УДК 629.7.05

*DOI*:https://doi.org/10.20535/0203-3771492025334112

**М. Г. Черняк**[1], *к.т.н., доцент*, **В. Б. Романченко**[2], *магістр*

# ЗМЕНШЕННЯ ВПЛИВУ ШВИДКОГО ОБЕРТАННЯ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ НА ДІАПАЗОН ВИМІРЮВАННЯ І ТОЧНІСТЬ ДАТЧИКІВ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

**Ua**

Розглянуто спосіб зменшення впливу швидкого обертання літального апарату на діапазон вимірювання і точність датчиків інерціальної навігаційної системи.

Запропоновано використання поворотної платформи, яка має властивості фізичного маятнику та може вільно обертатись навколо осі, що співпадає з віссю обертання літального апарату по крену. На цій платформі передбачається розміщення інерціального вимірювального модуля (ІВМ), який буде вимірювати інерціальні параметри руху платформи в середині літального апарату. Для визначення інерціальних параметрів руху літального апарату додатково використовується датчик кутового положення корпусу літального апарату відносно платформи, параметри руху якої в інерційному просторі визначені за допомогою ІВМ. Суттєва різниця кутових швидкостей обертання платформи та літального апарату дозволяє зменшити діапазон вимірювання й підвищити точність датчиків інерціальної навігаційної системи.

Моделювання для різних типів літальних апаратів підтвердило можливість зменшення кутової швидкості обертання платформи не менше ніж у 10 разів по відношенню до кутової швидкості обертання літальних апаратів по крену. Це дозволяє у відповідну кількість разів зменшити діапазон вимірювання датчика кутової швидкості за креном та його мультиплікативну похибку. Додатково це зменшує похибки від перехресної чутливості двох інших датчиків кутової швидкості.

[1] *КПІ ім. Ігоря Сікорського*
[2] *випускник КПІ ім. Ігоря Сікорського*

Ефективність методу підтверджена для широкого кола літальних апаратів, які здійснюють обертання по крену з великою швидкістю.

**En** A method for reducing the impact of rapid aircraft rotation on the measurement range and accuracy of inertial navigation system sensors is presented.

The use of a rotating platform is proposed. This platform possesses the properties of a physical pendulum and can freely rotate around an axis aligned with the aircraft's roll axis. An inertial measurement unit (IMU) is placed on this platform to measure the inertial motion parameters of platform within the aircraft. To determine the inertial motion parameters of the aircraft, a sensor of the angular position of the aircraft's body relative to the platform is used. The parameters of the platform's motion in inertial space are determined by the IMU. A significant difference in angular rotation speeds between the platform and the aircraft enables a reduction in the measurement range and an improvement in the accuracy of the inertial navigation system sensors.

Modeling for various types of aircraft has confirmed the possibility of reducing the platform's angular rotation speed in at least 10 times compared to the aircraft's roll angular speed. This allows the measurement range of the roll angular rate sensor and its multiplicative error to be reduced proportionally. Additionally, it decreases errors caused by the cross-sensitivity of the two other angular rate sensors.

The effectiveness of the method has been confirmed for a wide range of aircraft performing high-speed roll maneuvers.

## Вступ

Серед сучасних малогабаритних літальних апаратів (ЛА) спеціального призначення широкого застосування набули ті, що здійснюють обертання навколо осі крену з великою кутовою швидкістю [1, 2]. Обертання забезпечує їх стабілізацію на траєкторії та аеродинамічну стійкість, але водночас ускладнює їх автономну навігацію за допомогою безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС), інерціальний вимірювальний модуль (ІВМ) якої побудово на мікромеханічних датчиках кутової швидкості (ДКШ) і акселерометрах (АК) [3].

Джерелом проблеми є велика мультиплікативна похибка вимірювання кутової швидкості цього обертання подовжнім ДКШ (далі - ДКШ крену), а відповідно і велика похибка визначення кута крену в БІНС. Найгіршим наслідком цього є велике бокове відхилення ЛА від програмної траєкторії польоту, яке кубічне зростає за часом [4, 5].

Зараз для зменшення такого негативного впливу власного обертання ЛА на точність його навігації розробники БІНС для таких ЛА застосовують наступні шляхи:

– використовують у якості ДКШ крену більш високоточні гіроскопи (волоконно-оптичні, або лазерні з мінімально можливими похибками їх масштабного коефіцієнту), що підвищує вартість, масу і габарити БІНС [3];

– здійснюють корекцією положення ЛА в польоті від супутникових навігаційних систем, або інших зовнішніх джерел навігаційної інформації, але при цьому втрачається головна перевага інерціальної навігації – її автономність [6 – 8];
– застосовують одновісний індикаторний стабілізатор, який стабілізує положення платформи з ДКШ і АК у площині місцевого горизонту і розвантажує їх від обертання ЛА [3, 6-9]. Однак конструкції таких систем складні в реалізації і дороги для малогабаритних ЛА.

Отже, актуальною є задача пошуку інших методів вирішення зазначеної проблеми точного визначення кута крену в БІНС ЛА, що швидко обертається.

**Постановка задачі**

Метою статті є розробка нового методу зменшення впливу швидкого обертання ЛА по крену на діапазон вимірювання і точність датчиків його БІНС.

**Поворотна платформа з інерціальним вимірювальним модулем БІНС**

Пропонується інерціальний вимірювальний модуль БІНС, що складається з трьох ДКШ і трьох АК, встановити на спеціальну платформу із властивостями фізичного маятника, яка може вільно обертатися у підшипниках навколо осі, що збігається з віссю обертання ЛА. Це дозволить зменшити швидкість обертання ІВМ в інерціальному просторі порівняно зі швидкістю обертання корпусу ЛА.

Хоча платформа механічно розділена з корпусом ЛА, тертя в підшипниках викликає її збурення та, як наслідок, також деяке обертання за корпусом ЛА. Щоб стабілізувати положення платформи під час такого збурення, її центр мас зміщується нижче осі обертання, створюючи момент сили тяжіння, який протидіє збуренню.

У результаті платформа здійснює маятниковий обертальний рух при якому момент тертя у підшипниках збурює її обертання за корпусом ЛА, а момент сили тяжіння намагається повернути платформу у початкове положення. Таким чином, платформа фізично стабілізується у положенні відхиленому від початкового на деякий кут $\varphi$ (рис. 1).

Для вимірювання кутового положення платформи відносно корпусу ЛА на осі її обертання встановлюється енкодер, зв’язаний із корпусом ЛА. Він точно вимірює кут розбіжності, який позначається $\gamma'$.

Для опису кінематики руху платформи в середині ЛА, що обертається з великою кутовою швидкість по крену введемо системи координат (рис. 1):

- *OXYZ* – це рухома система координат, що жорстко зв'язана з ЛА (*OX* – повздовжня, *OY* – вертикальна вісь ЛА, а *OZ* – бокова осі ЛА);
- $OX_gY_gZ_g$ –проміжна рухома система координат, також зв'язана з ЛА, але така, що не здійснює обертання за креном ($OX_g$ – це повздовжня, $OY_g$ –вертикальна, $OZ_g$ – бокова осі ЛА). У початковий момент руху ЛА, коли обертання за креном ще не розпочалось, осі *OY* та $OY_g$ й осі *OZ* та $OZ_g$ співпадають. У польоті осі *OY* та *OZ* обертаються на кут крену γ відповідно;
- *OX'Y'Z'* - рухома система координат, зв'язана з платформою: (*OX'* –вісь обертання платформи, яка співпадає з віссю обертання ЛА за креном). Кут γ' – кут розбіжності між положеннями корпусу ЛА і платформи, цей кут вимірюється енкодером.

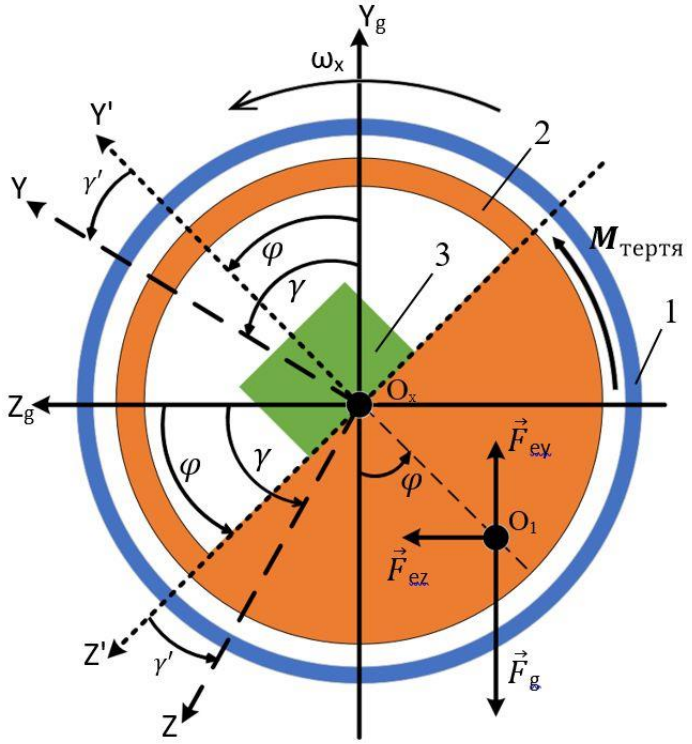


Рис. 1. Кінематична схема маятникової платформи:
1 – корпус ЛА, 2 – платформа, що обертається,
3 — інерціальний вимірювальний модуль

У разі розміщення ІВМ на платформі з відповідною початковою орієнтацією у польоті ДКШ крену буде вимірювати кутову швидкість обертання стабілізованої платформи в інерційному просторі $\dot{\varphi}$, яка буде значно меншою ніж кутова швидкість обертання ЛА за креном $\omega_X$ .

**Математична модель платформи з ІВМ**

Під час руху ЛА та його обертання за креном на платформу будуть діяти зовнішні моменти навколо осі її обертання. Згідно законів динаміки

відносного руху рівняння моментів, що діють на платформу має вигляд[10]:

$$I\ddot{\varphi} = M_{тертя} + M_{інерції} + M_{тяжіння} \qquad (1)$$

де $I$ – це момент інерції платформи з встановленим на неї ІВМ відносно осі обертання; $M_{тертя}$ – це моменти тертя, які виникають під час обертання платформи відносно корпусу ЛА; $M_{інерції}$ – це моменти сил інерції, які виникають через переносний рух ЛА; $M_{тяжіння}$ – момент сили тяжіння.

На рис. 1 показано прикладені до центру маси $O_1$ платформи приложено проєкції $F_{ey} = m \cdot a_y$ і $F_{ez} = m \cdot a_z$ переносної сили інерції на осі $OZ_g$ і $OY_g$ відповідно ($a_y$, $a_z$ – проекції прискорення ЛА на відповідні осі) напрямок дії яких протилежний напрямку переносного прискорення ЛА. Моменти сил інерції визначається за формулою

$$M_{інерції} = F_{ey} \cdot l \cdot \sin\varphi - F_{ez} \cdot l \cdot \cos\varphi ,$$

де $l$ –відстань між віссю обертання платформи (т.О) та її центром мас (т. $O_1$).

Проекція сили тяжіння на площину OYZ і момент від її дії дорівнюють:

$$F_g = m \cdot g \cdot \cos\theta ; \qquad M_{тяжіння} = -m \cdot g \cdot l \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi ,$$

де $\theta$ – кут тангажу ЛА; $m$ –сумарна маса платформи і ІВМ, $g$ – прискорення сили тяжіння.

Тертя в підшипниках є зміною величиною, яка залежить від складових реакції опори $R_X, R_Y, R_Z$ у підшипниках, яка динамічно змінюється під час руху та маневрів ЛА, та швидкості $\dot{\varphi}$ обертання платформи відносно корпусу ЛА.

Врахуємо усе це у рівнянні (1), яке перетворимо до вигляду

$$I\ddot{\varphi} = M_{тертя}(R_X, R_Y, R_Z, \dot{\varphi}) - ml \cdot (\sin\varphi \cdot (a_Y - g \cdot \cos\theta) + a_Y \cdot \cos\varphi) . \qquad (2)$$

Рівняння (2) є математичною моделлю платформи, яка має властивості фізичного маятнику та може вільно обертатись навколо осі, що співпадає із віссю обертання ЛА по крену. За допомогою рівняння (3) можна визначити динаміку обертання платформи за різних умов руху ЛА, зокрема визначити кутове положення платформи $\varphi$ та кутову швидкість $\dot{\varphi}$ її обертання. Рівняння (3) через змінні значення кутового положення платформи $\varphi$ у великому діапазоні та непрогнозоване значення моменту тертя $M_{тертя}$ не має аналітичного розв'язку, тому для дослідження динаміки обертання платформи за різних умов руху ЛА необхідно використовувати числові методи його розв'язку.

**Результати моделювання руху платформи за різних умов польоту**

Шляхом чисельного розв'язку рівняння (2) було обчислено значення кутової швидкості обертання платформи $\dot{\varphi}$ та кута $\varphi$ відхилення платформи від її початкового положення у польоті.

Для аналізу характеру руху платформи під час польоту ЛА за умови його Вхідними даними для моделювання було обрано значення кута тангажу, кутової швидкості обертання ЛА за креном, прискорення (перевантаження) для двох гіпотетичних типових ЛА за різних умов польоту:

– тип 1 – ЛА із дальністю польоту 100 км по балістичній траєкторії з тривалістю польоту 60 – 200 с;
– тип 2 – ЛА, які запускаються із рухомого носія типу гвинтокрил, має дальність польоту 10 – 20 км і тривалість польоту 30 – 50 с.

Під час проведення моделювання обертання платформи значення моменту тертя визначалось за формулою Шеффлера [11]:

$$M_{тертя} = M_0 + M_1 = f_0 \cdot 10^{-7} \cdot (\nu \cdot n)^{\frac{2}{3}} \cdot d_m^3 + f_1 \cdot R \cdot d_m ,$$

де $M_0$ – момент тертя, який залежить від швидкості обертання підшипника, $M_1$ – момент тертя, який залежить від навантаження підшипника, $f_0$ – емпіричний коефіцієнт для складової моменту тертя обумовленої обертанням, $f_1$ – емпіричний коефіцієнт для складової моменту тертя обумовленої навантаженням підшипнику, $d_m$ – середній діаметр підшипника, $\nu$ – кінематична в'язкість мастила при робочій температурі, $R$ – радіальне навантаження для підшипника, $n$ – частота обертання підшипника.

Диференціальне рівняння (2) було розв'язано методом Рунге-Кути 4-го порядку.

Моделювання руху платформи для ЛА типу 1 проводилось із вихідними даними (значення поперечного прискорення $a_y$, поперечного прискорення $a_z$, кута тангажу $\theta$ та кутової швидкості обертання $\omega_x$) взятими із [12].

У результаті моделювання отримані значення кута відхилення платформи від нульового положення $\varphi$ та кутової швидкості обертання платформи $\dot{\varphi}$ надані на рис. 2. Порівняння кутових швидкостей обертання ЛА та платформи показано на рис. 3.

Аналіз рисунків 2 і 3 показує, що:

– на початковій ділянці розгону ЛА (формування початкової швидкості перед виходом на балістичну траєкторію) на стабілізацію платформи впливають разом момент сили тяжіння і момент інерції, що зумовлює невеликі коливання платформи в інерційному просторі навколо початкового положення;
– на ділянці балістичного руху через умови вільного падіння («невагомість») вплив моменту сили тяжіння майже зникає, тому платформа починає обертатись під дією тертя у підшипниках, але з кутовою швидкістю, значно меншою за обертання ЛА по крену;
– під час наведення ЛА (активне керування вздовж осей OY і OZ) на платформу впливають значні моменти сил інерції, що спричиняє її розгойдування та обертання. Кутова швидкість платформи на цій ділянці зростає, має змінний характер і тенденцію до збільшення, однак все одно залишається меншою за швидкість обертання ЛА по крену;
– порівняння швидкостей обертання ЛА та платформи впродовж усього польоту підтверджує припущення того, що кутова швидкість обертання платформи буде значно меншою за кутову швидкість обертання ЛА.

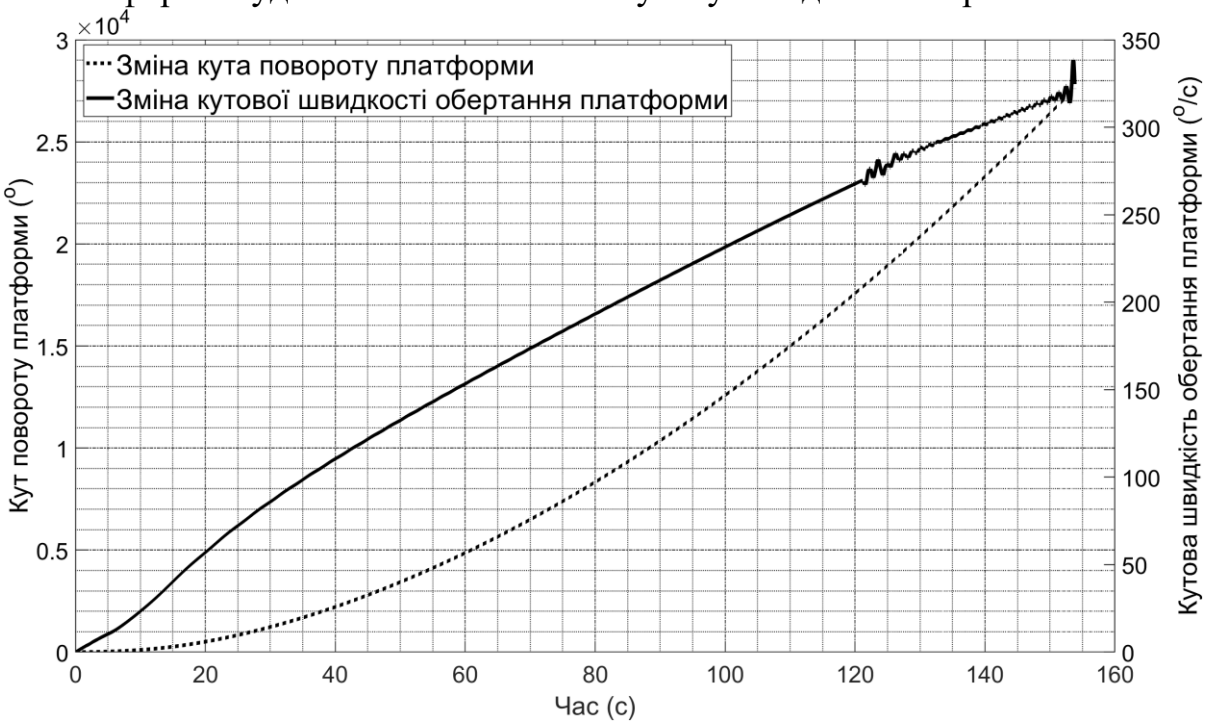


Рис. 2. Зміни кута повороту платформи та кутової швидкості її обертання за час польоту ЛА типу 1

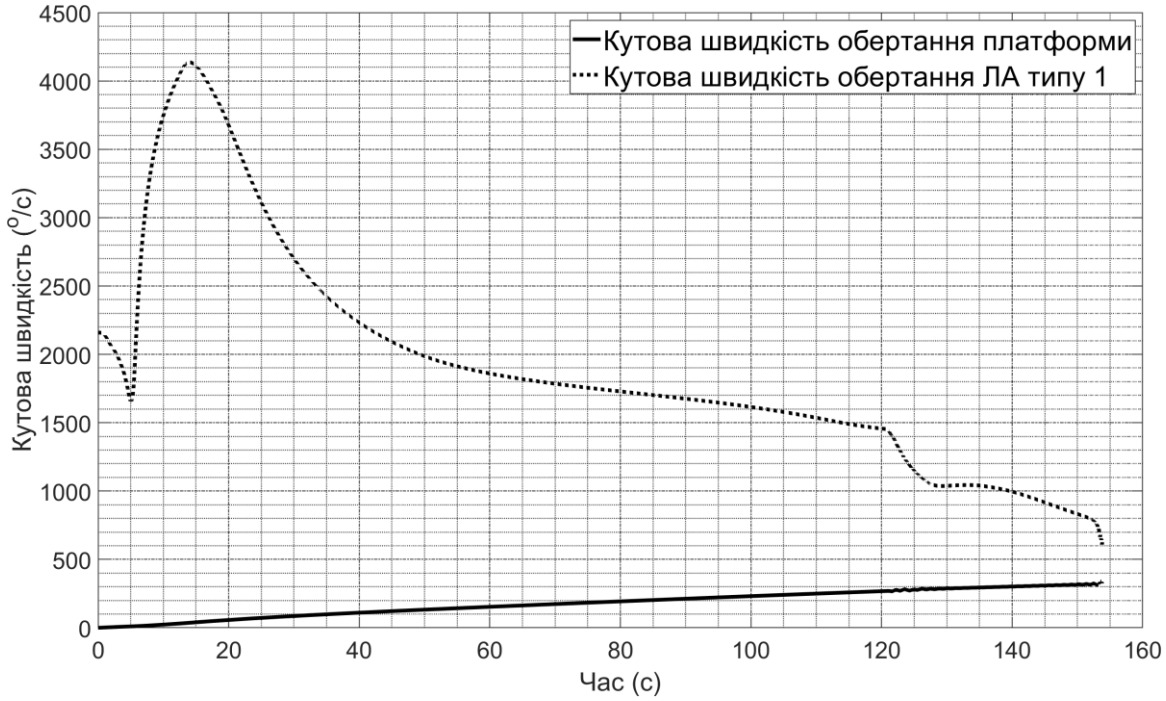


Рис. 3. Значення кутових швидкостей обертання ЛА типу 1 та платформи

Вхідні дані для моделювання руху платформи для ЛА типу 2 було запозичено із [13]. Результаті моделювання, аналогічні за призначенням попереднім, наведено на рис. 4 і рис. 5.

Рис. 4. Зміни кута повороту платформи та кутової швидкості її обертання за час польоту ЛА типу 2

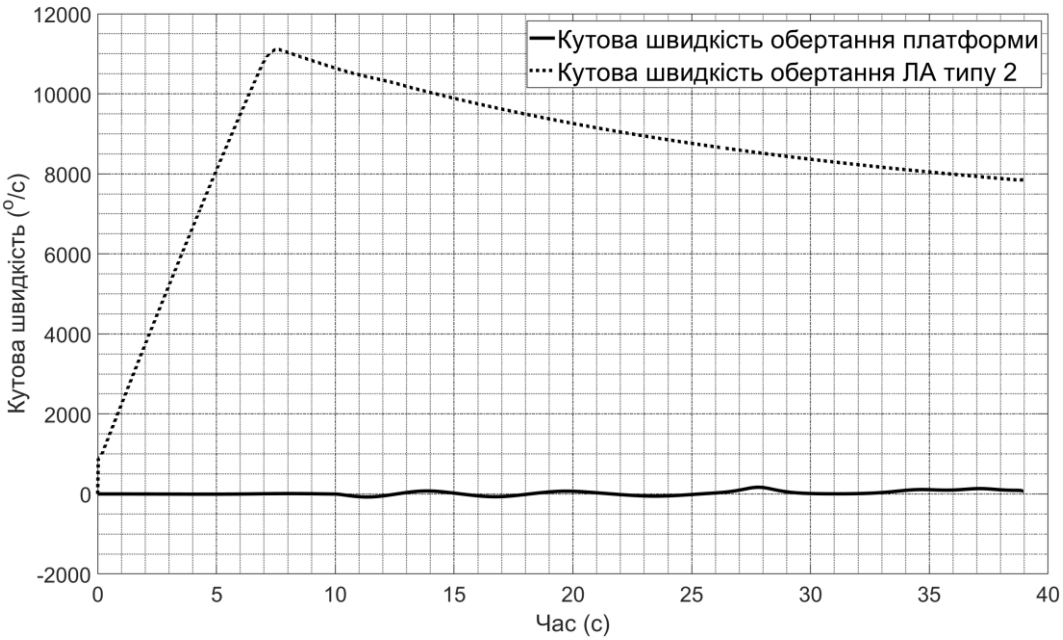


Рис. 5. Значення кутових швидкостей обертання ЛА типу 2 та платформи

Із рис. 4 і рис. 5 слідує наступне:

– на початковій ділянці розгону ЛА (формування початкової швидкості перед наведенням) платформа здійснює коливальний рух навколо початкового положення (як правило, місцевого горизонту), оскільки момент сили тяжіння значно переважає момент тертя у підшипниках. У результаті обертання ЛА по крену майже не впливає на положення платформи, викликаючи лише незначні її збурення через тертя;
– на ділянці наведення ЛА, коли виконується активне керування вздовж осей OY і OZ, з'являються сильні збурення в обертанні платформи. Вони зумовлені моментами інерційних сил, що значно перевищують стабілізуючій момент тяжіння. Унаслідок цього платформа майже коливально змінює своє положення з тенденцією до збільшення. Кутова швидкість платформи має змінний характер і також тенденцію до збільшення, але все ще залишається значно меншою за швидкість обертання ЛА по крену;
– порівняння швидкостей обертання ЛА та платформи впродовж усього польоту також, як і для ЛА типу 1, підтверджує припущення того, що кутова швидкість обертання платформи буде значно меншою за кутову швидкість обертання ЛА протягом усього польоту.

**Аналіз отриманих результатів моделювання**

За результатами проведеного моделювання можна стверджувати, що:

– поворотна платформа в усіх варіантах ЛА та за будь-яких умов польоту ефективно знижує обертання ІВМ порівняно з швидкісним обертанням

самого ЛА по крену. При цьому сама платформа здійснює коливально-обертовий рух із істотно нижчою кутовою швидкістю, ніж корпус ЛА.

– рух платформи значною мірою залежить від моментів сил інерції, що виникають під час маневрів ЛА, оскільки саме вони збурюють платформу та відхиляють її від початкового положення;
– за відсутності активних маневрів і мінімальних збурень уздовж поперечних осей платформа здебільшого здійснює коливання навколо початкового положення (як правило, місцевого горизонту). Момент сили тяжіння здатен подолати тертя в підшипнику, тому крен ЛА майже не впливає на положення платформи, спричиняючи лише незначні її коливання;
– у разі активного керування ЛА по осях *OY* та *OZ* виникають значні інерційні збурення платформи, що призводить до динамічної зміни її положення, зростання кутової швидкості обертання із подальшою втратою її стабілізації (у більшості випадків платформа не повертається до початкового положення);
– навіть у разі значного відхилення платформи, її кутова швидкість залишається суттєво меншою, ніж кутова швидкість обертання ЛА по крену. Відношення абсолютних максимумів цих кутових швидкостей для типів ЛА що розглянуто наведено у табл. 1;

***Таблиця* 1.**

Відношення абсолютних максимумів кутових швидкостей ЛА та платформи

| Тип ЛА | Дальність і час польоту ЛА | Значення відношення |
|---|---|---|
| ТИП 1 | 100 км , 153 с | 12 |
| ТИП 2 | 15 км , 39 с | 66 |

– на балістичній ділянці траєкторії польоту ЛА типу 1 виникають умови вільного падіння («невагомості»), що нівелює вплив сили тяжіння на рух та стабілізацію платформи. Ефективне утримання платформи біля її початкового положення відбувається лише на етапі розгону ЛА. Однак у цілому за весь час польоту кутова швидкість обертання платформи залишається суттєво (у десятки разів) нижчою за кутову швидкість обертання ЛА.

**Висновок**

Запропоновано для зменшення впливу швидкого обертання ЛА по креном на діапазон вимірювання і точність датчиків його БІНС використання поворотної платформи, яка має властивості фізичного маятнику та може вільно обертатись навколо осі, що співпадає з віссю обертання ЛА. На цій платформі передбачається розміщення ІВМ його БІНС, який буде

вимірювати інерціальні параметри руху платформи в середині літального апарату.

Суттєва різниця кутових швидкостей обертання платформи та літального апарату дозволяє зменшити діапазон вимірювання й підвищити точність датчиків БІНС.

Для найбільш розповсюджених двох типів ЛА що обертаються показано, що кутова швидкість обертання платформи суттєво менша за кутову швидкість обертання самого ЛА. Це дозволяє значно знизити вимоги до діапазону вимірювання ДКШ крену, зокрема у 10 разів для ЛА типу 1, та у 60 разів для ЛА типу 2. У відповідну кількість разів буде зменшено його мультиплікативну похибку. Додатково зменшуються похибки від перехресної чутливості двох інших датчиків кутової швидкості.

**Список використаних джерел**

1. *F. Fresconi* and *P. Plostins*. *Control Mechanism Strategies for Spin-Stabilized Projectiles*“. Aberdeen Proving Ground, MD: U.S. Army Research Laboratory, США, 2008.
2. *Вакал А., Степаненко О., Дорофеєв М.* Аналіз можливих способів підвищення точності реактивних снарядів середнього калібру шляхом комплектування їх системою керування //*Соціальний розвиток і безпека*. – 2021. т. 1, № 1, С. 12–18.
3. *Хижняк Є. Є., Черняк М .Г.* Підвищення точності бесплатформної інерціальної навігаційної системи літального апарату при швидкому обертанні по крену //Механіка гіроскопічних систем. – 2024. - вип. 48 - С. 98–107.
4. *S. Habibi, S. Cooper, B. Sauter* and *B. Dutoit*. Gun hard inertial measurement unit based on MEMS capacitive accelerometer and rate sensor. *IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium.* – 2008, С. 232-237.
5. *Мелешко В. В., Нестеренко О. І.* Безплатформні інерціальні навігаційні системи. навч. посіб. - Кіровоград, Полимед-Сервис, 2011. – 173с.
6. *N. Liu, R. Hu, J. Li, S. Zhu and R. Fan*. “Research on navigation method of high speed differential rotation guided ammunition with ballistic assistance prediction under GNSS denial“. *Defence Technology*, 2025.
7. *D. Florczak, D. Miedziński* and *R. Głębocki*, “Navigation support system for rotating missiles”. *Automation 2024: Advances in Automation, Robotics and Measurement Techniques*. Cham, Швейцарія: Springer, 2024.
8. *F. Liu, Z. Shu, H. Zhao, Q. Li* and *C. Li*. “Attitude measurement for high-spinning projectile with a hollow MEMS IMU consisting of multiple accelerometers and gyros“. *Sensors*. – 2019. – т. 19, № 8, С. 140-158.

9. *S. Wei, W. Daxue, X. Longwei* and *X. Lingling*. “MEMS-based rotary strapdown inertial navigation system“. *Elsevier*. – 2013. – № 46, С. 2585-2596.
10. *Павловський М. А. Теоретична механіка*. – К. Техніка. 2002, 511 с.
11. *M. Zander, M. Otto, T. Lohner* and *K. Stahl*. “Evaluation of friction calculation methods for rolling bearings“. *Forschung im Ingenieurwesen. 2023*.- т. 87, № 4, С. 1307–1316.
12. *B. Li, X. Rui, G. Wang, J. Zhang* and *Q. Zhou*. “On modeling and dynamics of a multiple launch rocket system*,” Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*. – 2021. – т. 235, № 12, С. 1664–1686.
13. *Коростельов О. П, О. В. Боровик, В. В. Зубарєв, О. П. Ковтуненко, Теоретичні основи проектування ствольних керованих ракет* /О. П. Коростельов, О. В. Боровик, В. В. Зубарєв, О. П. Ковтуненко. - К, НАУ, 2007. – 455 с.