УДК 629.7.05

DOI:https://doi.org/10.20535/0203-3771502025347436

М. В. Усатенко[1]**,** *PhD студент*, **О. В. Збруцький**[2]**,** *д.т.н., професор*

СИСТЕМА КЕРУВАННЯ ОРІЄНТАЦІЄЮ МУЛЬТИРОТОРНОГО БЕЗПІЛОТНОГО ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ З ГАРАНТОВАНОЮ ТОЧНІСТЮ

Ua Розв'язана задача підвищення точності та робастності керування орієнтацією мультироторних безпілотних літальних апаратів (БПЛА) в умовах невизначених зовнішніх збурень. Описано повну нелінійну математичну модель динаміки квадрокоптера з використанням кватерніонного формалізму, що дозволяє уникнути сингулярностей при значних кутах нахилу та враховує гіроскопічні моменти роторів. Запропоновано алгоритм системи керування орієнтацією БПЛА. Проведене чисельне моделювання в середовищі MATLAB/Simulink підтверджує здатність розробленого алгоритму компенсації дії невизначених зовнішніх збурень як в усталеному стані, так і під час перехідного процесу.

En The problem of improving the accuracy and robustness of attitude control for multi-rotor unmanned aerial vehicles (UAVs) under uncertain external disturbances is solved. A complete nonlinear mathematical model of quadcopter dynamics using quaternion formalism is described, which allows avoiding singularities at significant tilt angles and accounts for the gyroscopic moments of the rotors. An algorithm for the UAV attitude control system is proposed. Numerical simulation performed in the MATLAB/Simulink environment confirms the capability of the developed algorithm to compensate for the effects of uncertain external disturbances both in the steady state and during the transient process.

Вступ

Стрімкий розвиток безпілотної авіації розширив спектр застосування мультироторних безпілотних літальних апаратів (БПЛА). Ефективність виконання таких завдань критично залежить від точності системи керування орієнтацією, особливо в умовах дії непередбачуваних зовнішніх збурень. Класичні підходи (зокрема ПІД-регулятори) часто не здатні забезпечити необхідні динамічні показники та утримання похибки орієнтації у визначених межах [1].

Уникнення сингулярностей, властивих кутам Ейлера при значних нахилах апарата, дає використання кватерніонного формалізму, описаного у [2].

[1] *КПІ ім. Ігоря Сікорського*
[2] *КПІ ім. Ігоря Сікорського*

З огляду на невизначеність параметрів та наявність зовнішніх завад, сучасні системи керування будуються на принципах робастності. Застосування методів H_∞-синтезу дозволяє досягти високої стійкості до збурень, що підтверджено практичними реалізаціями в суміжних галузях керування електроприводами [4].

Перспективний напрям керування з гарантованою якістю (*Prescribed Performance Control – PPC*) [5], який дозволяє аналітично задавати межі допустимої похибки перехідного процесу. Його розвитком є поєднання з нейронними мережами для покращення слідування траєкторії [6], алгоритми скінченного часу збіжності для безпілотних гелікоптерів [7], адаптація для задач толерантного до відмов керування [8]. Проте більшість існуючих реалізацій PPC розглядають похибку виключно як наслідок зовнішніх факторів, часто ігноруючи власну динаміку формування керуючого сигналу при активному маневруванні.

Теоретичним підґрунтям для забезпечення робастності керування стали методи побудови систем керування гарантованої точності [9] та підходи до забезпечення інваріантності БПЛА до дії зовнішніх збурень [10].

Постановка задачі

Метою статті є розробка та синтез системи керування орієнтацією БПЛА гарантованої точності.

Математична модель обертального руху

Розглянемо квадрокоптерний БПЛА, рівняння динаміки обертального руху якого з урахуванням моментів роторів двигунів має вигляд:

$$\begin{cases} J_x\dot{\omega}_x = \left(J_y - J_z\right)\omega_y\omega_z + m\cdot\left(w_3^2 + w_4^2 - w_1^2 - w_2^2\right) + \\ \qquad + J_p\cdot\omega_y\cdot\left(w_1 + w_4 - w_2 - w_3\right) + M_{\text{збур.}x}, \\ J_y\dot{\omega}_y = \left(J_z - J_x\right)\omega_x\omega_z + m\cdot\left(w_2^2 + w_4^2 - w_1^2 - w_3^2\right) + \\ \qquad + J_p\cdot\omega_x\cdot\left(w_2 + w_3 - w_1 - w_4\right) + M_{\text{збур.}y}, \\ J_z\dot{\omega}_z = \left(J_x - J_y\right)\omega_x\omega_y + c\cdot\left(w_2^2 + w_3^2 - w_1^2 - w_4^2\right) + M_{\text{збур.}z}, \\ \quad m = c_T\rho D^4\cdot a\sqrt{2}/2, \\ \quad c = 1/2\pi\cdot c_P\rho D^5, \end{cases} \tag{1}$$

де ω_x, ω_y, ω_z – проекції кутової швидкості обертання БПЛА у зв'язаній з ним системі координат, $M_{\text{збур.}x}$, $M_{\text{збур.}y}$, $M_{\text{збур.}z}$ – моменти зовнішніх збурюючих впливів, J_x, J_y, J_z – моменти інерції БПЛА, J_p – момент інерції ротора двигуна відносно осі обертання, w_i (i = 1..4) – кутові швидкості обертання роторів двигунів, a – відстань центра маси ротора двигуна до центру мас

БПЛА, D – діаметр пропелера двигуна, c_T, c_P – безрозмірні коефіцієнти пропорційності сили тяги та моменту опору, ρ – щільність повітря на висоті польоту.

Регульованими величинами є кути поворотів БПЛА, а керуючими сигналами є кутові швидкості обертання роторів двигунів $w_i\left(i = 1..4\right)$, що надходять ыз регулятора обертання роторі. Вони складаються з програмної швидкості w_o та відхилення Δw_x, Δw_y і Δw_z кутових швидкостей від програмних. Рівняння, що формують керуючі кутові швидкості обертання w_i роторів мають вигляд:

$$w_1 = w_o - \Delta w_x - \Delta w_y - \Delta w_z, \quad w_2 = w_o - \Delta w_x + \Delta w_y + \Delta w_z,$$

$$w_3 = w_o + \Delta w_x - \Delta w_y + \Delta w_z, \quad w_4 = w_o + \Delta w_x + \Delta w_y - \Delta w_z.$$

Із (1) сформуємо наступну лінеаризовану математичну модель обертального руху у вигляді рівняння простору станів:

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot U + G \cdot W, \tag{2}$$

$$X = \begin{bmatrix} \Delta\omega_x \\ \Delta\omega_y \\ \Delta\omega_z \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} \Delta w_x \\ \Delta w_y \\ \Delta w_z \end{bmatrix}, \quad W = \begin{bmatrix} M_{збур.x} \\ M_{збур.y} \\ M_{збур.z} \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix},$$

$$a_{12} = \left[\omega_z \cdot \left(J_y - J_z\right) - 4J_p \Delta w_z\right] \Big/ J_x, \; a_{13} = \omega_y \cdot \left(J_y - J_z\right) \Big/ J_x,$$

$$a_{21} = \left[\omega_z \cdot \left(J_z - J_x\right) + 4J_p \Delta w_z\right] \Big/ J_y, \; a_{23} = \omega_x \cdot \left(J_z - J_x\right) \Big/ J_y,$$

$$a_{31} = \omega_y \cdot \left(J_x - J_y\right) \Big/ J_z, \quad a_{32} = \omega_x \cdot \left(J_x - J_y\right) \Big/ J_z,$$

$$b_{11} = \frac{8m \cdot w_o}{J_x}, \; b_{12} = \frac{-8m \cdot \Delta w_z}{J_y}, \; b_{13} = \frac{-4J_p \omega_y - 8m \cdot \Delta w_y}{J_z},$$

$$b_{21} = \frac{-8m \cdot \Delta w_z}{J_x}, \; b_{22} = \frac{8m \cdot w_o}{J_y}, \; b_{23} = \frac{4J_p \omega_x - 8m \cdot \Delta w_x}{J_z},$$

$$b_{31} = \frac{-8m \cdot \Delta w_y}{J_x}, \; b_{32} = \frac{-8m \cdot \Delta w_x}{J_y}, \; b_{33} = \frac{8c \cdot w_o}{J_z},$$

$$G = \begin{bmatrix} 1/J_x & 0 & 0 \\ 0 & 1/J_y & 0 \\ 0 & 0 & 1/J_z \end{bmatrix},$$

де $\Delta\omega_x$, $\Delta\omega_y$, $\Delta\omega_z$ – відхилення поточної кутової швидкості БПЛА від програмного значення.

Для опису орієнтації мультироторного БПЛА використаємо кватерніони [2]

$$q = \begin{bmatrix} q_o & q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix}^T = \cos\frac{\sigma}{2} + \vec{e}\cdot\sin\frac{\sigma}{2},$$

де σ – кут повороту, $\vec{e}$ – орт миттєвої осі повороту. Кватерніон зв'язаний з кутами повороту БПЛА крену φ, тангажу θ та рискання ψ.

Для визначення похибки керування орієнтацією БПЛА використаємо кватерніон відхилення q_e, який описує різницю між поточної орієнтацією БПЛА q та бажаною орієнтацією $q_{баж}$:

$$q_e = \begin{bmatrix} q_{eo} & q_{e1} & q_{e2} & q_{e3} \end{bmatrix}^T = q^{-1} \otimes q_{баж}. \quad (3)$$

Припускаючи, що $q_{баж}$ є постійним, та використовуючи кінематичне рівняння обертального руху твердого тіла, отримаємо диференціальне рівняння для кватерніону відхилення

$$\dot{q}_e = -\frac{1}{2}\cdot\omega\otimes q_e, \quad \omega = \begin{bmatrix} 0 & \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T. \quad (4)$$

Для синтезу закону керування представимо об'єкт керування його передатними функціями. Структурна схема обертального руху БПЛА відповідно до (4), (2) у вигляді трьох незалежних ланок (рис. 1) із передатними функціями

$$W_{вп.x}(p) = W_{вп.y}(p) = \frac{8m\cdot w_o}{T_p p + 1}, \quad W_{вп.z}(p) = \frac{8c\cdot w_o}{T_p p + 1},$$

$$W_{Mx}^{\omega x}(p) = \frac{1}{J_x p}, \quad W_{My}^{\omega y}(p) = \frac{1}{J_y p}, \quad W_{Mz}^{\omega z}(p) = \frac{1}{J_z p},$$

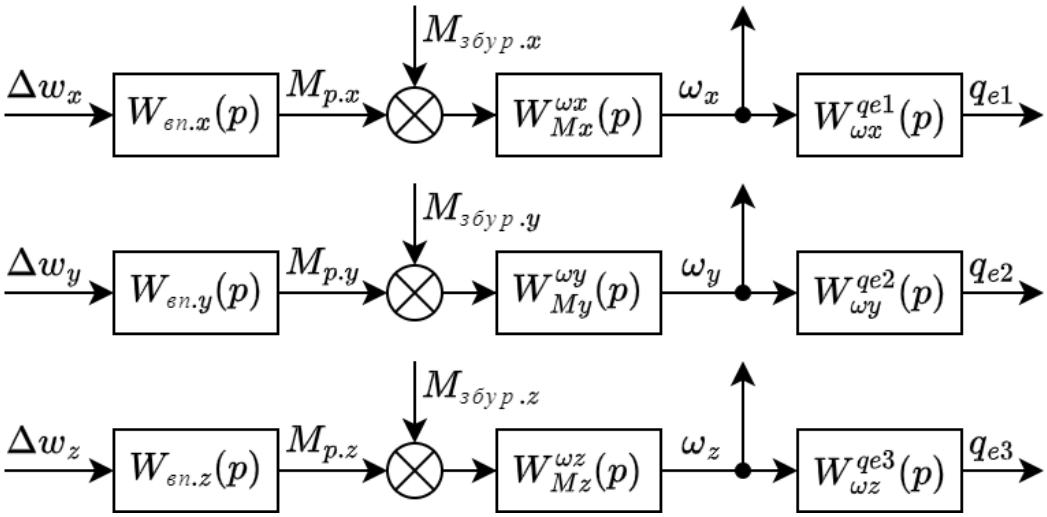

Рис. 1. Структурна схема складової обертального руху БПЛА

$$W_{\omega x}^{qe1}(p) = W_{\omega y}^{qe2}(p) = W_{\omega z}^{qe3}(p) = -\frac{1}{2p},$$

де T_p – стала часу роторів двигунів.

Алгоритм роботи системи керування

Структурна схема системи керування орієнтацією БПЛА наведена на рис. 2.

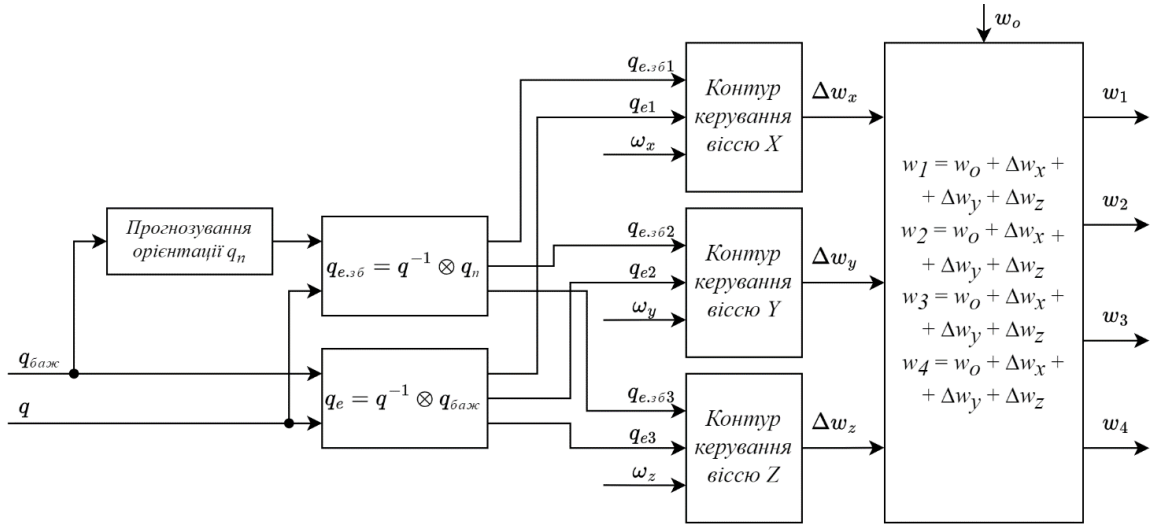

Рис. 2. Структурна схема системи керування орієнтацією

Для керування орієнтацією мультироторного БПЛА використаємо алгоритм керування гарантованої точності, фундаментальний принцип роботи якого описаний у [9], який забезпечує точність керування додатковим контуром компенсації дії збурюючих впливів. Структурну схему контуру керування по осі X наведено на рис. 3. Аналогічну схему мають контури керування по осях Y та Z.

Структурна схема закону керування основного контуру (рис. 3) містить передатні функції контролерів $K_{qe1}(p)$ та $K_{\omega x}(p)$, для синтезу яких використано оптимізаційний метод H_∞-синтезу [3, 4], що передбачає структурний синтез передатних функцій закону керування. На вихід системи для синтезу основного контуру X (рис. 4) ідуть величини α_1 та α_2, оптимізацію яких здійснює метод H_∞-синтезу.

Вимоги до якості перехідного процесу та реагування на збурюючі впливи сформовані ваговими передатними функціями

$$W_1(p) = \frac{\tau_c \cdot p + 3 \cdot \sqrt{\left|\Delta M^{-2} - 1\right|}}{\Delta M^{-1} \cdot \tau_c \cdot p + \varepsilon \cdot 3 \cdot \sqrt{\left|\Delta M^{-2} - 1\right|}},$$

$$W_2(p) = \Delta w_{\max}^{-1}, \quad W_3(p) = \left[\sin\frac{\Delta\sigma_{\max}}{2}\right]^{-1},$$

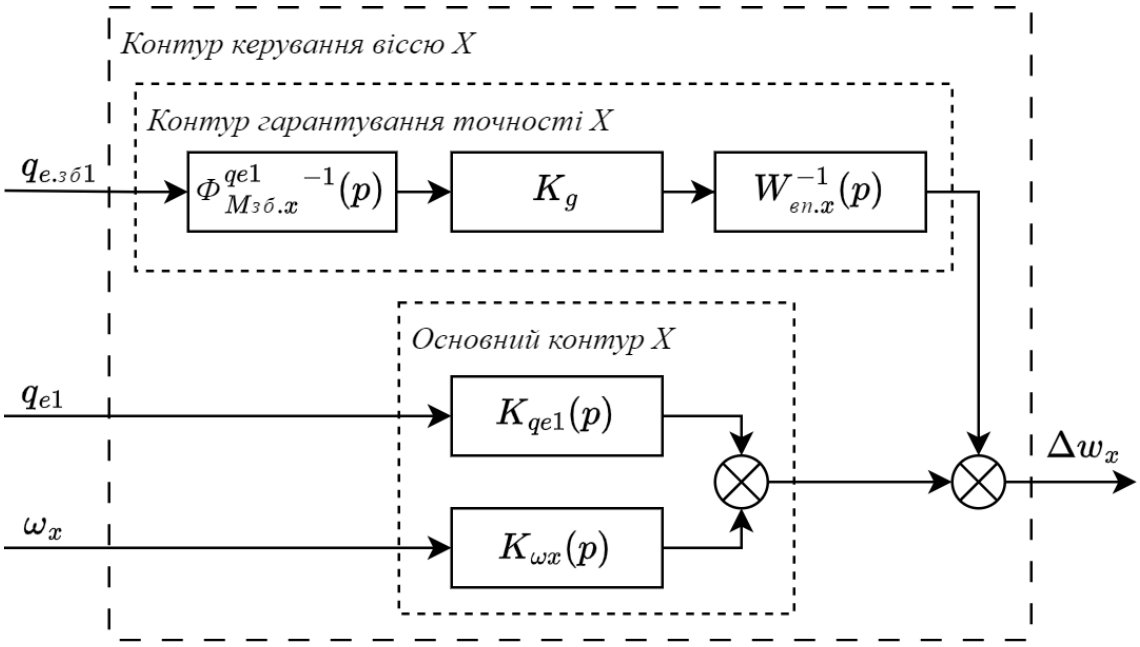

Рис. 3. Структурна схема контуру керування по осі *X*

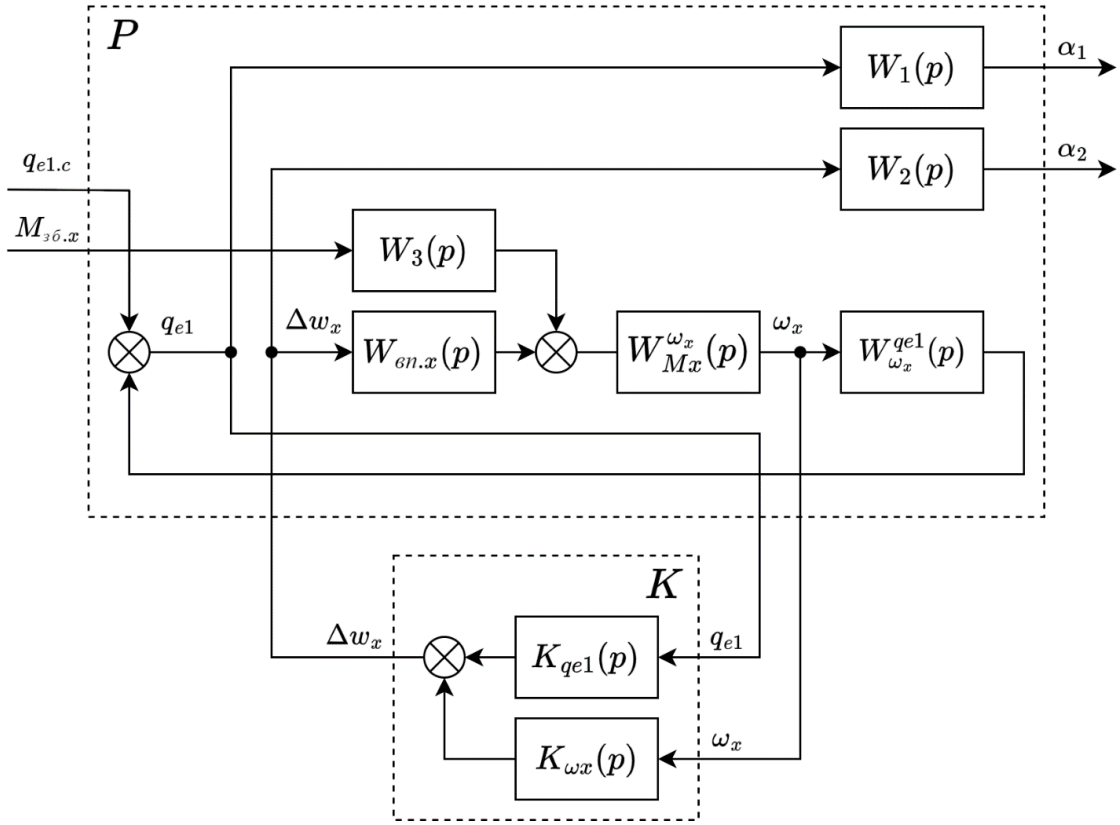

Рис. 4. Структурна схема для синтезу основного контуру по осі X

де τ_c – бажаний час перехідного процесу, ΔM – запас стійкості, ε – мале число, що робить синтез визначення оцінки якості синтезу можливим, Δw_{max} – максимальне значення сигналу Δw_x, $\Delta\sigma_{max}$ – допустиме відхилення кута орієнтації.

Контур гарантування точності (рис. 3) забезпечує компенсацію дії збурення шляхом визначення величини впливу збурення на процес керування. Цей контур створює додатковий момент керування, величина якого (коефіцієнт підсилення контуру) залежить від похибки керування – відхилення змінної стану від програмного значення, викликаного дією збурюючого впливу.

Контур складається із:

– оберненої передатної функції замкненої системи по збуренню:

$$\Phi_{Mзб.x}^{qe1}(p)=\frac{W_{Mx}^{\omega x}(p)\cdot W_{\omega x}^{qe1}(p)}{1-W_{вп.x}(p)\cdot W_{Mx}^{\omega x}(p)\cdot\left[K_{\omega x}(p)-K_{qe1}(p)\cdot W_{\omega x}^{qe1}(p)\right]};$$

– коефіцієнту підсилення :

$$K_g=\frac{\sin\frac{\Delta\sigma_{\max}}{2}}{\sin\frac{\Delta\sigma_{\max}}{2}-\sqrt{1-q_{eo}^2}};$$

– оберненої передатної функції виконавчого пристрою $W_{вп.x}^{-1}(p)$.

Особливістю методу керування гарантованої точності [9,10] є формування компенсуючого моменту за значеннями зміни стану системи в усталеному режимі. Врахуємо динаміку перехідного процесу об’єкту керування при формуванні додаткового (компенсуючого) моменту. Так як основний контур керування (рис. 4) забезпечує оптимальний перехідний процес реагування на програмне керування, будемо формувати компенсуючий момент контуру гарантованої точності пропорційно відхиленню змінної стану (керованої координати) БПЛА від прогнозованої її величини при зміні програмного керування. Для цього створимо в системі керування орієнтацією контур прогнозування орієнтації (рис. 2). Він формує прогнозне значення кватерніону орієнтації q_n моделюванням за умови відсутності збурюючих впливів. Тоді, використовуючи формулу (3) із значенням q_n замість $q_{баж}$, отримуємо формулу для розрахунку кватерніону відхилення орієнтації $q_{e.зб}$, складові векторної частини якого ($q_{e.зб1}$, $q_{e.зб2}$ та $q_{e.зб3}$) надходять до контуру гарантування точності.

Синтез та результати моделювання системи керування орієнтацією

Синтезовані використанням програми *MATLAB*, передатні функції основного контуру мають вигляд

$$K_{qe1}(p)\approx\frac{1{,}736\cdot10^5\cdot(p+200)}{p\cdot(p+776{,}9)},$$

$$K_{qe2}(p) \approx \frac{3{,}104 \cdot 10^5 \cdot (p+7527) \cdot (p+200)}{p \cdot (p+7500) \cdot (p+1041)},$$

$$K_{qe3}(p) \approx \frac{1{,}569 \cdot 10^6 \cdot (p+402{,}2) \cdot (p+200{,}3)}{p \cdot (p+3434) \cdot (p+649{,}1)},$$

$$K_{\omega x}(p) \approx -\frac{6{,}636 \cdot 10^6 \cdot (p+200) \cdot (p+24{,}54)}{p \cdot (p+1{,}242 \cdot 10^4) \cdot (p+776{,}9)},$$

$$K_{\omega y}(p) \approx -\frac{9{,}827 \cdot 10^6 \cdot (p+200) \cdot (p+19{,}71)}{p \cdot (p+7500) \cdot (p+1041)},$$

$$K_{\omega z}(p) \approx -\frac{3{,}565 \cdot 10^6 \cdot (p+200) \cdot (p+16{,}29)}{p \cdot (p+3434) \cdot (p+649{,}1)}.$$

Результати числового моделювання розробленої системи керування орієнтацією БПЛА у режимі стабілізації для не відхиленого положення (програмне значення кутів орієнтації дорівнюють нулю), за заданої допустимої похибки керування 5°, за величини постійного збурюючого моменту 2 Н·м вздовж осі *X*, починаючи із 0,3 с, показані на рис. 5. Зміна кутів орієнтації по осях *Y*, *Z* має такий же характер.

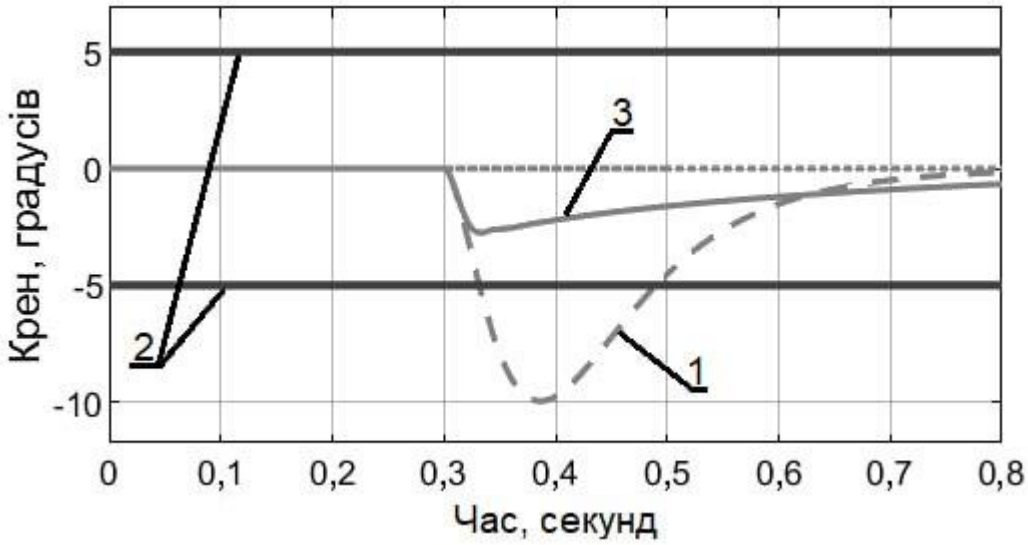

Рис. 5. Графіки зміни кутів орієнтації БПЛА у режимі стабілізації

Як показують результати моделювання (рис. 5), за відсутності контуру гарантування точності похибка керування (лінія 1) перевищує допустиму похибку (лінії 2). За його наявності у складі системи керування похибка керування (лінія 3) не перевищує допустиму похибку.

Числове моделювання розробленої системи керування орієнтацією БПЛА по осі *X* у режимі керування із програмними значеннями кутів орієн-

нтації 45°, які задаються на 0,1 с за таких самих умов представлено на рис. 6. Зміна кутів орієнтації по осях *Y*, *Z* має такий же характер.

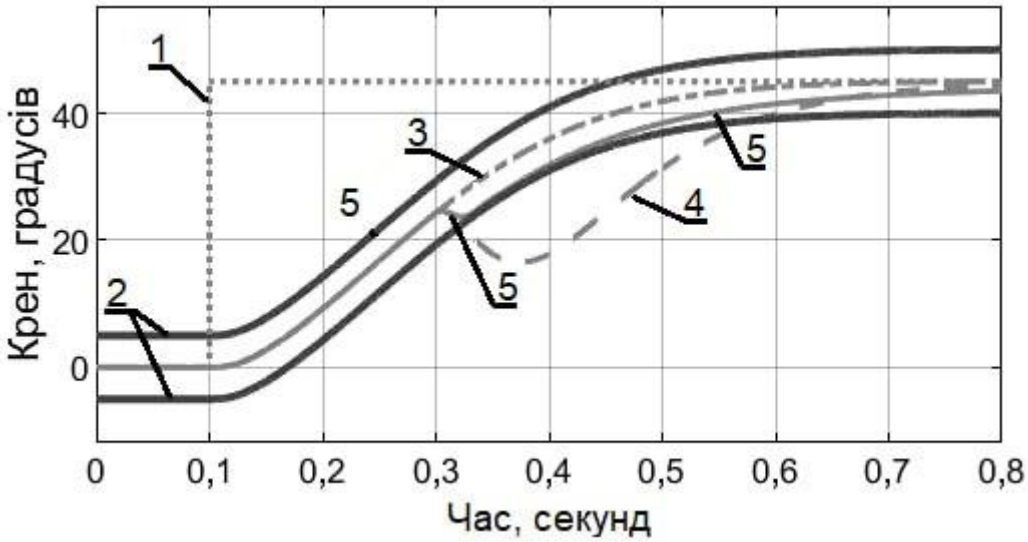

Рис. 6. Графіки зміни кутів орієнтації БПЛА у режимі керування

Як показують результати моделювання (рис. 6), після отримання нового значення програмного кута орієнтації (лінія 1) межі допустимої похибки (лінії 2) змінюються разом з прогнозним значенням орієнтації (лінія 3) відповідно до оптимального перехідного процесу системи керування. За відсутності контуру гарантування точності похибка керування (лінія 4) перевищує допустиму похибку. За його наявності у складі системи керування похибка керування (лінія 5) не перевищує допустиму похибку. Це підтверджує ефективність роботи розробленого алгоритму керування орієнтацією БПЛА гарантованої точності при дії невизначних зовнішніх збурень у режимі зміни програмної орієнтації БПЛА.

Висновки

Запропонований модифікований алгоритм системи керування орієнтацією мультироторного безпілотного літального апарату гарантованої точності, який полягає у формуванні діапазону допустимої похибки керування, як відхилення від параметрів оптимального перехідного процесу системи без збурення. Показано, що цей алгоритм забезпечує утримання похибки керування орієнтацією БПЛА у наперед заданих межах при дії на БПЛА невизначених збурень. Числовим моделюванням показана ефективність компенсації дії невизначених збурень як у режимі стабілізації орієнтації, так і у режимі керування.

Reference

1. *M. Rinaldi, S. Primatesta, G. Guglieri*. A Comparative Study for Control of Quadrotor UAVs. Applied Sciences. 13(6):3463. 2023. https://doi.org/10.3390/app13063464.
2. *E. Fresk, G. Nikolakopoulos*. Full quaternion based attitude control for a quadrotor. 2013 European Control Conference (ECC), Zurich, Switzerland. 2013. P. 3864—3869. https://doi.org/10.23919/ECC.2013.6669617.
3. *O. A. Sushchenko, A. V. Goncharenko*. Design of Robust Systems for Stabilization of Unmanned Aerial Vehicle Equipment. International Journal of Aerospace Engineering. 2016. Vol. 2016. 6054081. https://doi.org/10.1155/2016/6054081.
4. *K. Vinida, Chacko, Mariamma*. Implementation of speed control of sensorless brushless DC motor drive using H-infinity controller with optimized weight filters. International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS). 12, 2021 – 1379-1389 p. http://doi.org/10.11591/ijpeds.v12.i3.pp1379-1389.
5. *C. P. Bechlioulis, G. A. Rovithakis*. Robust adaptive control of feedback linearizable MIMO nonlinear systems with prescribed performance. IEEE Transactions on Automatic Control. 2008. Vol. 53, No. 9. P. 2090–2099. https://doi.org/10.1109/TAC.2008.929402.
6. *Kapnopoulos, C. Kazakidis, A. Alexandridis*, Quadrotor trajectory tracking based on backstepping control and radial basis function neural networks, Results in Control and Optimization, 2024, Volume 14, 100335, https://doi.org/10.1016/j.rico.2023.100335.
7. *Y. Li, T. Yang*, Finite-Time Prescribed Performance Tracking Control for Unmanned Helicopter System Using Neural Network. Processes 2024, 12, 1559, https://doi.org/10.3390/pr12081559.
8. *Wu Q., Zhu Q*. Prescribed Performance Fault-Tolerant Attitude Tracking Control for UAV with Actuator Faults. Drones. 2024. Vol. 8, No. 5. P. 204. https://doi.org/10.3390/drones8050204.
9. *O. V. Zbrutsky, V. Osokin, M. Zheng*. Mathematical model of the automatic control system in the problem of guaranteed accuracy. Mechanics of Gyroscopic Systems: Scientific and Technical Collection, №42, 2021 – 34–43 p. https://doi.org/10.20535/0203-3771422021268462.
10. *O. Zbrutsky, I. Zagirska, V. Osokin*. Disturbance-Invariant Automatic Control Systems Of Unmanned Aerial Vehicles // 2024 IEEE 7th International Conference on Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Development (APUAVD). Proceeding. October 22-24, 2024, Kyiv, Ukraine. Pp. 120-123. Catalog Number: CFP2429V-USB. ISBN: 979-8-3315-3413-4. https://doi.org/10.1109/APUAVD64488.2024.10765861.