

УДК 629.7.02

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771502025>

М. Є. Тур, бакалавр, Конотоп Д. І., к.т.н.

ВИЗНАЧЕННЯ КРИТИЧНОЇ ШВИДКОСТІ ТА МЕХАНІЗМУ ДЕГРАДАЦІЇ ПРОПЕЛЕРНИХ СИСТЕМ БПЛА

Ua

Безпілотні літальні апарати (БПЛА) стають критичним елементом сучасної логістики, промислового моніторингу та спеціальних застосувань. Традиційні мультикоптерні БПЛА з відкритими пропелерами ефективні до 50-70 км/год, однак, при підвищенні швидкості виникають критичні проблеми. При високих обертах пропелера на кінцях лопатей досягаються швидкості близькі до звукових (0,4-0,8 Ма), що призводить до падіння ККД до 50-60% та утворення шумів 100-120дБ.

Стаття присвячена комплексному дослідженню відкритих та закритих пропелерних систем для високошвидкісних БПЛА, розрахованих на роботу у діапазоні швидкостей 0-300 км/год. На прикладі пропелерної системи з гвинтом APC 7x11E при частоті обертання 25000 об/хв розглянуто 5 швидкісних режимів для закритого та відкритого типів систем. Проведено розрахунки та CFD аналіз, результати яких представлені. Підтверджена модель CFD показала, що у випадку закритої конфігурації має місце деградація, що викликана не пропелером, а обтічником, який створює значний лобовий опір. Результати вказують на необхідність змінної геометрії або багатолопатевої конфігурації для отримання ефективності при швидкості вищій за 200 км/год. Визначено оптимальний діапазон застосування систем та розроблено інженерні рекомендації щодо вибору типу пропелерної групи залежно від крейсерської швидкості БПЛА.

En

Unmanned aerial vehicles are becoming a critical element of modern logistics, industrial monitoring, and special applications. Modern requirements call for the creation of UAVs capable of reaching cruising speeds of 200-300 km/h to ensure that tasks are completed in the shortest possible time. Traditional multicopter UAVs with open propellers are effective up to 50-70 km/h, but critical problems arise when speeds increase. At high propeller speeds, the tips of the blades reach speeds close to the speed of sound (Mach 0.4-0.8), which leads to a drop in efficiency to 50-60% and the generation of noise at 100-120 dB. The article is devoted to a comprehensive study of open and closed propeller systems for high-speed UAVs designed to operate in the speed range of 0-300 km/h. Using the example of a propeller system with an APC 7x11E propeller at a rotation speed of 25,000 rpm, five speed modes for closed and open types of systems are considered. Calculations and CFD analysis were performed, the results of which are presented in Table 4.1. The validated CFD model showed that in the case of a closed configuration, degradation occurs, caused not by the propeller, but by the fairing, which creates significant drag. The results indicate the need for variable geometry or multi-blade configurations for efficiency at speeds above 200 km/h. The optimal range of application of the systems was determined and engineering recommenda-

tions were developed for selecting the type of propeller group depending on the cruising speed of the UAV.

Вступ

Розвиток високошвидкісних безпілотних літальних апаратів (БПЛА) висуває нові вимоги до пропульсивних систем. Конфігурації з обтічниками теоретично забезпечують підвищену ефективність та безпеку, але їх поведінка під час швидкостей понад 200 км/год залишається недостатньо вивченою. Існуючі дослідження фокусуються переважно на режимах зависання та низьких швидкостях (до 100 км/год), залишаючи невизначеність у розумінні деградації ефективності на високих швидкостях польоту.

Закриті пропелерні системи БПЛА використовують обтічник для модифікації аеродинаміки пропелера через досягнення балансу між використанням наступних трьох основних ефектів:

1. Ефект дифузора: Обтічник створює область зниженого тиску на виході, що збільшує масову витрату повітря через диск пропелера. Згідно із теорією імпульсу для каналюваних роторів [1 – 3], оптимально спроєктований дифузор може забезпечити приріст тяги до 50% у статичних умовах у разі зависання. Цей ефект максимальний за нульової швидкості польоту, коли весь потік індукується пропелером.
2. Рециркуляція на кінцях лопатей: Обтічник блокує перетікання повітря із області високого тиску (нижня поверхня лопаті) у область низького тиску (верхня поверхня) на кінцях лопатей. Це зменшує індуктивні втрати та підвищує ефективний розмах лопаті, аналогічно до ефекту закінцівок крил на літаках.
3. Лобовий опір: Під час польоту обтічник створює лобовий опір (D), який зростає квадратично зі швидкістю (V): ($D \sim V^2$). Цей опір має дві складові: профільний опір циліндричного тіла (форм-фактор) та донний опір від вихрової доріжки за обтічником. У разі високих швидкостей динамічний тиск $q = 0,5 \times \rho \times V^2$ створює значну силу опору $D = C_D \times S \times q$, що може нівелювати переваги ефекту дифузора.

У роботі було розглянуто три швидкісні режими із урахуванням проведених наявних досліджень по кожному з них:

– *Низькошвидкісні режими* (швидкість до 100 км/год):

Антоніо Перейра у 2008 році провів експериментальні випробування закритих пропелерних систем для квадрокоптерів, фокусуючись на режимах зависання та низьких швидкостях до 20 м/с (~ 72 км/год). Виявлено приріст тяги 8-12 % у статичних умовах [4].

Дослідження Крюгера 2001 показують, що геометрія вхідної кромки обтічника критично впливає на ефективність у разі швидкості, меншій за 50 км/год, із оптимальним радіусом закруглення 15-20 % від діаметра [5].

– *Середньошвидкісні режими* (швидкість 100-150 км/год):

Престон Мартін та Че Тунг експериментально підтвердили деградацію під час швидкості, вищій за 50 м/с (~180 км/год), виявивши зменшення ефективності закритих систем [6]. Дж. Карлсон дослідив ефекти форми обтічника та їх вплив на режими потоку та продуктивність закритих систем [7].

– *Високошвидкісні режими* (швидкість вища за 200 км/год):

Систематичні дослідження у діапазоні 200-300 км/год практично відсутні в літературі. Джонатан Флемінг та Трой Джонс у дослідженні 2003 р. зазначили, що у разі швидкості, вищій за 200 км/год, лобовий опір стає домінуючим фактором, але не надали кількісної оцінки [8].

Більшість досліджень використовували 2-3 точки швидкості, що недостатньо для визначення точної критичної швидкості та характеру деградації. Чітка ідентифікація джерела втрат не була проведена.

Проведені наявні дослідження мають наступні недоліки:

1. Недостатня деталізація швидкісного діапазону: більшість досліджень використовують 2-3 точки швидкості, що не дозволяє виявити нелінійні ефекти та точки перегину у характеристиках.
2. Відсутність компонентного аналізу: немає систематичного аналізу розподілу втрат між пропелером та обтічником, що ускладнює ідентифікацію джерел деградації.
3. Обмежені дані для високих швидкостей: Діапазон швидкостей вищих за 200 км/год залишається практично недослідженим, особливо для малорозмірних систем (до 200 мм).
4. Відсутність практичних рекомендацій: Не визначено чіткі межі застосовності замкнених конфігурацій для різних типів місій (логістика, інспекція тощо).
5. Недостатня теоретична перевірка засобами обчислювальної гідродинаміки (CFD): Більшість CFD досліджень не супроводжуються аналітичними розрахунками для перевірки фізичної коректності результатів.

У результаті виявлених недоліків оглянутих наявних досліджень відкритих та закритих пропелерних систем для високошвидкісних БПЛА було поставлено задачу дослідження.

Постановка задачі

Визначити критичну швидкість та механізм деградації пропелерних систем БПЛА під час швидкостей 0 – 300 км/год після проведення порівняльного аналізу відкритих та закритих пропелерних систем високошвидкісних мультикоптерних БПЛА.

Проведення аналітичних розрахунків пропелерних систем БПЛА

Для фізичного пояснення відкритого та закритого типу пропелерних систем виконано аналітичні розрахунки ключових параметрів БПЛА:

Динамічний тиск: $q = \frac{\rho \times V^2}{2}$.

Динамічний тиск для досліджуваних швидкостей представлений у табл. 1.

Таблиця 1.

Динамічний тиск для досліджуваних швидкостей

V, км/год	50	100	150	200	250	300
V, м/с	13,89	27,78	41,67	55,56	69,44	83,33
q, Па	116	463	1042	1852	2894	4167

Лобовий опір обтічника: $D = C_D \times S \times q$,

де $S = \pi \times (r_1 - r_2)^2 = \pi \times (0,13 - 0,09)^2 \approx 0,005 \text{ м}^2$ (площа лобового перерізу),

$C_D \approx 0,4$ – для напівсфери круглою стороною до потоку.

У разі $V = 300 \text{ км/год}$: $D \approx 0,4 \times 0,005 \times 4167 \approx 8,37 \text{ Н}$.

Це узгоджується з результатом *CFD*: $T_{duct} = -10,8 \text{ Н}$, враховуючи що пропелер створює сприятливий градієнт тиску, частково компенсуючи опір.

Потужність:

Розрахунок потужності за моментом:

$$P = M \times \omega = \frac{M \times 2\pi \times H}{60},$$

де $H = 25000 \text{ RPM}$, $\omega = 2\pi \times 25000/60 = 2618 \text{ рад/с}$.

Приклад для $V=50 \text{ км/год}$ у закритій конфігурації:
 $P = 1,245 \times 2618 = 3259 \text{ Вт}$ (співпадає із *CFD*).

Число Рейнольдса:

Для діаметра пропелера $D = 0,178 \text{ м}$:

$$\text{Re} = \frac{\rho \times V \times D}{\mu} = \frac{1,2 \times V \times 0,178}{1,8 \times 10^{-5}}.$$

У разі $V=300 \text{ км/год}$ ($83,33 \text{ м/с}$): $\text{Re} \approx 1,0 \times 10^6$.

Це підтверджує повністю турбулентний режим обтікання ($\text{Re} > 10^5$).

Дискове навантаження:

Для площі диска:

$$A = \pi \times R^2 = \pi \times 0,089^2 = 0,0249 \text{ м}^2 \quad DL = \frac{T}{A}.$$

Для $V=50$ км/год, відкрита конфігурація:

$$DL = 31,88 / 0,0249 \approx 1280 \text{ Па} \approx 128 \text{ Н/м}^2.$$

Це відносно низьке дискове навантаження, типово для 2-лопатевих пропелерів. Збільшення кількості лопатей дозволить підвищити DL до 200-300 Н/м², покращуючи взаємодію з обтічником.

Критична швидкість

Лінійна інтерполяція між $V = 150$ км/год ($C_T = 1,040$) та $V = 200$ км/год ($C_T = 0,856$) дає:

$$V_{crit} = 161 \text{ км/год (де } C_T = 1,0).$$

На рис. 1 показано графіки залежності коефіцієнту корисної дії (ККД) та коефіцієнта тяги від швидкості БПЛА.

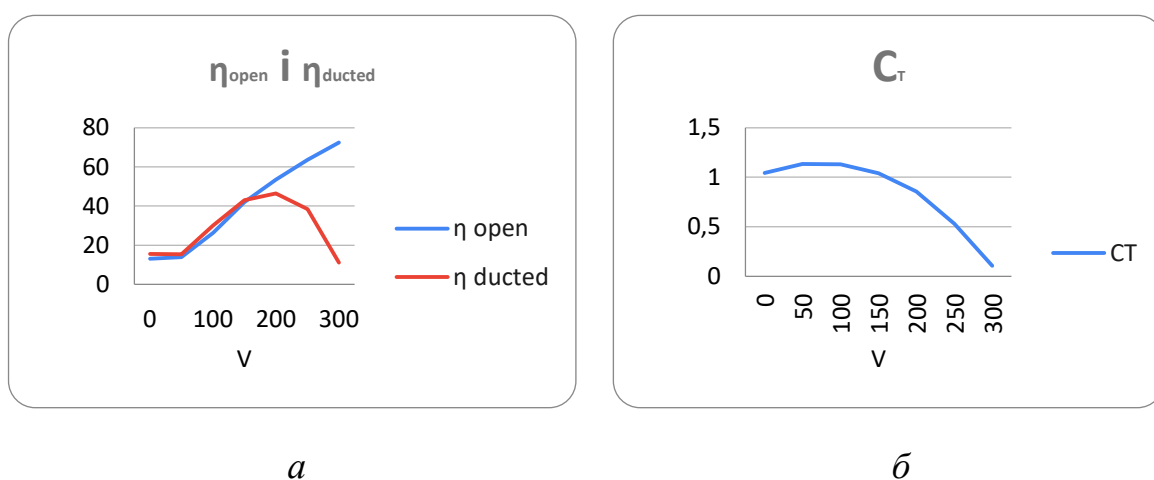


Рис. 1. Залежність ККД (а) та коефіцієнта тяги (б) від швидкості БПЛА

На графіках чітко видно тенденцію до зростання ККД закритих систем при швидкостях до 150 км/год з подальшою різкою деградацією.

Точка перетину ККД на графіку (рис. 1, а) демонструє критичну швидкість, близьку до 150 км/год, після якої ефект обтічника стає негативним. На рис. 1, б бачимо, що пік позитивного внеску обтічника відбувається, якщо швидкість у діапазоні 50-100 км/год.

Проведення обчислювальної гідродинаміки пропелерних систем БПЛА

Для розгляду відкритого та закритого типу пропелерних систем БПЛА було обрано пропелер APC 7x11E (177,8 мм діаметр, 279.4 мм крок). Цей пропелер є популярним для високошвидкісних БПЛА та за документацією виробника дозволяє зберігати ефективність навіть під час швидкості 420 км/год.

Для використання в інформаційній системі (ІС) обчислювальної гідродинаміки (*computational fluid dynamics, CFD*) було використано відтворену за допомогою 3D сканування *та SolidWorks* модель пропелера.

Симуляція проводилась у ІС *SolidWorks Flow Simulation 2025*.

Для симуляції обрані наступні параметри: тип аналізу: *External flow*; тип потоку: ламінарний та турбулентний; залежність від часу: увімкнено; режим симуляції обертання: *Sliding*; атмосферні умови: $T = 293,2 \text{ К}$; $P = 101325 \text{ Па}$; $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$; частота обертання пропелера: 25000 об/хв. Меш сітка: базова: 38x48x68 комірок; адаптивне згущення біля лопатей, налаштоване на максимальне збереження поверхонь із точністю до 0,5 мм; загальна кількість: 290126 комірок.

Зона симуляції була побудована симетрично навколо пропелера з параметрами: висота: 2 м, ширина: 1 м, довжина: 1 м; пропелер направлений вгору, включена дія гравітації; потік, набігаючий згори.

Для симуляції використовувались наступні значення швидкості набігаючого потоку (км/год): 0 – 50 – 100 – 150 – 200 – 250 – 300.

Були налаштовані наступні цілі симуляції:

- Глобальні (*Global goal*): *Force Z, Torque Z* (загальна система);
- Поверхневі (*Surface goal*): *Force Z* на лопатях (тяга пропелера).

Результати симуляцій представлені у табл. 2.

У результаті симуляції було виявлено:

- у разі $V=0 \text{ км/год}$: показник ефективності (*Figure of Merit*),

$$FM = \frac{T^{1,5}}{\sqrt{2} \times \rho \times A \times P}$$
замість η , оскільки класичний ККД за нульової швидкості дорівнює нулю.

Для $V>0 \text{ км/год}$: показано ефективність $\eta = \frac{T \times V}{P}$.

Таблиця 2.

Зведені результати CFD аналізу систем

V, км/год	Конфігурація системи	T, Н	P, Вт	η , %	C_T	$\Delta\eta$, %
0	Відкрита	30,25	3047,1	13,03	–	–
	Закрита	31,54	2728	15,5	1,043	+2,47
50	Відкрита	31,88	3183,5	13,91	–	–
	Закрита	36,1	3259,4	15,38	1,133	+1,48
100	Відкрита	30,59	3183,5	26,29	–	–
	Закрита	34,61	3188,7	30,15	1,131	+3,45
150	Відкрита	30,54	3031,6	41,98	–	–
	Закрита	31,77	3081,4	42,96	1,04	+0,98

V, км/год	Конфігурація системи	T, Н	P, Вт	η , %	C_T	$\Delta\eta$, %
200	Відкрита	29,07	3022	53,43	—	—
	Закрита	24,89	2981,9	46,38	0,856	-7,05
250	Відкрита	57,59	3012,4	63,59	—	—
	Закрита	14,56	2636,3	38,34	0,528	-25,2
300	Відкрита	26,11	3002,8	72,45	—	—
	Закрита	2,74	2073,4	11,03	0,105	-61,4

За результатами проведеної симуляції було виявлено:

- за $V=0$ км/год – Режим зависання: Початкова точка кривої деградації $C_T = 1,043$. При статичних умовах обтічник додає +6,19% до тяги пропелера (1,84 Н додаткової тяги за $T_{prop}=29,7$ Н). Показник ефективності зростає на +2,47 % відносно відкритого пропелера ($FM_{duct}=15,50$ % проти $FM_{open}=13,03$ %). Отриманий $C_T = 1,043$ нижчий за типові літературні значення ($C_T \approx 1,15-1,20$), що вказує на потенціал оптимізації геометрії обтічника, зокрема зазору між кінцем лопаті та обтічником й радіусом заокруглення вхідної частини. Цей режим критичний для VTOL місій (зліт, посадка, зависання).
- за $V=50 - 100$ км/год – Оптимальний діапазон (рис. 2):

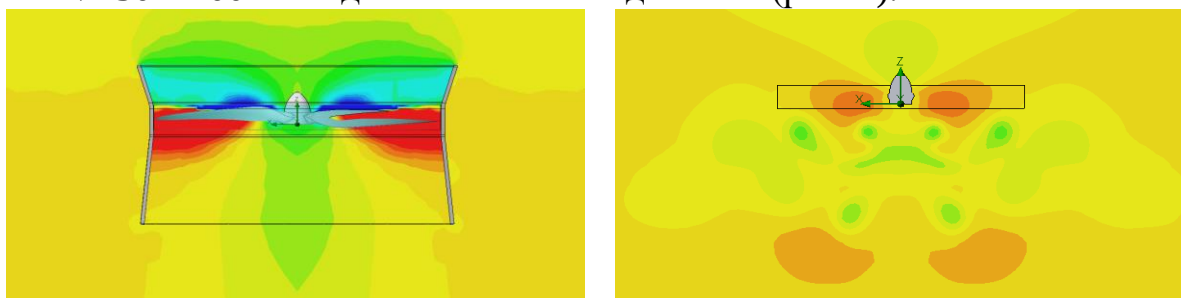


Рис. 2. Розподіл тиску, створюваного системами у разі швидкості 50 км/год

C_T зростає до максимальних значень 1,131 – 1,133, що на 8,6% вище ніж під час зависання. Приріст тяги складає +13,3 % ($V=50$ км/год) із приростом ККД +3,45%.

- за $V=100$ км/год обтічник додає +28 – 31 % до тяги пропелера, зберігаючи високу ефективність. Цей діапазон рекомендовано для БПЛА та патрульних місій, де крейсерські швидкості 70 - 90 км/год.
- за $V=150$ км/год – Точка перегину:
 C_T знижується до 1,040 (-8,2 % від максимуму), приріст ККД падає до +0,98 %. Обтічник додає +22 % до тяги пропелера, що на 9% менше ніж за $V=100$ км/год. Після цієї точки починається фаза прискореної деградації – швидкість зниження C_T зростає у 5,5 разів порівняно із діапазоном $V=50 - 150$ км/год. Це перехід між ефективністю та неефективністю закритої системи.

- за $V=200$ км/год – Критична зона:
 $C_T = 0,856$, перше значення нижче $C_T = 1,0$ – закрыта конфігурація стає менш ефективною ніж відкрита. Перше негативне $\Delta\eta = -7,05\%$. Внесок обтічника різко падає до $+1,7\%$ ($0,43$ Н), що вказує на домінування лобового опору над ефектом дифузора. За цієї швидкості динамічний тиск $q = 1852$ Па створює значний опір на обтічнику (рис. 3).

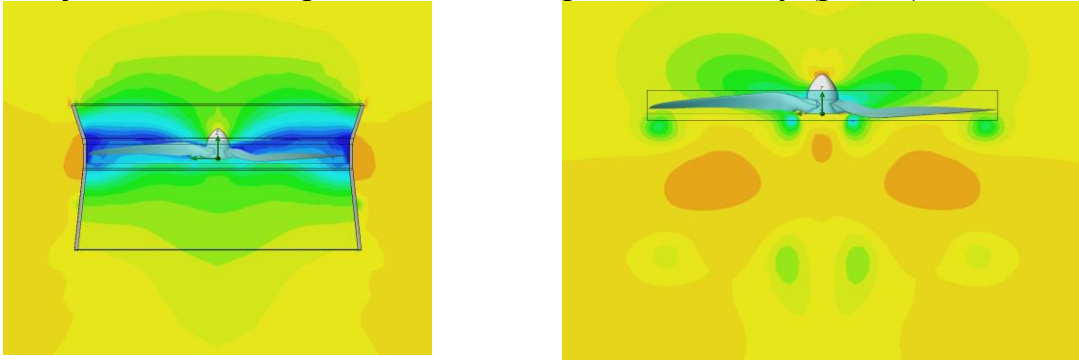


Рис. 3. Розподіл тиску, що створюють системи за швидкості 200 км/год

- за $V=250-300$ км/год – Катастрофічна деградація:
 C_T падає до $0,528$ ($V=250$ км/год) та $0,105$ ($V=300$ км/год), демонструючи катастрофічну втрату ефективності. Під час $V=300$ км/год обтічник створює опір – 10 , Н у разі тяги пропелера $13,5$ Н, залишаючи лише $2,7$ Н результуючої тяги (втрата $89,7\%$ відносно відкритого варіанту). Динамічний тиск $q = 4167$ Па перетворює обтічник із генератора тяги на джерело опору. Закрита конфігурація не рекомендована для цього діапазону швидкостей. (рис. 4).

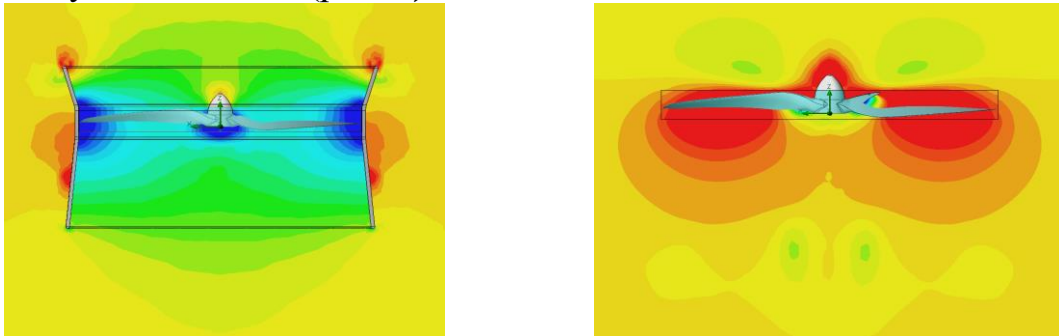


Рис. 4. Розподіл тиску, що створюють системи за швидкості 300 км/год

Порівняння даних моделювання із аналітичними розрахунками пропелерних систем БПЛА

Порівняємо аналітичні розрахунки ключових параметрів пропелерних систем високошвидкісних мультикоптерних БПЛА із системою *CFD*:

- $V=0 - 50$ км/год: зростання ($+8,6\%$, оптимізація режиму роботи).
- $V=50 - 150$ км/год: повільне зниження ($-0,09$ за 100 км/год).
- $V=150 - 250$ км/год: обвал ($-0,51$ за 100 км/год, у $5,5$ разів швидше).

Для чисельного аналізу джерела деградації дані із *CFD* аналізу закритого варіанту внесені в табл. 3 розподілу тяги.

Таблиця 3.

Зведені значення тяги закритої конфігурації

V , км/год	T_{total}	T_{prop}	T_{duct}	Внесок обтічника, %
0	31,54	29,7	1,84	6,2
50	36,1	27,53	8,58	31,17
100	34,61	26,87	7,74	28,81
150	31,77	26,04	5,73	22
200	24,89	24,47	0,43	1,76
250	14,56	20,24	-5,69	-28,11
300	2,74	13,5	-10,76	-79,7

Зі значень видно: пропелер стабільний: $T_{prop}=26 - 28$ Н за $V=50 - 150$ км/год, плавне падіння до 13,5 Н за $V=300$ км/год.

Обтічник – джерело катастрофи: за $V > 200$ км/год створює більше опору, ніж додає тяги.

Відповідно, обґрунтовано рекомендації по застосуванню систем:

- $V < 150$ км/год: $C_T > 1,04$ – використовувати обтічник;
- $V = 150 - 161$ км/год: $C_T = 1,04 \rightarrow 1,00$ – перехідна зона;
- $V = 161 - 200$ км/год: $C_T = 1,00 \rightarrow 0,86$ – використання обтічника не рекомендується;
- $V > 200$ км/год: $C_T < 0,86$ – категорична відмова від обтічника.

У результаті порівняння даних моделювання із аналітичними розрахунками пропелерних систем БПЛА було виявлено нелінійний характер деградації із точкою перегину за $V=150$ км/год. Це пояснюється квадратичною залежністю лобового опору обтічника ($D \sim V^2$). Теоретичний розрахунок дає $D \approx 112$ Н за $V=300$ км/год, що підтверджує домінування опору над ефектом дифузора.

Аналіз числа Рейнольдса ($Re \approx 10^6$ за $V=300$ км/год) підтверджує повністю турбулентний режим обтікання, що пояснює високі втрати на обтічнику. Дискове навантаження $DL \approx 128$ Н/м² є відносно низьким, що вказує на потенціал покращення через збільшення кількості лопатей.

Відношення T_{duct}/T_{prop} показує чітку тенденцію: від +31% за $V=50$ км/год до –80% за $V=300$ км/год. Це вказує на фундаментальне обмеження статичної геометрії обтічника під час високих швидкостей.

Отримане значення $C_T = 1,133$ за $V=50$ км/год узгоджується з результатами попередніх досліджень, які показали $C_T \approx 1,15$ за 80 км/год. Ви-

значена $V_{crit} = 161$ км/год заповнює прогалину, квантифікуючи цей параметр для високошвидкісних режимів.

Використання закритих систем для логістичних БПЛА (100 - 150 км/год) є доцільним, оскільки обтічник забезпечує +10 – 13 % тяги, додаючи при цьому безпековий фактор та зниження шуму.

Для швидкісних БПЛА (>200 км/год) використання обтічника разом зі стандартним пропелером є абсолютно неефективним незалежно від оптимізації профілю обтічника.

Пасажирські eVTOL (120 - 160 км/год): Перехідна зона – рішення залежить від того, що важливіше: ефективність, чи безпека.

Робота містить обмеження отриманих результатів:

1. Використано 2-лопатевий пропелер із низьким дисковим навантаженням ($DL \approx 128$ Н/м²). Багатолопатевої конфігурації (3 - 4 лопаті) із вищим $DL \approx 200$ -300 Н/м² можуть показати результати $V = 150$ - 200 км/год.
2. Оптимізація профілю обтічника може знизити CD на 10-20%, але не усуне обмеження $D \sim V^2$. Теоретичний розрахунок показує $D \approx 112$ Н за $V = 300$ км/год, що оптимізація профілю не здатна компенсувати.
3. CFD не враховує вібрації та динамічні ефекти реального польоту.

Висновки

У роботі було проведено дослідження критичної швидкості та механізму деградації закритих та відкритих пропелерних систем БПЛА у разі швидкостей 0 – 300 км/год.

Результати розрахунків показали потенціал використання закритих систем для пропелерів, що працюють за швидкості набігаючого потоку до 161 км/год. Результати CFD аналізу спрощеного варіанту закритої системи показують здатність системи надати приріст тяги +13,3 % та ККД +3,45 %. За використання обтічника із оптимізованою для більш вузького діапазону швидкостей можна досягти значного приросту тяги та ККД, що дасть можливість покращити транспортувальну спроможність БПЛА.

Під час досягнення швидкості потоку 161 км/год пропелерна система із обтічником зазнає суттєвих втрат, джерелом яких є сам обтічник. Для ефективного польоту на швидкості більшій за 200 км/год необхідні більш радикальні рішення: змінна геометрія, багатолопатевої конфігурації або активне керування потоком.

Закриті системи рекомендовано використовувати на мультироторних БПЛА, які виконують транспортувальні задачі на швидкості до 120 км/год. У такому випадку обтічник надаватиме водночас приріст ККД, зменшення шуму та безпековий фактор.

Також потенціал мають закриті системи у використанні в якості пульсивних систем для мотопланерів, оскільки оптимальні для забезпечен-

ня приросту ККД швидкості потоку співпадають із діапазоном швидкостей польоту типового мотопланера.

Список використаних джерел

1. *M. R. Mendenhall and S. B. Spangler*, "Theoretical Study of Ducted Fan Performance". NASA Contractor Report CR-1494, Nielsen Engineering & Research, Inc., Mountain View, California, January, 1970.
Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19700006092>.
2. *M. R. Mendenhall and S. B. Spangler*, "A Computer Program for the Prediction of Ducted Fan Performance", NASA Contractor Report CR-1495, 1970. Available: <https://doi.org/10.2514/6.2010-1052>.
3. *D. Kuchemann, J. Weber*, *Aerodynamics of Propulsion*, McGraw-Hill Publications in Aeronautical Science, McGraw-Hill Book Company, New York, 1953.
4. *P. B. Martin and C. Tung* "Performance and Flow field Measurements on a 10-inch Ducted Rotor VTOL UAV". NASA Contractor Report, 2004.
Available: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20050009943>.
5. *J. L. Pereira*, "Hover and wind-tunnel testing of shrouded rotors for improved micro air vehicle design" Ph.D. dissertation, University of Maryland, 2008.
6. *S. Yilmaz*, "Effects of duct shape on ducted propeller performance", *Proceedings of the 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, January 2013*, S Yilmaz, D. Erdem, M. S. Kavsaoglu, 2013. pp. 1-9. Available: <https://doi.org/10.2514/6.2013-803>.
7. *Carlson J. J., Johnston J. P., Sagi C. J.* "Effects of wall shape on flow regimes and performance in straight, two-dimensional diffusers", Asme Paper No. 66-Fe-13, 1966.
8. *Ohanian, O. J., Gelhausen, P. A.; Inman, D. J.* "Nondimensional Modeling of Ducted-Fan Aerodynamics", *J. Aircr.*, vol. 49, pp. 126–140, 2012.
Available: <https://doi.org/10.2514/1.C031389>.