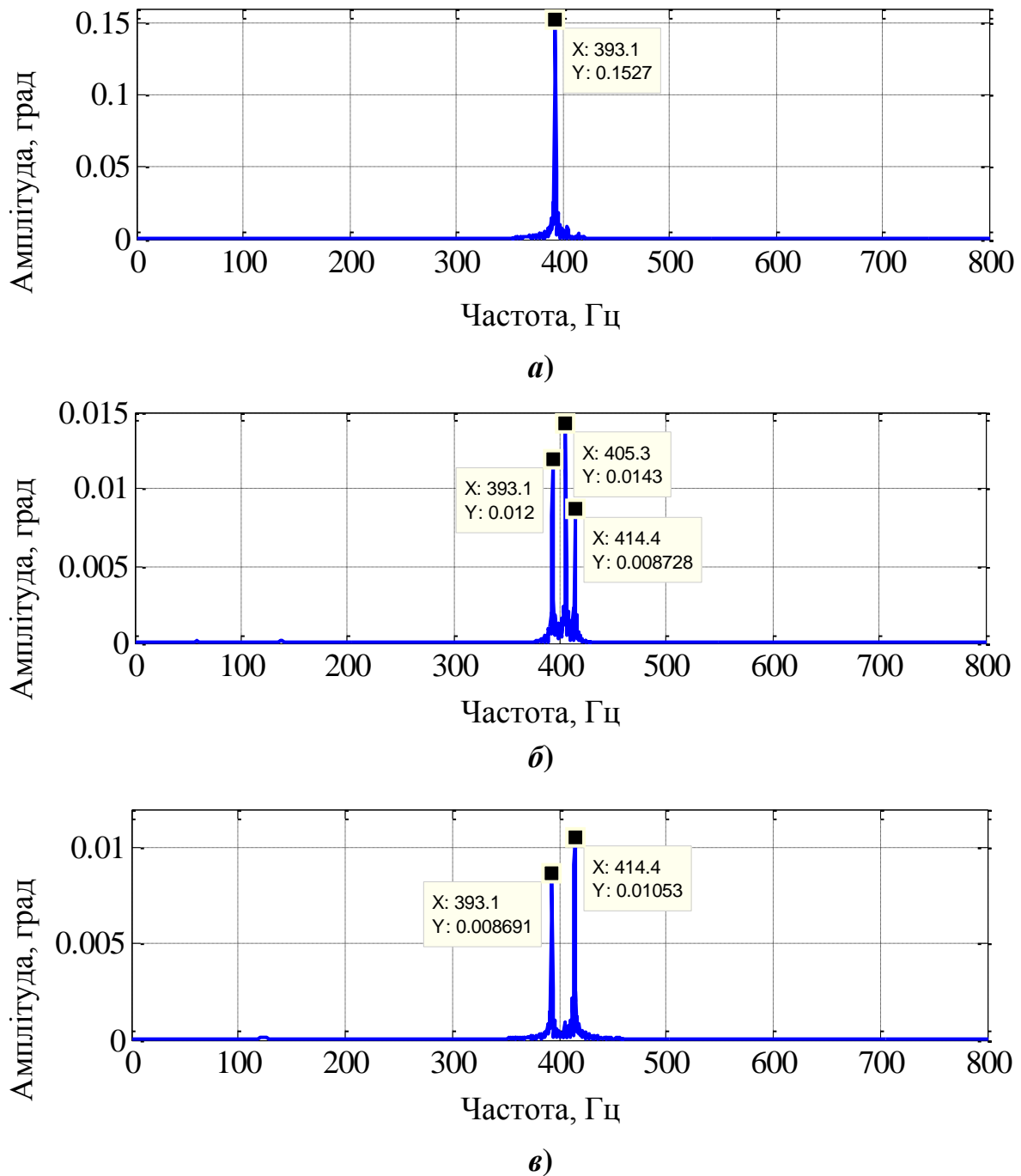


Рис. 4. Графіки спектральних щільностей для ЛГ, що коливається з частотою 394 Гц, отримані за допомогою математичної моделі БЧЕ: *а)* вісь вимірювання  $OX_1$ ; *б)* вісь  $OY_1$ ; *в)* вісь  $OZ_1$



Порівнюючи рис. 3 і рис. 4, можна сказати, що якісно графіки цих спектральних щільностей співпадають. Кількісна ж відмінність для осі чутливості ЛГ складає не більше 10% та викликана як похибками при ідентифікації, так і похибками дискретизації при побудові спектру. Таким чином, можна стверджувати, що розроблена математична модель БЧЕ є адекватною моделі в середовищі ANSYS і дозволяє при подальших експериментах замінити її.

### **Висновки**

Отримано математичну модель переміщень, які відбуваються в блоці чутливих елементів БНС через взаємовплив вібропідвісів трьох лазерних гіроскопів та проведено ідентифікацію параметрів даної моделі.

Застосований підхід дозволив створити аналітичну модель, що описує внутрішні коливальні процеси та окремо досліджувати кожен з них як причину погіршення точності роботи БЧЕ через вплив на роботу ЛГ.

Отримана модель значно зменшує затрати часу на моделювання, що в подальшому дозволить значно полегшити дослідження роботи БНС при варіюванні її параметрів, в тому числі параметрів рами та керуючого сигналу ВП, а також розробити ефективне керування для мінімізації похибок, викликаних взаємовпливом вібропідвісів лазерних гіроскопів.

Подальші дослідження буде спрямовано на розробку і вдосконалення методу компенсації похибок вимірювання БЧЕ, викликаних взаємодією ВП.

### **Список використаної літератури**

1. *Енин В. Н.* Погрешности лазерного гироскопа при различных схемах возбуждения виброподставки с «ошумлением» // Инженерный вестник : электронный научно-технический журнал [Электронный ресурс] / В. Н. Енин , М. Б. Людомирский, В. И. Санеев ; Моск. гос. техн. ун-т им. Н.Э. Баумана. — М., 2013. — № 12. — С. 599-612. — Режим доступа: <http://engbul.bmstu.ru/doc/622102.html>
2. *Kedong Wang, Lei Yan, Qitai Gu.* The influence of noise on output of Ring Laser Gyroscope // Sensors and Actuators. — 2005. — А 119. — pp. 75-83. — <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424704006533>
3. *Леонец А. А.* Результаты исследований взаимного влияния виброподвесов лазерных гироскопов в бесплатформенных инерциальных навигационных системах [Электронный ресурс] / А. А. Леонец. — Режим доступа: [http://www.ins-gps-team.com.ua/publications.files/publication\\_7\\_R.html](http://www.ins-gps-team.com.ua/publications.files/publication_7_R.html)
4. *Gangli Chen, Xiaoting Rui, Fufeng Yang, Jianshu Zhang, Qinbo Zhou.* Study on the Dynamics of Laser Gyro Strapdown Inertial Measurement Unit Sys-

- 
- tem Based on Transfer Matrix Method for Multibody System // Hindawi Publishing Corporation Advances in Mechanical Engineering. — 2013. — Vol. 2013. — pp. 242-250. — <http://www.hindawi.com/journals/ame/2013/854583/>
5. *Кветкин Г. А.* Инструментальные погрешности измерительного блока на базе триады лазерных гироскопов при динамических возмущениях: дис. канд. техн. наук : 05.11.03 [Текст] / Г. А. Кветкин ; Моск. гос. техн. ун-т им. Н. Э. Баумана. — М., 2011. — 208 с.
  6. *Бруяка В. А.* Инженерный анализ в ANSYS Workbench : учебн. пособ. [Электронный ресурс] / В. А. Бруяка, В. Г. Фокин, Н. А. Солдусова [и др.]. — Самара : Самар. гос. техн. ун-т, 2010. — 271 с. : ил. — Режим доступа: [http://mmm\\_samgu.ssu.samara.ru/polyakov/ansys/posob\\_ansys.pdf](http://mmm_samgu.ssu.samara.ru/polyakov/ansys/posob_ansys.pdf)
  7. *Грон Д.* Методы идентификации системы: Пер. с англ. [Текст]. — М.: Мир, 1979. — 304 с.
  8. *Дьяконов В. П., Круглов В. В.* MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник [Текст] // СПб.: Питер, 2001. — 480 с.
  9. *Ljung L.* Experiments With Identification of Continuous-Time Models // Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification. — 2009. — P. 9. — <http://www.control.isy.liu.se/research/reports/2009/2907.pdf>