УДК 532.505
DOI: https://doi.org/10.20535/0203-3771502025347461

О. С. Лимарченко[1], *д.т.н., професор,* **В. В. Губська**[2], *к.ф.-м.н., старший викладач*

КЕРУВАННЯ КОНСТРУКЦІЄЮ З РІДИНОЮ ПІД ДІЄЮ ПОСЛІДОВНІСТІ СИЛОВИХ ІМПУЛЬСІВ

Ua Розглядається задача керування рухом конструкції з рідиною із вільною поверхнею, на яку діє послідовність силових імпульсів. Метою керування рухом є створення умов для високоточного маневрування конструкції-носія, що забезпечується керівним сигналом, який приводить до зменшення впливу рухомості рідини на рух конструкції. Для визначення такої керівної дії використовується нелінійна модель динаміки сумісного руху конструкції і рідин з вільною поверхнею. За основу покладено принцип компенсації силового відгуку рідини на стінки резервуара. Раніше такого роду задачі розглядалися лише для випадку дії поодиноких імпульсів сили.

En The problem of control for the motion of the structure carrying a free-surfaced under the action of a sequence of force impulses is under consideration. The objective of the motion control is to create conditions for high-precision maneuvering of the carrying structure, which is provided by a controlling action leading to the reduction of the effect of a liquid mobility on the structure motion. The nonlinear model of dynamics of the combined motion of the structure and a liquid with a free surface is used to determine this controlling action. The model is based on the principle of compensating for the force response of the liquid on the tank walls. Previously, such problems were considered only in the case of single force impulses.

Вступ

У динаміці конструкцій із рідиною з вільною поверхнею до теперішнього часу задачі керування рухом системи у разі значних проявах збурень у нелінійному діапазоні і за сумісності руху складових системи лишаються одними із найменш досліджених. Відомо, що під час вивченні руху систем «рідина – резервуар» у лінійному діапазоні збурень такі задачі є основними у разі моделювання руху ракет, літаків, морських суден, цистерн, тощо [1 - 6], [9]. Успіх у розв’язанні таких задач обумовлений насамперед достатньо високим рівнем розвитку методів дослідження задач стійкості і керування для лінійних систем. Однак, як тільки ми переходимо до вивчення нелінійних систем, які відповідають значним збуренням вільної поверхні

[1] *КНУ імені Тараса Шевченка*
[2] *КПІ імені Ігоря Сікорського*

рідини, ситуація змінюється докорінно, і до теперішнього часу такі задачі практично не досліджуються.

Одним із важливих класів задач керування рухом конструкцій із рідиною є задача про мінімізацію впливу рідинного наповнення на рух тіла–носія. Такі задачі є важливими за потреби високоточного маневрування, наприклад, під час монтажу резервуарів із рідиною у безпосередній близькості з іншими важливими елементами технічних систем, під час стиковки – відділенні ступенів космічних систем, під час швартування суден тощо. Тому ставиться мета розвитку і перевірки на прикладах ефективності нового методу керування придатного для нелінійних систем.

Постановка задачі

Метою роботи є дослідження ефективності методу керування рухом системи для зменшення негативного впливу рухомості рідини на рух тіла–носія на основі ідеї компенсації силового відгуку рідини у разі дії на систему послідовності силових імпульсів.

Об'єкт дослідження – резервуар із рідиною із вільною поверхнею.

Методика досліджень – на основі варіаційних методів побудувати модель руху системи резервуар – рідина із аналітичним визначенням динамічного відгуку рідини на стінки резервуара із подальшим керуванням на основі компенсації силового відгуку рідини.

Виходячи із сучасного стану досліджень, будемо подальше моделювання динамічної поведінки системи виконувати на основі робіт [7, 8], оскільки саме ці методи дозволяють визначити силовий відгук рідини на стінки резервуара в аналітичній формі.

Основний зміст

Для формулювання математичної моделі задачі використовується алгоритм, запропонований у [7]. Цей підхід включає у себе такі етапи: варіаційне формулювання задачі у формі варіаційного принципу Гамільтона – Остроградського у класичному вигляді; попереднє виключення всіх кінематичних умов задачі включаючи нелінійну кінематичну граничну умову на вільній поверхні рідини; використання декомпозиції рухів вільної поверхні рідини по формах коливання (метод модальної декомпозиції).

У підсумку система диференціальних рівнянь руху резервуару із рідиною в амплітудних параметрах має такий вигляд

$$\sum_i \ddot{a}_i \left\{ \delta_{ir} + \sum_j a_j A^3_{rij} + \sum_{j,k} a_j a_k A^4_{rijk} \right\} + \ddot{\vec{\varepsilon}} \cdot \frac{1}{\alpha^v_r} \left\{ \vec{B}^1_r + \sum_i a_i \vec{B}^2_{ri} + \sum_{i,j} a_i a_j \vec{B}^3_{rij} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i,j,k} a_{+i} a_j a_k \vec{B}^4_{rijk} \right\} = \sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j C^3_{ijr} + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k C^4_{ijkr} + \dot{\vec{\varepsilon}} \cdot \left[\sum_i a_i \vec{D}^2_{ir} + \right. \tag{1}$$

$$\left. + \sum_i \dot{a}_i a_j \vec{D}^3_{ijr} + \sum_i \dot{a}_i a_j a_k \vec{D}^4_{ijkr} \right] + g \frac{N_r}{\alpha^v_r} a_r \, ;$$

$$\frac{\rho}{M_F + M_T} \sum_i \ddot{a}_i \left(\vec{B}^1_i + \sum_j a_j \vec{B}^2_{ij} + \sum_{j,k} a_j a_k \vec{B}^3_{ijk} \right) + \ddot{\vec{\varepsilon}} =$$

$$= \frac{\vec{F}}{M_F + M_T} + \vec{g} + \frac{\rho}{M_F + M_T} \left(\sum_{i,j} \dot{a}_i \dot{a}_j \vec{B}^2_{ij} + \sum_{i,j,k} \dot{a}_i \dot{a}_j a_k \vec{B}^3_{ijk} \right) \tag{2}$$

Тут і надалі використовуються позначення ρ – густина рідини, M_p - маса резервуара, M_f – маса рідини, g – прискорення вільного падіння, $\vec{\varepsilon}$ – вектор поступального переміщення резервуару, $z = \xi(x, y, t)$ - рівняння вільної поверхні рідини у циліндричній системі координат. Прийнято, що $\xi = \sum_n a_n(t) \psi_n(r, \theta)$, де $\psi_n(r, \theta)$ форма коливань рідини, а $a_n(t)$ – її амплітуда, t – час. Обрані параметри повністю характеризують динаміку системи, оскільки за їх значеннями можна відновити характеристики руху вільної поверхні рідини, поле швидкостей рідини, поле тисків.

У рівняння руху (1), (2) входять коефіцієнти (індексні вирази), які характеризують динамічну взаємодію у системі, інерціальні і статичні характеристики конструкції, а також зовнішні сили і моменти, що діють на конструкцію. Всі ці коефіцієнти визначаються у квадратурах від форм коливань вільної поверхні рідини [7]. Важливою особливістю системи рівнянь (1), (2) є те, що другі похідні невідомих входять у цю систему лінійно. Це дозволяє зробити аналітично перетворення такої системи до форми Коші і надалі використовувати відомі алгоритми чисельного інтегрування.

Для визначення силового відгуку рідини на стінки резервуара представимо систему рівнянь руху (2) у вигляді

$$\ddot{\vec{\varepsilon}} = \frac{\vec{F} + \vec{R}}{M_F + M_T} + \vec{g} \, ;$$

де $\vec{F}$ – відповідно, зовнішня сила, що діє на конструкцію, а $\vec{R}$ – головний вектор сил тиску рідини на стінки конструкції, які за варіаційним підходом визначаються автоматично як складова частина техніки варіювання. Тоді з рівнянь руху (2) можна вивести аналітичні вирази для цих параметрів силової взаємодії рідини із конструкцією. Зауважимо, що у літературі з ди-

наміки конструкцій із рідиною така силова взаємодія зазвичай визначається шляхом інтегрування сил тиску рідини на стінках резервуара, що значно складніше і зроблене лише для частинних випадків [1 – 5]. Тут цей результат одержується автоматично, як складова частина техніки варіювання і для більш загального випадку:

$$\vec{R} = \rho\left[\left(\sum_{i,j}\dot{a}_i\dot{a}_j\vec{B}_{ij}^2 + \sum_{i,j,k}\dot{a}_i\dot{a}_j a_k\vec{B}_{ijk}^3\right) - \sum_i \ddot{a}_i\left(\vec{B}_i^1 + \sum_j a_j\vec{B}_{ij}^2 + \sum_{j,k} a_j a_k\vec{B}_{ijk}^3\right)\right]. \qquad (3)$$

Визначення параметрів силової і моментної взаємодії конструкції з рідиною в аналітичній формі дозволяє не лише оцінити таку взаємодію кількісно, а й запропонувати нові алгоритми керування рухом конструкцій із рідиною, у яких виключено чи значно послаблено вплив коливань рідини на динаміку руху конструкції.

Приклад керованого руху конструкції під час дії на систему послідовності силових імпульсів

Розглянемо приклад руху циліндричного резервуару, частково заповненого рідиною (рис. 1). Задача розглядається у сумісній постановці в рамках нелінійної моделі [7]. Резервуар може здійснювати рух лише вздовж вісі *Ox*. У початковий момент $t = 0$ на резервуар діє сила у вигляді прямокутного імпульсу тривалості $\tau = 0{,}5$ с і амплітуди $A = 4{,}2$ *kN*. Через час τ_p після завершення дії прямокутного імпульсу діє такий же за тривалістю і амплітудою, але інший за полярністю силовий імпульс. Для прикладу розглядалося два варіанти $\tau_p = 1{,}5$ с і $\tau_p = 4{,}5$ с.

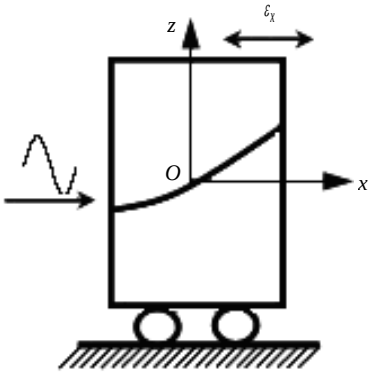

Рис. 1. Схема руху конструкції

Розглядалося три варіанти руху системи: квазітвердий рух системи (коли рідина «замерзла» і хвильовий рух відсутній); керований рух системи на основі методу компенсації силового відгуку рідини (на наступних малюнках він відповідає суцільним кривим); рух системи без керування (штрихова лінія на рисунках).

У випадку квазітвердого руху конструкції на початковому етапі із стану спокою система до кінця дії першого силового імпульсу буде рухатися із постійним прискоренням, швидкість руху резервуара буде зростати за лінійним законом до певного фіксованого значення. Після завершення дії силового імпульсу система набуде кількості руху $A\tau$ і відповідно швидкості:

$$V = \frac{A\tau}{M_F + M_T}.$$

На етапі від завершення дії першого імпульсу і початку дії другого рух системи буде відбуватися із цією сталою швидкістю. У силу вибору другого імпульсу сили (однакові імпульси, але із різною полярністю) за час τ кількість руху зменшиться на $A\tau$ і стане дорівнювати нулю. Тобто система зупинить свій поступальний рух. Падіння швидкості знову буде відбуватися за лінійним законом. Цей варіант відповідає повній відсутності впливу руху рідини на рух резервуара, який обумовлений розглядом випадку без хвильового руху рідини (рідина «замерзла»).

Другий варіант відповідає керованому руху системи, коли за мету приймається зменшення впливу рухомості рідини на рух резервуара–носія. Цей варіант будемо розглядати одночасно з третім варіантом – некерованим рухом системи.

Результати чисельного моделювання зміни у часі швидкості руху резервуару представлені на рис. 2.

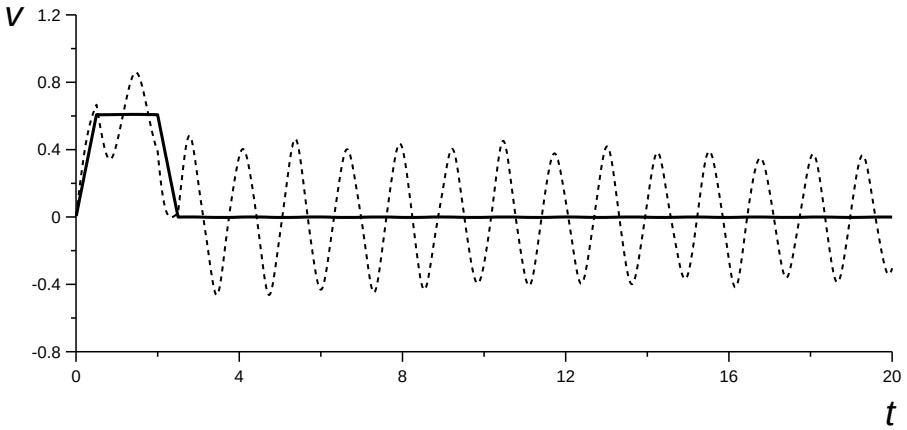

Рис. 2. Зміна у часі швидкості руху резервуара для інтервалу між дією силових імпульсів 1,5 с

Як видно із рисунку суцільна крива, яка відповідає зміні швидкості під час керованого руху повністю співпадає із описаною вище залежністю зміни швидкості для випадку квазітвердого руху. Аналіз табличних даних зміни швидкості у часі свідчить, що різниця між цими двома законами не перевершує 0,3 % і на рисунку є практично непомітною. Керування дозволило одержати такий результат за наявності хвильового руху рідини.

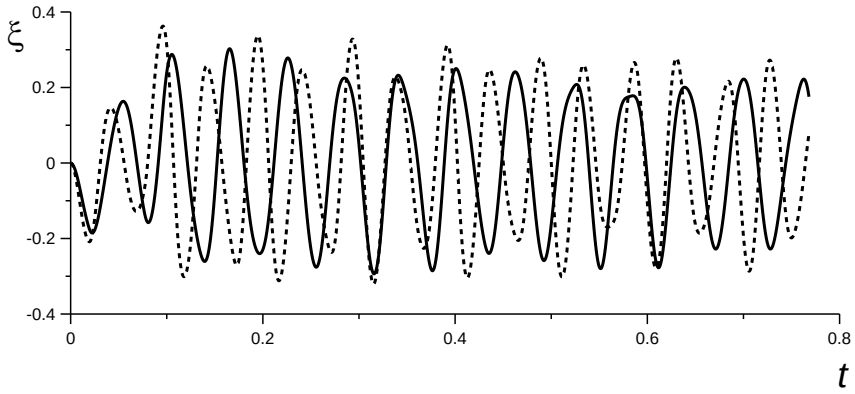

Рис. 3. Зміна у часі амплітуди коливань рідини на стінці для інтервалу між дією силових імпульсів 1,5 с

На рис. 3 показано зміна у часі амплітуди коливань рідини на стінці для інтервалу між дією силових імпульсів 1,5 с. Як видно із рисунка амплітуди коливань рідини змінюються до 0,35 радіуса резервуара, що відповідає сильно нелінійному діапазону збурень вільної поверхні. Зауважимо, що амплітуди коливань у керованому випадку є трохи меншими за випадок некерованого руху. Із рисунка видно, що у випадку некерованого руху (штрихова крива) відхилення від випадку квазітвердого руху є суттєвими на всіх етапах руху (розгін – рух між імпульсами, рух після завершення другого імпульсу). Звернемо особливу увагу на рух системи по завершенню дії обох імпульсів. Незважаючи на суттєвий рух рідини із вільною поверхнею у керованому русі резервуар залишається практично нерухомим.

Обрана схема керування фактично є керуванням із оберненим зв'язком відносно прискорень амплітуд збурень форм коливань вільної поверхні рідини із їх нормуванням за законом формування силового відгуку рідини.

На рис. 4 показано зміну у часі силового відгуку рідини, який використовується із протилежним знаком як керівна дія.

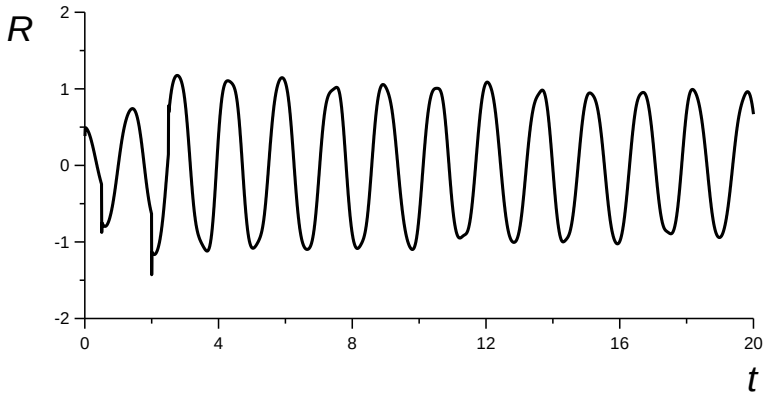

Рис. 4. Зміна у часі силового відгуку рідини на стінки резервуара (головного вектора сил тиску рідини на стінки резервуара) для інтервалу між дією силових імпульсів 1,5 с

Як видно із рисунку цей відгук має значні зміни в околі фронтів силових імпульсів і змінюється за законом близьким до гармонічного в інших випадках.

Під час аналізу впливу параметра часової паузи між дією силових імпульсів слід відмітити, що фактично ця пауза впливає на початковий стан рідини під час надходження другого імпульсу. І це може призвести як до збільшення, так і до зменшення амплітуд хвильового руху. Для вивчення такого впливу розглянемо варіант для інтервалу між дією силових імпульсів 4,5 с (рис. 5) і порівняємо його із раніше розглянутим варіантом інтервалу між дією силових імпульсів 1,5 с (рис. 2).

На етапі до початку дії другого імпульсу зміни швидкостей руху резервуара практично подібні. Проте далі у другому випадку (4,5 с) амплітуди коливань резервуару відносно випадку квазітвердого руху стають вдвічі меншими за випадок паузи між імпульсами 1,5 с. Це свідчить про суттєвий впив паузи між імпульсами на остаточний результат, що проявляється через нові умовно «початкові» умови на час надходження другого силового імпульсу.

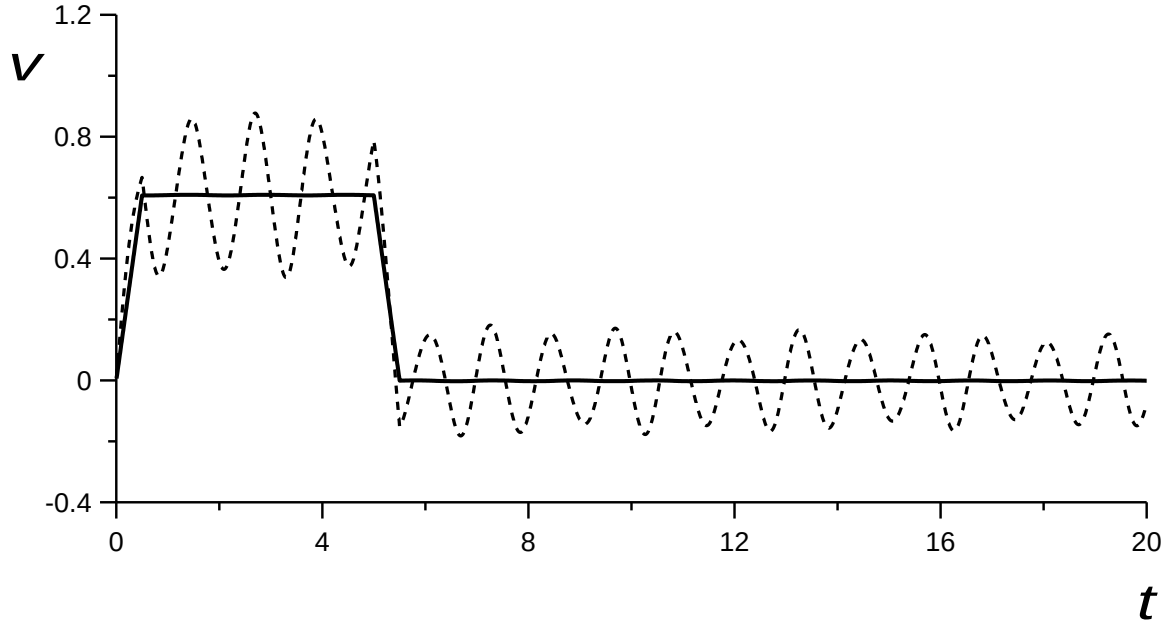

Рис. 5. Зміна у часі швидкості руху резервуара для інтервалу між дією силових імпульсів 4,5 с

Проведене математичне моделювання свідчить, що для всіх розглянутих випадків обрана схема керування призводить до практично повного виключення впливу рухомості рідини на рух резервуара. Аналіз зміни збурень вільної поверхні рідини і ступеня збудження нелінійностей у системі показує, що хоч ці параметри і відрізняються від випадку некерованого руху, проте залишаються одного порядку із випадком зміни під час керованого руху.

Висновки

Розглянуто задачу керування рухом конструкції з рідиною із вільною поверхнею. Для задачі керування рухом системи із метою послаблення впливу рідкого наповнення на рух конструкції–носія побудовано алгоритм для реалізації високоточного маневрування на основі принципу компенсації силової взаємодії рідини зі стінками резервуара (силового відгуку рідини). Продемонстровано ефективність такого підходу для задач, коли рух системи збуджується послідовністю силових імпульсів. Встановлено, що у разі дії на систему послідовності силових імпульсів вагомим є інтервал між завершенням дії першого імпульсу і надходженням другого. Фактично це визначає умовні «початкові умови», при яких починається дія другого імпульсу, і це може як збільшити, так і зменшити амплітуди коливань рідини. Запропонований підхід базується на аналітичних властивостях нелінійної динамічної моделі сумісного руху конструкції із рідиною і застосовується для вивчення задач, де використання традиційних підходів до розв'язання задач керування рухом є складним і дотепер не здійснювалося.

Список використаної літератури

1. *Абгарян К. А., Рапопорт И. М.* Динамика ракет. – М.: Машиностроение, 1969. – 378 с.
2. *Колесников К. С.* Динамика ракет. – М.: Машиностроение, 1980. – 376 с.
3. *Черноусько Ф. Л., Баничук Н. В.* Движение твёрдого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. – М.: Наука, 1973. – 240 с.
4. *Черноусько Ф. Л., Ананьевский И. М., Решмин С. А.* Методы управления нелинейными механическими системами. – М.: Физматлит, 2006. – 328 с.
5. *Микишев Г. Н.* Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 247 с.
6. *Ibrahim R. A.* Liquid sloshing dynamics: theory and applications. – Cambridge: Cambridge University Press, 2005. – 950 p.
7. *Лимарченко О. С., Ясинский В. В.* Нелинейная динамика конструкций с жидкостью. — К.: НТТУ КПИ, 1997. – 338 с.
8. *Константинов А. В., Лимарченко О. С., Лукьянчук В. В., Нефедов А. А.* Динамические приемы гашения колебаний в системе «конструкция – жидкость со свободной поверхностью» // Прикл. механика. – 2019. – 55, № 1. – С. 64–77.
9. *Lukovsky I. A.* Nonlinear Dynamics. Mathematical Models for Rigid Bodies with a Liquid. – Berlin: De Gruyter, 2015. – 410 p.