УДК 629.7.05

DOI: https://doi.org/10.20535/0203-3771502025347440

І. В. Дорошенко[1], *PhD студент*, **Ф. М. Захарін**[2], *к.т.н., с.н.с.*, **С. О. Пономаренко**[3], *к.т.н., с.н.с.*

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ СПОСОБІВ ІНТЕГРАЦІЇ БЕЗПЛАТФОРМНОЇ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ ТА СУПУТНИКОВОЇ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ ЗА СЛАБО ЗВ'ЯЗАНОЮ СХЕМОЮ

Ua У статті розглянуто дослідження впливу варіанту корекції інтегрованої безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС) за даними супутникової навігаційної системи (СНС) із трьома рознесеними антенами на точність вирішення навігаційної задачі методом напівнатурного моделювання. Алгоритм інтегрованої БІНС досліджено у чотирьох варіантах корекції: позиційній, позиційно-швидкісній, позиційно-кутовій та позиційно-швидкісно-кутовій.

Напівнатурне моделювання проведено на основі експериментальних даних, отриманих з інерціального модуля та СНС, установлених на наземній мобільній платформі.

Інтегрована БІНС реалізована на основі інваріантної слабо зв'язаної схеми інтеграції з використанням фільтра Калмана із зворотними зв'язками та модифікацією Карлсона для підвищення чисельної стійкості алгоритму.

En The article presents a study of the impact of correction variants for an integrated strapdown inertial navigation system (INS) based on data from a satellite navigation system (SNS) with three spaced antennas on the accuracy of navigation task solution using the hardware-in-the-loop (HIL) simulation method. The integrated INS algorithm was investigated under four correction variants: positional, velocity-positional, angular-positional, and velocity-angular-positional.

The HIL simulation was conducted using experimental data obtained from an inertial measurement unit (IMU) and SNS installed on a ground mobile platform. The integrated INS was implemented based on an invariant loosely coupled integration scheme using a Kalman filter with feedback and Carlson's modification to enhance numerical stability.

Вступ

Сучасні навігаційні системи рухомих об'єктів будуються на основі безплатформних інерціальних навігаційних систем (БІНС), які інтегруються із додатковими джерелами інформації з метою компенсації накопичених похибок. Основною системою, за якою відбувається інтеграція, є супутни-

[1] *КПІ ім. Ігоря Сікорського*
[2] *Київ, Україна*
[3] *КПІ ім. Ігоря Сікорського*

кова навігаційна система (СНС) [1, 2, 3]. Відомі схеми комплексування БІНС та СНС [3, 4]: розімкнута, слабо зв'язана, жорстко зв'язана, глибоко інтегрована. У разі використання двох і більше рознесених антен можна додатково отримати кути орієнтації об'єкта [4, 5, 6].

У [7] проведено експериментальне дослідження точності СНС із трьома рознесеними антенами для різних відстаней рознесення у морському застосуванні. Показано можливість досягнення середньоквадратичної похибки $0,24°$ у разі рознесення антен на 0,7 м. У [8] розглядається слабо зв'язана схема інтегрування БІНС та СНС для наземного об'єкту із використанням позиційної та швидкісної інформації від СНС. У [9] досліджено використання позиційно-швидкісно-кутової інформації від СНС у слабо зв'язаній схемі інтеграції з БІНС.

Залежно від доступної інформації від СНС, можна виділити чотири варіанти інтеграції за слабо зв'язаною схемою: позиційний, позиційно-швидкісний, позиційно-кутовий та позиційно-швидкісно-кутовий. Проте порівняльна оцінка точності цих способів у вирішенні навігаційної задачі залишається недостатньо дослідженою.

Постановка задачі

Метою є експериментальна оцінка точності вирішення навігаційної задачі під час використання позиційного, позиційно-швидкісного, позиційно-кутового та позиційно-швидкісно-кутового способів інтегрування БІНС та СНС за слабо зв'язаною схемою.

Принцип роботи інтегрованої БІНС

За навігаційну систему координат взято географічний супроводжуючий тригранник *ONHE*, позначений як g, у якого вісь *OH* співпадає ss місцевою вертикаллю, вісь *OE* спрямована на захід, а вісь *ON* - на північ. Система координат, зв'язана з рухомими об'єктом, на якому встановлена БІНС – *OXYZ*, позначений, як b. Вісь *OX* – збігається із поздовжною віссю рухомого об'єкта, *OY* – розташована у його вертикальній площині симетрії і направлена вгору, *OZ* – доповнює систему координат до правої.

Інтегрована БІНС реалізована на основі інваріантної слабо зв'язаної схеми інтеграції з використанням фільтра Калмана [1, 3]. Структурну схему інтегрованої БІНС представлено на рис. 1.

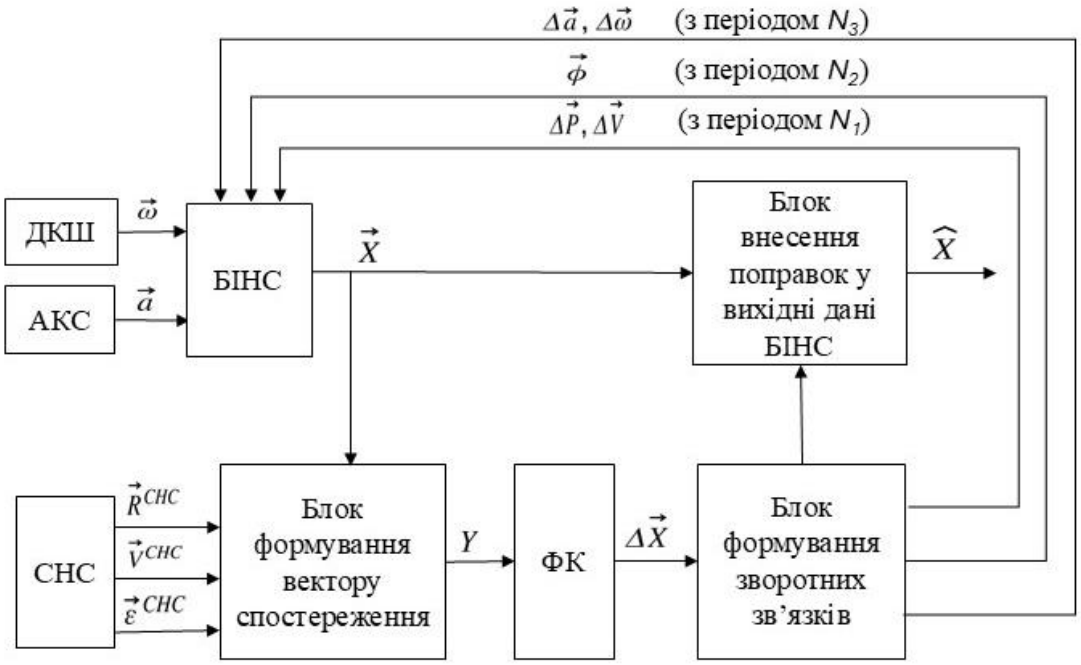

Рис. 1. Структурна схема інтегрованої БІНС

На рис. 1 позначено: ДКШ – блок, що складається із трьох датчиків кутової швидкості; АКС – блок, який складається із трьох акселерометрів; $\vec{\omega}$ - вектор кутової швидкості, котрий вимірюється ДКШ; $\vec{a}$ – вектор уявного прискорення, виміряного АКС; $\vec{X}$ – вихідний вектор навігаційних параметрів БІНС (координати, швидкість та параметри орієнтації); ФК - дискретний фільтр Калмана (модифікація Карлсона); Y - вектор спостережень для ФК. $\Delta\vec{X}$ - вектор похибок БІНС, який оцінюється фільтром Калмана. $\vec{\varepsilon}^{СНС} = \left[\psi^{СНС}, \theta^{СНС}, \gamma^{СНС}\right]^T$ - кути Ейлера-Крилова (рискання, тангаж, крен), що задають поворот від географічної системи координат до зв'язаної із рухомими об'єктом, виміряні СНС; $\vec{R}^{СНС}$ - координати (довгота, широта та висота), отримані від СНС, $\vec{V}^{СНС}$ - швидкість у проекціях на осі ГСТ, отримана від СНС; $\hat{X}$ - вихідний вектор навігаційних параметрів інтегрованої БІНС, у якому координати, швидкості та параметри орієнтації скориговані з урахуванням оцінених у фільтрі Калмана похибок:

$$\Delta\vec{X} = \left[\Delta\vec{P}, \Delta\vec{X}, \vec{\varphi}, \Delta\vec{\omega}, \Delta\vec{\alpha}\right]^T,$$

де $\Delta\vec{P} = \left[\Delta X_N, \Delta X_h, \Delta X_E\right]^T$ - вектор похибок визначення положення; $\Delta\vec{V}$ - вектор похибок визначення швидкостей; $\vec{\varphi} = \left[\delta_N, \delta_h, \delta_E\right]$ - вектор малих кутів похибок орієнтації навігаційного базису $\boldsymbol{g}$; $\Delta\vec{\omega}$ - зсув нулів датчиків кутової швидкості; $\Delta\vec{\alpha}$ - зсув нулів акселерометрів.

$$\Delta X_N = \Delta\varphi R;\ \Delta X_h = \Delta h;\ \Delta X_E = \Delta\lambda R\cos(\varphi);$$

де $R = R_З + h$; $R_З$ - радіус Землі; $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ - похибки географічної широти та довготи; h - висота; Δh - похибка у визначенні висоти

Для підвищення чисельної стійкості було використано фільтр Калмана у модифікації Карлсона [1, 3, 10]. Основною ідеєю модифікації є використання матриці S_k, такої, що коваріаційна матриця у алгоритмі фільтра Калмана виражається через S_k наступним чином: $P_k = S_k S_k^T$; S_k - верхньотрикутна матриця, отримується за допомогою зворотної процедури Холецького [1].

Вектор спостереження Y для фільтра Калмана формується у «Блоці формування вектора спостереження» (рис. 1) із використанням координат, швидкостей і параметрів орієнтації, обчислених у БІНС та виміряних СНС. Інваріантна схема фільтру Калмана зі зворотними зв'язками передбачає введення поправок у рівняння роботи БІНС із використанням векторів похибок, оцінених фільтром Калмана. Одночасно відповідні вектори похибок прирівнюються до нуля. Введення поправок організовано у «Блоці формування зворотних зв'язків» (рис. 1) наступним чином:

– похибки координат та швидкостей компенсуються із періодом N_1;
– похибки орієнтації компенсуються ss періодом N_2;
– зміщення нулів інерціальних датчиків компенсуються із періодом N_3.

Напівнатурне моделювання

Робота інтегрованої БІНС була промодельована на комп'ютері із використанням запису експериментальних даних інерціального модуля – кутові швидкості та уявне прискорення і модуля СНС – географічні координати та швидкість у проекції на осі географічного супроводжуючого трьохгранника (ГСТ). Дані показів кутової орієнтації із СНС було синтезовано на основі наявних експериментальних даних.

Для проведення експерименту був використаний інерціальний модуль тактичного рівня точності та СНС за наступними характеристиками: зміщення нуля акселерометра - 0,001 м/с^2; зміщення нуля датчика кутової швидкості - 10°/год; частота видачі інформації від інерціальних датчиків - 50 Гц; похибка визначення координат СНС (1σ) – 1 м; похибка визначення швидкостей СНС (1σ) – 0,1 м/с; частота видачі інформації від СНС – 10 Гц.

Сценарій експерименту складається із трьох етапів:

– Ініціалізація системи.

Ініціалізація здійснюється у нерухомому стані. У цьому режимі запускаються інерціальний модуль та приймач СНС, які переходять у ро-

бочий режим. Також виконується калібрування зміщень нулів датчиків кутової швидкості.

– Запис показів інерціального модуля та модуля СНС у нерухомому стані упродовж 100 с.

  Цей етап передбачає збір даних у статичному режимі з метою їх подальшого використання для початкової виставки БІНС.

– Запис показів інерціального модуля та модуля СНС під час руху наземної платформи упродовж 600 с.

  Під час третього етапу проводився запис показів інерціального модуля та СНС під час руху замкненою траєкторією загальною довжиною 5334 м. Перепад висот на маршруті становив 28,6 м. Під час руху маршрутом середня швидкість складала 8,89 м/с, максимальна швидкість – 15,8 м/с. Максимальне прискорення - 1 м/с^2. Максимальна кутова швидкість обертання відносно вертикальної осі - 0,009 рад/с.

Перед початком роботи інтегрованої БІНС проводилася її початкова виставка в нерухомому стані. Подальша робота БІНС полягає у обчисленні навігаційних параметрів наземної мобільної платформи на основі інтегрування показань інерціальних датчиків і отриманні як високочастотної частини, так і низькочастотної частини навігаційної задачі.

Інтервали вводу у БІНС поправок, оцінених фільтром Калмана, у «Блоці формування зворотних зав'язків» (рис. 1) були вибрані такі: $N_1 = 10$ с, $N_2 = 150$ с, $N_3 = 250$ с.

Якість роботи інтегрованої БІНС будемо оцінювати аналізуючи наростання похибок БІНС між інтервалами введення поправок від фільтра Калмана. Для цього будемо оцінювати різниці між показами БІНС та СНС:

$$\delta\Delta R = \Delta\vec{R}^{\text{БІНС}} - \Delta\vec{R}^{\text{СНС}},$$

де $\Delta\vec{R} = \left(\Delta R_N, h, \Delta R_E\right)^T$.

$$\begin{aligned} \Delta R_N &= \left(\varphi - \varphi_0\right) \cdot R_З; \\ \Delta R_E &= \left(\lambda - \lambda_0\right) \cdot R_З. \end{aligned} \qquad (1)$$

де φ_0, λ_0 - широта да довгота у початковий момент часу $t_0 = 0$; φ, λ - широта та довгота у поточний момент часу.

$$\Delta V = \vec{V}^{\text{БІНС}} - \vec{V}^{\text{СНС}}.$$

Для кількісної оцінки роботи інтегрованої БІНС та порівняння варіантів комплексування використовуються метрики *AE* (абсолютна похибка) та *RMSE* (середньоквадратичне відхилення):

$$AE = \max\left(\left|x_{\text{БІНС}} - x_{\text{СНС}}\right|\right);$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i,\text{БІНС}} - x_{i,\text{СНС}}\right)^2\right)}.$$

Абсолютна похибка (*AE*) — це максимальне значення похибки у визначенні координати або швидкості, зафіксоване протягом усього часу моделювання.Середньоквадратичне відхилення (*RMSE*) характеризує середній рівень відхилень похибок координати або швидкості від нульового значення протягом усього періоду моделювання. Менше значення *RMSE* свідчить про вищу точність позиціонування.

Моделювання проводилося для чотирьох способів інтеграції: позиційного, позиційно-швидкісного, позиційно-кутового та позиційно-швидкісно-кутового. У кожному випадку використовувалися одні й ті самі дані інерціального модуля та модуля СНС, отримані під час експерименту. Це забезпечує однакові умови функціонування та дає змогу коректно порівнювати результати.

Похибки визначення координат та швидкостей для способу позиційної корекції наведено у табл. 1.

***Таблиця* 1.**

Похибки визначення координат та швидкостей

	ΔR_N, м	ΔR_E, м	Δh, м	ΔV_N, м/с	ΔV_E, м/с	ΔV_h, м/с
RMSE	0,8885	1,5129	0,5859	0,1948	0,2108	0,4724
AE	4,0056	7,1523	4,7097	0,8815	1,0633	1,9238

Максимальна похибка у визначення координат при використанні позиційної корекції спостерігалася у визначенні східної координати: *AE* = 7,1523 м, *RMSE* = 1,5129 м. Найбільшу похибку у визначенні швидкості зафіксовано у вертикальному (висотному) каналі: *AE* = 1,9238 м/с, *RMSE* = 1,0633 м/с. Це може свідчити про тенденцію до зростання похибки визначення висоти за часом.

Похибки визначення координат та швидкостей для способу позиційно-швидкісної корекції наведено у табл. 2.

Для способу позиційно-швидкісної корекції найбільша похибка у визначенні координат і швидкості спостерігалася у каналі висоти. Помилки у визначенні координат становили: *AE* = 9,9465 м, *RMSE* = 2,32777 м. Помилки у визначенні швидкості: *AE* = 1,7437 м/с, *RMSE* = 0,3912 м/с.

***Таблиця* 2.**

Похибки визначення координат та швидкостей

	ΔR_N, м	ΔR_E, м	Δh, м	ΔV_N, м/с	ΔV_E, м/с	ΔV_h, м/с
RMSE	1,0038	1,4986	2,3278	0,2318	0,2186	0,3912
AE	4,387	7,6632	9,9465	0,9145	1,3544	1,7437

Похибки визначення координат та швидкостей для способу позиційно-швидкісно-кутової корекції наведено у табл. 3.

***Таблиця* 3.**

Похибки визначення координат та швидкостей

	ΔR_N, м	ΔR_E, м	Δh, м	ΔV_N, м/с	ΔV_E, м/с	ΔV_h, м/с
RMSE	0,88203	1,42956	2,32444	0,1945	0,2117	0,3911
AE	3,9891	7,245	9,9481	0,9050	1,1824	1,7491

Найбільші похибки у визначенні як координат, так і швидкості у разі використання позиційно-швидкісно-кутової корекції були зафіксовані у каналі висоти. Похибки у визначенні координати: *AE* = 9,9481 м, *RMSE* = 2,32444 м. Похибки у визначенні швидкості: *AE* = 1,7491 м/с, *RMSE* = 2,32444 м/с.

Похибки визначення координат та швидкостей для способу позиційно-кутової корекції наведено у табл. 4.

***Таблиця* 4.**

Похибки визначення координат та швидкостей

	ΔR_N, м	ΔR_E, м	Δh, м	ΔV_N, м/с	ΔV_E, м/с	ΔV_h, м/с
RMSE	0,90809	1,8259	0,58456	0,1976	0,249	0,4724
AE	4,9655	9,2479	4,6518	0,9614	1,0378	1,9306

Для цього способу інтегрування найбільші похибки спостерігалися у визначенні східної координати: *AE* = 9,2479 м, *RMSE* = 1,8259 м. У визначенні швидкості найбільші похибки спостерігалися у визначенні висоти: *AE* = 1,9306 м/с, *RMSE* = 0,4724 м/с

За результатами моделювання, оцінюючи похибки визначення координат і швидкостей по трьом осям, варіанти корекції можна розподілити у порядку спадання точності наступним чином: позиційна, позиційно-швидкісно-кутова, позиційно-кутова, позиційно-швидкісна.

Нижча точність визначення координат та швидкостей при використанні позиційно-швидкісної корекції порівняно із варіантом позиційної корекції може бути спричинена наявністю відрізків руху із малою швидкістю $\left(\nu \le 0{,}1 \text{м/с}^2\right)$. За таких значеннях швидкості руху виробником приймача СНС не гарантується точність її визначення.

Висновок

Експериментальна оцінка точності визначення навігаційних параметрів інтегрованою БІНС, реалізованою на основі інерціального модуля тактичного рівня точності та СНС-приймача (похибка визначення координат (1σ) – 1 м, швидкості (1σ) – 0,1 м/с, частота – 10 Гц), виконана для чоти-

рьох способів інтеграції за слабо зв'язаною схемою: позиційного, позиційно-швидкісного, позиційно-кутового та позиційно-швидкісно-кутового. За сценарієм застосування на низькоманевреній наземній мобільній платформі найкращу точність показав позиційний спосіб інтегрування, для якого отримано наступні значення похибки визначення координат *AE* = 7,1523 м та *RMSE* = 1,51 м.

Список використаної літератури

1. *Синеглазов В. М.* та *Захарин Ф. М.* Теоретические основы проктирования навигационных комплексов беспилотных летательных апаратов, К.: Освіта України, 2015.
2. *Мелешко В. В.* та *Нестеренко О. И.* Бесплатформенные инерциальные навигационные системы: учебное пособие, Киев, 2011.
3. *Захарін Ф. М.*, *Синєглазов В. М.* та *Філяшкін М. К.* Алгоритмічне забезпечення інерціально-супутникових систем навігації, К.: НАУ-друк, 2011.
4. *P. D. Groves* Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems, 2nd ed. Boston, MA: Artech House, 2013.
5. Y. *Zeng*, *Z. Lu*, *Y. Xie*, *B. Ren*, *Y. Yu*, and *S. Ni* "Overview of development and challenges of attitude determination for rotary wing UAVs based on GNSS," Frontiers in Physics, vol. 13, 2025. doi: 10.3389/fphy.2025.1487136.
6. *R. Hirokawa* and *T. Ebinuma* "A low-cost tightly coupled GPS/INS for small UAVs augmented with multiple GPS antennas," Navigation: Journal of The Institute of Navigation, vol. 56, no. 1, pp. 35–44, 2009.
7. *Несенюк Л. П.*, *Старосельцев Л. П.*, *Парр Г. А.*, *Кокорин В. И.*, *Фатев Ю. Л.*, *Баринов С. П.* та ін., "Интегрированная инерциально-спутиковая система ориентации и навигации с разнесенными антенами", Гироскопия и навигация № 4, 2000.
8. *G. Falco*, *G. A. Einicke*, *J. T. Malos* and *F. Dovis* "Performance analysis of constrained loosely coupled GPS/INS integration solutions, " Sensors, vol. 12, 2012.
9. *L. Hu*, *J. Wang*, *S. Wang*, and *H. Cui*, "Processing and Analysis of Multi-antenna GNSS/INS Fully Combined Model," in Proceedings of the China Satellite Navigation Conference (CSNC 2022), pp. 255–264, 2022.
10. *J. R. Scheiss* "Vectorization of Linear Discrete Filtering Algorithms," NASA Langley Research Center, Tech. Memo. X-3527, Hampton, VA, USA, 1977.
11. *Дмитриев С. П*, *Степанов О. А.*, и *Кошаев Д. А.*, "Исследование способов комплексирования данных при построении инерциально-спутниковых систем," Гироскопия и навигация №3, 1999.