

М. М. Чепілко¹, д.ф.-м.н., професор, С. О. Пономаренко², к.т.н., доцент

КІЛЬКІСНІ ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ ЧУТЛИВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ФЕРОМАГНІТНОГО ГІРОСКОПА

Ua

У статті розглянуті фізичні основи застосування сучасних нанотехнологій для розробки нанорозмірного феромагнітного гіроскопа для систем керування малогабаритними рухомими об'єктами. Запропонована модель феромагнітного гіроскопа базується на використанні періодичної структури (псевдокристал) із когерентних монодомених феромагнітних квантових точок, які перебувають у стані квантової левітації. Особливістю запропонованої моделі феромагнітного гіроскопа є відсутність будь-яких механічних компонентів, що дозволить забезпечити високу надійність і чутливість приладу. Встановлена залежність амплітудно-частотної характеристики інтенсивності поглинання енергії гармонійного магнітного поля псевдокристалом від його орієнтації у просторі, що може бути покладена в основу розробки феромагнітного гіроскопа.

En

The article deals with the physical foundations of the application of modern nanotechnologies for the development of a nano-sized ferromagnetic gyroscope for control systems of small moving objects. The proposed model of a ferromagnetic gyroscope is based on the use of a periodic structure (pseudocrystal) of coherent monodomain ferromagnetic quantum dots (FCDs) that are in a state of quantum levitation. A feature of the proposed ferromagnetic gyroscope model is the absence of any mechanical components, which will ensure high reliability and sensitivity of the device. The dependence of the amplitude-frequency characteristic of the intensity of energy absorption of a harmonic magnetic field by a pseudocrystal on its orientation in space has been established, which can be used as a basis for the development of a ferromagnetic gyroscope.

Вступ

Ідеї застосування сучасних нанотехнологій у розробці нанорозмірних та енергоефективних чутливих вимірювачів є предметом теоретичних і практичних досліджень [1, 2, 4, 5]. Практичний інтерес викликає створення феромагнітного гіроскопа для систем керування малогабаритними рухомими об'єктами.

У роботі [1] запропонована модель феромагнітного гіроскопа із нанорозмірними чутливими елементами. У якості такого чутливого елемента пропонується використати періодичну структуру (псевдокристал) із когерентних монодомених феромагнітних квантових точок (ФКТ), що локалі-

¹ КПП ім. Ігоря Сікорського

² КПП ім. Ігоря Сікорського

зовані у сферичних наноконтейнерах, де вони перебувають у стані квантової левітації. Для розроблення моделі феромагнітного гіроскопа у [1] вибиралися N сферично–симетричних наноконтейнерів в околі центру яких у стані квантової левітації знаходяться феромагнітні квантові точки, тобто сферично–симетричні об'єкти створені із феромагнітного матеріалу із характеристичним розміром $d \leq 10$ нм. Така конструкція перетворює ФКТ у суперпарамагнітний об'єкт [2 – 6], який внаслідок ефекту Ейнштейна – де Гааза [7 – 9] буде мати момент імпульсу, що зберігається у часі.

У роботах [10, 11] висловлювалися пропозиції використати класичний ефект Ейнштейна - де Гааза [1, 3] для побудови феромагнітних гіроскопів. Однак у випадку масивних кристалів ці ефекти мають низькі кількісні показники, що непридатні для практичного застосування, а мають лише академічний інтерес. Водночас, у разі наноб'єктів, що мають квантові властивості, ситуація може бути якісно іншою.

Із таких нанорозмірних елементарних структур створюється шарувата періодична структура з кубічною симетрією (феромагнітний псевдокристал з кубічною симетрією). У такій структурі ФКТ рівновіддалені одна від одної на відстань a , яка дорівнює діаметру сферично–симетричного контейнера, де знаходиться ФКТ (рис. 1, рис. 2, рис. 3).

У разі технологічної реалізації псевдокристалу отримаємо матрицю для ФКТ, в якій вони будуть віддалені одна від одної на відстань достатню щоб вважати, що між ФКТ має місце лише магнітна диполь–дипольна взаємодія. За цих умов знімається питання впливу симетрії псевдокристалу на його макроскопічні магнітні властивості, тобто мова про кубічну симетрію псевдокристалу ведеться лише для конкретизації моделі.

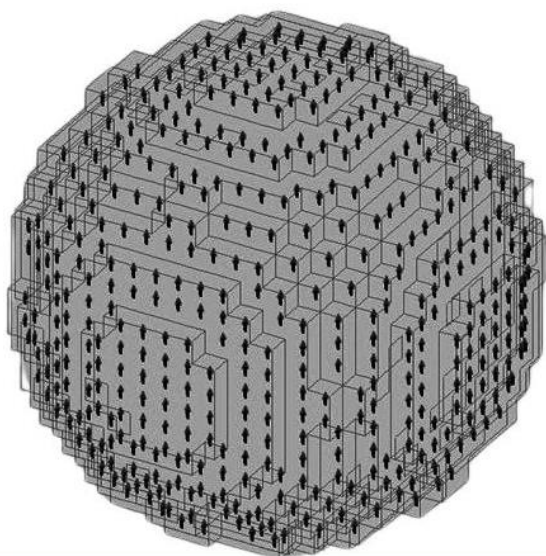


Рис. 1. Модель феромагнітної квантової точки

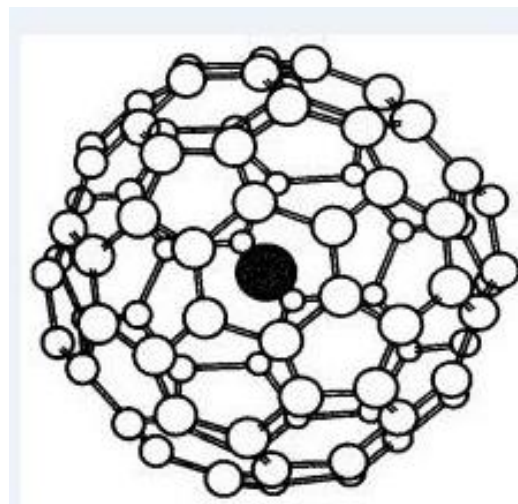


Рис. 2. Феромагнітна квантова точка інкапсульована у наноконтейнер

Як показують теоретичні та експериментальні дослідження [2 – 6], у феромагнітних кристалах магнітний момент його атомів, у наслідок спін-орбітальної взаємодії та магнітної анізотропії, буде істотно меншим, ніж сума нескомпенсованих магнетонів Бора (спінових магнітних моментів електронів) цих же атомів. У той же час у нанорозмірного феромагнетика з характеристичним розміром $1 \text{ нм} \leq d \leq 12 \text{ нм}$ (де може перебувати від 10 до 10^4 атомів), внаслідок перебудови міжатомної взаємодії та переважаючої ролі поверхневих атомів над об'ємними, нанорозмірний феромагнетик стає монодоменним, а його власний магнітний момент наближається за своїм значенням до векторної суми нескомпенсованих магнетонів Бора атомів, що входять до його складу, і стає істотно більшим [2 – 6] порівняно з випадком феромагнітного кристала.

Ансамблі нанорозмірних феромагнітних утворень, які мають властивість надзвичайно великого питомого намагнічування (що істотно перевищує питоме намагнічування феромагнітного кристала) у слабких зовнішніх магнітних полях без виникнення гістерезису, називають суперпарамагнетиками [2 – 6]. Їх можна розглядати як «великі блоки» для створення нових матеріалів і приладів.

Постановка задачі

У даній роботі будуть проаналізовані фізичні принципи та кількісні характеристики параметрів (визначених у роботі [1]), які впливають на функціонування феромагнітного гіроскопа з нанорозмірними чутливими елементами (рис. 1, рис. 2). При цьому чутливий елемент представляє собою тривимірну, періодичну, шарувату структуру (рис. 3) заданого об'єму V (штучний, шаруватий кристал із нанорозмірних чутливих елементів).

Також буде розглянута динаміка вектору намагніченості псевдокристалу у двохкомпонентному магнітному полі $\vec{H} = (H_{\omega}, 0, H_0)$, де \vec{H}_0 — статичне, а \vec{H}_{ω} — динамічне магнітне поле (МП). Передбачається, що основа псевдокристалу жорстко прикріплена до платформи літального апарату, вектор магнітостатичного поля \vec{H}_0 (статична компонента МП) є строго перпендикулярним до основи псевдокристалу, а вектор динамічного магнітного поля \vec{H}_{ω} (динамічна компонента МП) є перпендикулярним до бічної грані псевдокристалу (рис. 3).

За рахунок аналізу спектру поглинання динамічного МП, залежного від орієнтації псевдокристалу у просторі, існує можливість розрахувати кутові координати його нового положення, які визначаються взаємною орієнтацією фіксованого напрямку моменту імпульсу ФКТ та вектора зовнішнього статичного МП.

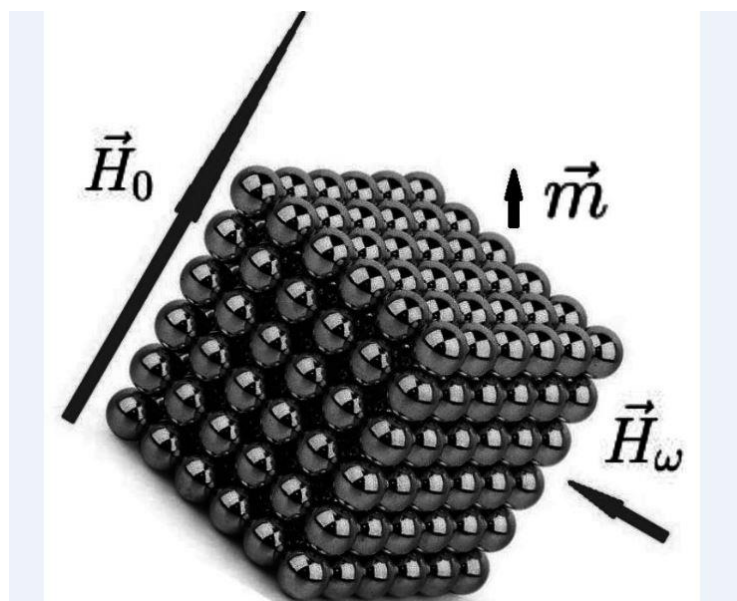


Рис. 3. Модель ферромагнітного гіроскопа. \vec{H}_0 – магнітостатичне поле, \vec{H}_ω – динамічне магнітне поле, \vec{m} – магнітний момент ФКТ, який є інтегралом руху

Необхідно, на основі аналізу спектру поглинання енергії динамічного МП, залежного від взаємної орієнтації векторів $\vec{M} = \sum_{i=1}^N \vec{m}$ та \vec{H}_0 , побудувати функціональну залежність інтенсивності поглинання енергії гармонічного магнітного поля псевдокристалом від його орієнтації у просторі, яка може бути покладена в основу розробки ферромагнітного гіроскопа,

Визначення кількісних характеристик параметрів нанорозмірних чутливих елементів гіроскопа

В якості чутливого елемента ферромагнітного гіроскопа пропонується розглядати ФКТ, магнітний момент \vec{m} якої прецесує у зовнішньому магнітному полі. При цьому ФКТ перебуває у наноконтейнері у стані квантової левітації [1], а магнітний момент ФКТ \vec{m} значною мірою формується її некомпенсованою спіновою підсистемою.

У роботі [1] показано, що ферромагнітний гіроскоп буде практично значущим за умови, що квантовий момент імпульсу ФКТ \vec{S} , $S = |\vec{S}| = N \frac{\hbar}{2}$, який зумовлений її спіновою підсистемою, що складається із N некомпенсованих спінів, буде істотно перевищувати її класичний механічний момент імпульсу $\vec{l}_0 = \vec{J}_0 \cdot \vec{\omega}_0$. Тут $J_0 = \frac{2}{5} m_0 R^2$ — класичний момент інерції ферромагнітної кулі з інертною масою m_0 , радіусом R , що обертається з ци-

клічною частотою класичного ефекту Ейнштейна - де Гааза ω_0 . Лише за умови виконання цієї умови, із якої випливає нерівність

$$\omega \approx \frac{S}{J_0} \gg \omega_0, \quad (1)$$

намагнічена ФКТ перебуватиме у стані обертального руху з частотою ω , тобто виникатиме супер ефект Ейнштейна - де Гааза.

Згідно [1] величина магнітного моменту ФКТ визначається формулою

$$m = \mu_B N = -\gamma S, \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}, \quad \gamma = \frac{|e|}{m_e c}. \quad (2)$$

Із формули (1) знаходимо частоту обертання ФКТ, яка дорівнюватиме

$$\omega \approx \frac{S}{J_0} = \frac{5}{4} \frac{N\hbar}{m_0 R^2}, \quad N \gg 1, \quad \omega \gg \omega_0. \quad (3)$$

Встановимо наближену формулу для величини ω . Очевидно, що величини N і R взаємозалежні. Встановимо між ними функціональний зв'язок. Для цього ФКТ і її структурний елемент будемо розглядати як кулі радіусом R і r_a відповідно, а зв'язок між їх об'ємами V і V_a та інертними масами

m_0 і m_a запишемо таким чином: $V \approx NV_a/k$, $m_0 \approx Nm_a/k$, де k – кількість некомпенсованих спінів у структурного елемента ФКТ. Тоді кількість некомпенсованих спінів ФКТ N у об'ємі V та величина ω будуть мати такі представлення

$$N = k \left(\frac{R}{r_a} \right)^3, \quad \omega = \frac{5}{4} \frac{k\hbar}{m_a R^2}. \quad (4)$$

Кількісну оцінку актуальних параметрів задачі зробимо на прикладі такого структурного елемента ФКТ, як атом заліза у якого $m_a = 9,27 \cdot 10^{-23}$ г, $r_a = 1,2 \cdot 10^{-8}$ см, $k = 4$.

Питання квантової левітації ФКТ у наноконтейнері було розглянуто у роботі [1]. Показано, що в основному стані ФКТ буде знаходитися в околі центру наноконтейнера, а її енергія визначається такою формулою

$$E_{10} = \frac{\hbar^2}{2m_0 r_0} \cdot 6,283 \neq 0. \quad (5)$$

ФКТ, що складається з атомів заліза, будучи розміщеною у наноконтейнері, в основному стані матиме цілком задовільними значення енергії

$$E_{10} = \hbar\omega_{10}, \quad \omega_{10} = 3 \cdot 10^4 \frac{1}{c}. \quad (6)$$

Що стосується величин N і ω , то вони матимуть такі кількісні характеристики

$$N \approx 4.72 = 288, \quad \omega \approx 1,43 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{с}}. \quad (7)$$

Істотно, що ФКТ із $R \approx 1$ нм у стані квантової левітації буде обертатися з кутовою швидкістю порядку $10^{11} \frac{1}{\text{с}}$ (рух за інерцією) тільки за рахунок наявності у неї монодоменого магнітного моменту \vec{m} , без будь-яких енергетичних витрат (суперфект Ейнштейна — де Гааза).

Для оцінки величини індукції магнітного поля ФКТ $B_{\mu B}$, зумовленого її магнітним моментом m , використаємо рівність $B_{\mu B} m \approx \hbar \omega$. Звідси, враховуючи формули (1), (2), отримаємо

$$B_{\mu B} \approx \frac{\hbar \omega}{\gamma S} = \frac{\hbar}{\gamma J_0}. \quad (8)$$

За порядком величини індукція магнітного поля ФКТ (8) буде мати таке значення

$$B_{\mu B} \approx 5 \cdot 10^3 \text{ Гс}. \quad (9)$$

Формула (9) свідчить, що магнітний момент ФКТ \vec{m} створює суттєве магнітодипольне поле, яке буде потрібно враховувати у подальших розрахунках.

Таким чином ми знайшли кількісне обґрунтування для використання у перспективі ФКТ як чутливого елемента феромагнітного гіроскопа.

З точки зору прикладних застосувань псевдокристал доцільно жорстко кріпити нижньою гранню до рухомої платформи, яка знаходиться у зовнішньому однорідному магнітостатичному полі із напруженістю \vec{H}_0 . Магнітостатичне поле \vec{H}_0 доцільно вибрати перпендикулярним до рухомої платформи на якій розташовано цей псевдокристал.

З огляду на закон збереження сумарного моменту імпульсу ФКТ $\vec{J} = \text{const}$, зміна орієнтації рухомої платформи у просторі буде призводити до зміни напрямку вектора повної індукції магнітного поля \vec{B}_{res} , який формується як векторна сума магнітостатичного поля \vec{H}_0 та магнітодипольного поля псевдокристалу \vec{B} зумовленого магнітними моментами \vec{m} ФКТ (див. далі). Контроль за індукцією магнітного поля \vec{B}_{res} , у свою чергу, дозволить отримати дані про орієнтаційну динаміку літального апарату.

Магнітна сприйнятливість псевдокристалу

Введемо декартову систему координат $OXY Z$, центр якої O буде знаходитися у геометричному центрі псевдокристалу, а осі X, Y, Z паралельні його бічним ребрам. Орти цієї системи координат позначимо таким чином: $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$.

Будемо вважати, що вздовж осей X, Y, Z знаходиться по $2N_{1,2,3} + 1$ ФКТ. Тут і далі $N_{1,2,3}$ — цілі числа. Загальна кількість ФКТ у псевдокристалі буде рівною $N = (2N_1 + 1) \times (2N_2 + 1) \times (2N_3 + 1)$. Координати кожної ФКТ будуть визначатися радіус-вектором $\vec{r}_n = a\vec{n}$, $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$, де $n_{1,2,3} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N_{1,2,3}$.

З огляду на властивості ФКТ [2 – 6] та їх значну взаємовіддаленість допустимо вважати, що між ними існує лише магнітодипольна взаємодія.

Згідно [1] зв'язок між індукцією магнітодипольного поля $\vec{B}_n = \vec{B}_n(\vec{r})$ та намагніченістю псевдокристалу

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{\vec{n}} \vec{m}, \text{ або } \vec{M} = \frac{\vec{m}}{a^3} \quad (10)$$

визначається формулою

$$\vec{B}_d = -\hat{G}(\vec{r})\vec{M}, \quad \hat{G} = a^3 \sum_{\vec{n}} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{n}|^3} - 3 \frac{\hat{D}(\vec{r} - \vec{n})}{|\vec{r} - \vec{n}|^5} \right), \quad (11)$$

де \hat{G} — геометричний фактор (дискретний розмагнічуючий фактор) псевдокристалу, $\hat{D}(\vec{r} - \vec{n})$ — діада, а $V = a^3 N$ — об'єм псевдокристалу.

Згідно принципу суперпозиції індукція магнітного поля створеного псевдокристалом у магнітостатичному полі $H \sim 0$ буде визначатися формулою

$$\vec{B}_{res} = \vec{H}_0 + \vec{B}_d. \quad (12)$$

Оскільки магнітні моменти кожної ФКТ пропорційні їх моментам імпульсу, що зберігаються, то і магнітні моменти ФКТ також будуть зберігати свій напрямок у просторі при зміні орієнтації псевдокристалу. Це означає, що у силу збереження моментів імпульсу ФКТ, орієнтація вектора \vec{B}_d у просторі буде незмінною. У той же час при зміні орієнтації псевдокристалу вектор $\vec{B}_{res} = \vec{H}_0 + \vec{B}_d$ буде змінюватися.

У разі $\vec{H} \neq 0$ магнітні моменти ФКТ \vec{m} у псевдокристалі будуть перебувати у стані прецесії. Якщо між двома бічними гранями псевдокристалу створити однорідне гармонійне магнітне поле (ГМП) \vec{H}_ω із циклічною частотою ω_z , перпендикулярне до магнітостатичного поля \vec{H}_0 , то в околі

ларморівських частот магнітних моментів ФКТ \vec{m} виникне інтенсивне поглинання його енергії. Це явище можна використати для визначення зміни орієнтації псевдокристалу у просторі.

За умови $N_{1,2,3} \gg 1$ можна вважати, що основну роль у поглинанні енергії ГМП \vec{H}_ω грають ФКТ в об'ємі псевдокристалу. Тому будемо вважати повну індукцію магнітного поля

$$\vec{B}_f = \vec{B}_d + \vec{H}_0 + \vec{H}_\omega \quad (13)$$

у межах псевдокристалу однорідною, а за своїм значенням близькою до такої у центрі псевдокристалу.

Якщо вибрати розміри псевдокристалу такими, що $1 \ll N_3 \ll N_{1,2}$ то, згідно [12 – 14], геометричний фактор (дискретний розмагнічуючий фактор) та магнітодипольне поле будуть мати лише по одній відмінній від нуля компоненті

$$G_{z'z'} = 4\pi, \quad \vec{B}'_d = (0, 0, -4\pi M_{z'}). \quad (14)$$

У цьому наближенні нелінійне динамічне рівняння Ландау – Ліфшиця для намагніченості псевдокристалу (10) в системі координат OX₀Y₀Z₀ матиме вигляд

$$\frac{d\vec{M}'}{dt} = -\gamma [\vec{B}'_f \times \vec{M}'] - \frac{\beta}{M_0^2} [[\vec{B}'_f \times \vec{M}'] \times \vec{M}'], \quad (15)$$

γ – гіромагнітне відношення, $0 < \beta \ll 1$ – коефіцієнт затухання, $M_0 = |\vec{M}'|$.

Якщо рівняння (15) скалярно помножити на вектор \vec{M}' і врахувати властивості змішаного векторного добутку у правій частині рівняння (15), до дійдемо до висновку, що $|\vec{M}'| = \text{const}$. Це означає, що динаміка вектора \vec{M}' у магнітному полі з індукцією \vec{B}'_f зводиться до прецесії.

Конкретизуємо напруженість зовнішнього магнітного поля \vec{H}'_f таким чином

$$\begin{cases} \vec{H}'_f = (H_{\omega x'}, H_{\omega y'}, H_{0z'} + H_{\omega z'}) \\ \vec{H}'_\omega = \vec{H}'_1 e^{i\omega z't} \end{cases} \quad (16)$$

де $\omega_{z'}$ – циклічна частота гармонічного магнітного поля. У цьому випадку індукція магнітного поля в (15) матиме таке представлення

$$\vec{B}'_f = \vec{B}'_d + \vec{H}'_f. \quad (17)$$

З математичної точки зору рівняння (15) подібне до таких, що аналізувалися у теорії магнітного резонансу [12 – 14] зазвичай при малих кутах відхилення між векторами \vec{M}' і \vec{B}'_f . У даному випадку таке обмеження не прийнятне.

Для розбудови загального розв'язку рівняння (15) в якості пробної функції виберемо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} M'_{0x'} = M_0 \sin(\theta) \cos(\varphi); \\ M'_{0y'} = M_0 \sin(\theta) \sin(\varphi); \\ M'_{0z'} = M_0 \cos(\theta), \end{cases} \quad (18)$$

де $M_0 = |\vec{M}'|$. Тут і далі $\theta = \theta(t)$ – полярний і $\varphi = \varphi(t)$ – азимутальний кути, які є динамічними змінними задачі при умові, що $|\vec{M}'| = M_0 = \text{const}$.

Між компонентами вектора \vec{M}' і кутовими динамічними змінними θ, φ має місце такий зв'язок

$$\theta = \arccos\left(\frac{M'_{0z'}}{M_0}\right), \quad \varphi = \arctg\left(\frac{M'_{0y'}}{M'_{0x'}}\right). \quad (19)$$

Для подальших викладок зручно виразити індукцію магнітного поля \vec{B}'_f через потенціальну енергію U намагніченості \vec{M}' у цьому полі.

Зв'язок між компонентами магнітного поля у декартовій і сферичній системах координат знайдено у такому вигляді

$$\begin{cases} B_{f x'} = -\frac{\partial U}{\partial M_{fx'}} = -\sin(\varphi) B_{f\varphi}; \\ B_{f y'} = -\frac{\partial U}{\partial M_{fy'}} = +\cos(\varphi) B_{f\varphi}; \\ B_{f z'} = -\frac{\partial U}{\partial M_{fz'}} = -\frac{1}{\sin(\theta)} B_{f\theta}, \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} B_{f\theta} = -\frac{1}{M_0} \frac{\partial U}{\partial \theta}; \\ B_{f\varphi} = -\frac{1}{M_0 \sin(\theta)} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \end{cases} \quad (21)$$

компоненти магнітного поля \vec{B}'_f у сферичній системі координат, які були знайдені за рахунок формул (19). Підстановка (20) у (15) після алгебраїчних перетворень спрощує їх і надає такий вигляд

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \gamma B_{f\varphi} = \frac{\beta}{M_0} B_{f\theta}; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\gamma}{\sin(\theta)} B_{f\theta} = \frac{\beta}{M_0 \sin(\theta)} B_{f\varphi}. \end{cases} \quad (22)$$

Система рівнянь (22) еквівалентна рівнянням Ландау – Ліфшиця (15) і має широку область застосування. Її можна використовувати при довільній амплітуді коливань вектора \vec{M}' , у тому числі при будь-якому рівні нелінійності. Далі будемо вважати, що ГМП \vec{B}_ω є малим збуренням магнітостатичного поля \vec{H}_0 і використаємо критерій $|\vec{H}_1| \ll |\vec{H}_0|$, для лінеаризації системи рівнянь (22) в околі стаціонарного стану системи. З цією метою запишемо потенціальну енергію намагніченості таким чином

$$U = U_0 + U_1 \quad (23)$$

де перший доданок

$$U_0 = -H_0 M_0 \cos(\theta) + 2\pi M_0^2 \cos^2(\theta) \quad (24)$$

визначає потенціальну енергію намагніченості \vec{M}' у магнітостатичному полі, а другий

$$U_1 = -H_\omega M_0 (\sin(\theta) \cdot \sin(\theta_1) \cos(\varphi - \varphi_1) + \cos(\theta) \cdot \cos(\theta_1)) \quad (25)$$

$$H_\omega = H_1 \exp(i\omega_z t)$$

у ГМП \vec{H}'_ω , де $\theta_1 = \text{const}$, $\varphi_1 = \text{const}$ – кутові координати вектора \vec{H}'_1 .

Цілковито зрозуміло, що фізичний зміст мають лише дійсні частини величини U_1 та формул отриманих на її основі.

Підстановка (23) – (25) у (21) конкретизує магнітне поле (21) у такому вигляді

$$\begin{cases} B_{f\theta} = -H_0 \left(1 - 4\pi \frac{M_0}{H_0} \cos(\theta) \right) \sin(\theta) + \\ \quad + H_\omega (\cos(\theta) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\varphi - \varphi_1) - \sin(\theta) \cdot \cos(\theta_1)); \\ B_{f\varphi} = -H_\omega \sin(\theta) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\varphi - \varphi_1); \\ H_\omega = |\vec{H}'_1| \exp(i\omega_z t). \end{cases} \quad (26)$$

Комбінація формул (22) і (26) надає динамічним рівнянням задачі такий вигляд

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -(\alpha \omega_\theta - (\alpha \varphi + \alpha a_\theta) \omega_1 e^{i\omega_z t}) \cdot \sin(\theta); \\ \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\omega_\theta + (\alpha \varphi + \alpha a_\theta) \omega_1 e^{i\omega_z t}, \end{cases} \quad (27)$$

$$\omega_\theta = \omega_0 (1 - \lambda \cos(\theta)), \quad \omega_0 = \lambda H_0, \quad \lambda = 4\pi \frac{M_0}{H_0}, \quad (28)$$

$$a_\theta = \text{ctg}(\theta) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\varphi - \varphi_1) - \cos(\theta_1),$$

$$a_\varphi = \sin(\theta_1) \cdot \sin(\varphi - \varphi_1),$$

$$\alpha = \frac{\beta}{\gamma M_0}; \quad \omega_1 = \gamma H_1.$$

Рівняння (27) точні.

У найпростішому випадку, тобто без врахування розмагнічуючого поля та процесів дисипації $\beta = 0$, розв'язки рівнянь (22) будуть мати такий вигляд

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 = \text{const}, \\ \varphi &= \varphi_0 = \phi_0 - \omega_0 t, \quad \phi_0 = \text{const}, \end{aligned} \quad (29)$$

тобто динаміка вектора \vec{M}' зводиться до прецесії навколо вектора \vec{H}'_0 з циклічною частотою $\omega_0 = \gamma \vec{H}'_0$, як і повинно бути.

Якщо врахувати розмагнічуюче поле за $\beta = 0$, то розв'язки рівнянь (22)

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 = \text{const}; \\ \varphi = \varphi_0 = \phi_0 - \omega_0 t, \quad \phi_0 = \text{const}; \\ \omega_{\theta_0} = \omega_0 (1 - \lambda \cos(\theta_0)) \end{cases} \quad (30)$$

набудуть нову якість, а саме частота прецесії $\omega_0 \rightarrow \omega_{\theta_0}$ стає залежною від кута θ_0 між напрямками векторів \vec{H}'_0 і \vec{M}'_0 .

Далі розглянемо вплив ГМП \vec{H}'_0 (рис. 3) на динаміку вектора намагнічення псевдокристалу \vec{M}' . Оскільки ця задача є суттєво нелінійною, то точний розв'язок системи рівнянь (22) знайти не має можливості. Тому обмежимося їх розв'язком у лінійному наближенні.

Зазвичай у теорії феромагнітного резонансу у разі лінеаризації рівняння Ландау - Ліфшиця використовують метод Сміта - Сули [15, 16]. Під час його застосування у якості опорного розв'язку для динамічних рівнянь задачі використовують умову рівноваги намагніченості, коли ефективне магнітне поле (21) дорівнює нулю. Але у даній роботі, внаслідок ефекту Енштейна - де Гази, такий стан намагніченості неможливий. Намагніченість у даному випадку завжди буде перебувати у стані прецесії. Тому тут у якості опорного розв'язку під час лінеаризації системи рівнянь (22) буде потрібно вибирати їх стаціонарні розв'язки (30).

З огляду на характер збурень системи гармонічним магнітним полем \vec{H}'_0 динамічні змінні задачі виберемо у такому вигляді

$$\theta = \theta_0 + \delta\theta, \quad \varphi = \varphi_0 + \delta\varphi, \quad \delta\theta \ll 1, \quad \delta\varphi \ll 1, \quad (31)$$

де величини $\theta_0 = \text{const}$, $\varphi = \varphi_0 = \phi_0 - \omega_0 t$, відповідають стаціонарному стану системи, який визначається розв'язками (30) системи рівнянь (22) без вра-

хування процесів дисипації ($\beta = 0$). Далі ми їх врахуємо [12 – 14] стандартною редуцією частоти $\omega_{\theta 0} \rightarrow \omega_{\theta 0} + i\alpha_{\omega z'}$. Використавши представлення (31) для динамічних змінних задачі у (26) та (22) знайдемо систему неоднорідних лінійних рівнянь для величин $\delta\theta$, $\delta\varphi$ у такому вигляді

$$\begin{cases} \frac{d\delta\theta}{dt} = \omega_1 \cdot \sin(\theta_1) \cdot \sin(\chi_1) e^{i\omega_{z'}t}; \\ \frac{d\delta\varphi}{dt} = \omega_1 \cdot (\text{ctg}(\theta_0) \cdot \sin(\theta_1) \cdot \cos(\chi_1) - \cos(\theta_1)) \cdot e^{i\omega_{z'}t}, \end{cases} \quad (32)$$

де $\omega_1 = \gamma H_1$, $\chi_1 = \varphi_0 - \varphi_1$, $\varphi = \phi_0 + \omega_{\theta 0}$.

Розв'язки системи рівнянь (32)

$$\begin{cases} \delta\theta = \frac{\omega_1 \omega_{cs}(\chi_1)}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cdot \sin(\theta_1) e^{i\omega_{z'}t}; \\ \delta\varphi = - \left(\frac{\omega_1 \omega_{sn}(\chi_1)}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cdot \text{ctg}(\theta_0) \cdot \sin(\theta_1) + \frac{\omega_1}{i\omega_{z'}} \cos(\theta_1) \right) \cdot e^{i\omega_{z'}t}, \end{cases} \quad (33)$$

де

$$\begin{aligned} \omega_{cs} &= \omega_{\theta 0} \cdot \cos(\chi_1) + i\omega_{z'} \sin(\chi_1), \\ \omega_{sn} &= \omega_{\theta 0} \cdot \sin(\chi_1) + i\omega_{z'} \cos(\chi_1) \end{aligned} \quad (34)$$

мають чітко виражений резонанс в околі частоти $\omega_{\theta 0} = \omega_0 \cdot (1 - \lambda \cdot \cos(\theta_0))$, яка залежить від параметра θ_0 . Окрім того амплітуди коливань величин $\delta\theta$ і $\delta\varphi$ будуть функціями часу, оскільки величина χ_1 у (34) є періодичною функцією часу, що суттєво впливає на динаміку вектора \vec{M}' . Звернемо також увагу на те, що у випадку колінеарності векторів \vec{H}'_1 і \vec{H}'_0 ($\theta_1 = [0, \pi]$) гармонічне магнітне поле \vec{H}'_{ω} фактично не впливає на динаміку вектора \vec{M}' . У зв'язку з цим далі будемо розглядати випадки коли $\theta_1 = 90^\circ$.

Для аналізу інтенсивності поглинання енергії ГМП \vec{H}'_{ω} необхідно знайти тензор магнітної сприйнятливості $\hat{\chi}$, який визначається варіаційними похідними

$$\chi_{i'j'} = \frac{\delta M_{i'}}{\delta H'_{\omega j'}}, \quad i', j' = x', y', z'. \quad (35)$$

Для конкретизації формули (35) спочатку перепишемо вирази (33) для $\delta\theta$ і $\delta\varphi$ через Декартові компоненти вектора \vec{H}'_{ω} таким чином

$$\begin{cases} \delta\theta = \gamma \frac{\omega_{cs}(\varphi_0)H_{1x'} + \omega_{sn}(\varphi_0)H_{1y'}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cdot e^{i\omega t}; \\ \delta\varphi = \gamma \left(\frac{\omega_{sn}(\varphi_0)H_{1x'} + \omega_{cs}(\varphi_0)H_{1y'}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cdot \text{ctg}(\theta_0) + \frac{1}{i\omega_{z'}} H_{1z'} \right) e^{i\omega t}. \end{cases} \quad (36)$$

Комбінація формул (18), (31), (35), (36) дозволяє знайти тензор магнітної сприйнятливості $\hat{\chi}$ псевдокристалу у декартовій системі координат у такому вигляді

$$\hat{\chi} = \gamma M_0 \begin{pmatrix} \frac{\omega_{\theta 0}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cos(\theta_0) & \frac{i\omega_{z'}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cos(\theta_0) & \frac{\sin(\varphi_0)}{i\omega_{z'}} \sin(\theta_0) \\ \frac{i\omega_{z'}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cos(\theta_0) & \frac{\omega_{\theta 0}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \cos(\theta_0) & -\frac{\cos(\varphi_0)}{i\omega_{z'}} \sin(\theta_0) \\ \frac{\omega_{cs}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \sin(\theta_0) & \frac{\omega_{sn}}{\omega_{\theta 0}^2 - \omega_{z'}^2} \sin(\theta_0) & 0 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Несподівано тензор $\hat{\chi}$ отримав зовсім просту конструкцію.

Вираз (37) для тензора магнітної сприйнятливості псевдокристалу $\hat{\chi}$ є остаточною формулою у даній роботі. Суттєво, що магнітна сприйнятливості $\hat{\chi}$ має резонанс в околі частоти $\omega_{\theta 0} = \omega_0 \cdot (1 - \lambda \cdot \cos(\theta_0))$, яка у свою чергу залежить від кута θ_0 між векторами \vec{H}'_0 і \vec{M}'_0 . Звернемо увагу також на те, що компоненти χ_{xx} , χ_{xy} , χ_{yx} , χ_{yy} тензора $\hat{\chi}$ мають стандартну конструкцію, яка зустрічається у роботах з теорії феромагнітного резонансу [12 – 14]. В той же час інші компоненти тензора мають суттєві відмінності. Так компоненти χ_{zx} та χ_{zy} тензора $\hat{\chi}$ є періодичними функціями часу. Пояснюється це тим, що в основному стані намагніченість псевдокристалу внаслідок ефекту Ейнштейна - де Гааза знаходиться у стані прецесії.

Інтенсивність поглинання енергії динамічного магнітного поля

Щоб врахувати дисипативні процеси у псевдокристалі у компонентах тензора (37), згідно з [12 – 14], необхідно виконати редукцію частоти $\hat{\chi}$ $\omega_{\theta 0} \rightarrow \omega_{\theta 0} + i\alpha\omega_{z'}$. Інтенсивність поглинання енергії ГМП, згідно із [12 – 14], визначається формулою

$$Q = \frac{\omega_{z'}}{8\pi} \text{Im}(\vec{H}'_{1\omega} \cdot \hat{\chi} \vec{H}'_{1\omega}). \quad (38)$$

У даній роботі пріоритетною є така конфігурація ГМП $\vec{H}'_{\omega} = (H_{1x'}, 0, 0) \cdot \exp(i\omega_z t)$. У цьому випадку формула (38) набуває простий вигляд

$$\begin{cases} Q = \frac{\omega_{z'}}{8\pi} \left(\gamma M_0 \frac{\alpha \omega_{z'} \Delta_+}{\Delta_-^2 + \Delta_0^2} \cos(\theta_0) \right) H_1^2, \\ \Delta_{\pm} = \omega_{\theta_0}^2 \pm (1 + \alpha^2) \omega_{z'}^2, \\ \Delta_0 = 2\alpha \omega_{z'} \omega_{\theta_0}. \end{cases} \quad (39)$$

На рис. 4 представлені графіки залежностей форм-фактора $F = F(\theta_0, \omega)$ інтенсивності поглинання енергії ГМП $\vec{H}'_{1\omega}$ від головних параметрів задачі, який визначається таким чином

$$F = 8\pi \cdot \frac{Q(\omega, \theta_0)}{\gamma M_0 H_1^2}. \quad (40)$$

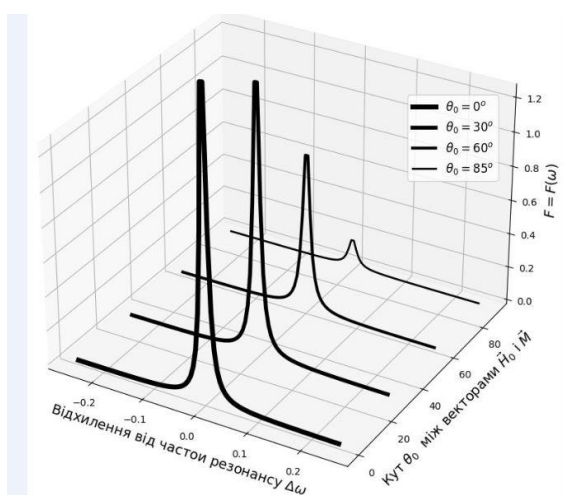


Рис. 4. Залежності форм-фактора $F = F(\theta_0, \omega)$ інтенсивності поглинання енергії ГМП $\vec{H}'_{1\omega}$ від головних параметрів задачі, які були розраховані з $\lambda = 0,25$, $\alpha = 0,01$

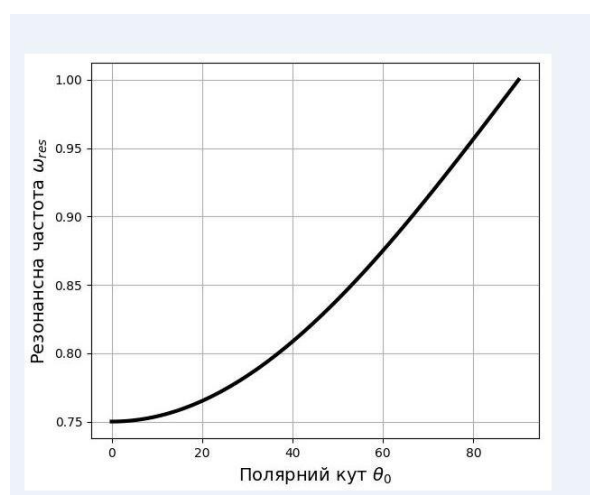


Рис. 5. Залежність циклічної частоти $\vec{\omega}_{\theta_0}$ від полярного кута θ_0 з $\lambda = 0,25$, $\alpha = 0,01$

Резонансна частота, на якій відбувається інтенсивне поглинання енергії ГМП $\vec{H}'_{1\omega}$ визначається з умови екстремуму функції $F = F(\theta_0, \omega)$ і має такий вигляд

$$\omega_{res} = \omega_{\theta_0} \sqrt{\frac{2(1 + \alpha^2)^{1/2}}{3 + \alpha^2(2 - \alpha^2)} + \frac{1}{3 - \alpha^2}}. \quad (41)$$

Із виразу (41) зрозуміло, що параметр затухання $\alpha \ll 1$ слабо впливає на величину $\omega_{res} \approx \omega_{\theta_0}$. Залежність резонансної частоти $\vec{\omega}_{res}$ від полярного кута θ_0 приведена на рис. 5.

Із рис. 4, рис. 5 видно, що з ростом полярного кута θ_0 резонансна частота $\vec{\omega}_{res}$ зростає, а інтенсивність поглинання енергії ГМП $\vec{H}_{1\omega}$ спадає.

Таким чином встановлена залежність амплітудно-частотної характеристики інтенсивності поглинання енергії ГМП $\vec{H}_{1\omega}$ псевдокристалом від його орієнтації у просторі (зміні орієнтації вектора \vec{H}'_0 у разі незмінної орієнтації вектор \vec{M}'_0 (рис. 3)) може бути покладена за основу розробки феромагнітного гіроскопа.

Висновки

1. Показано, що ФКТ, інкапсульована у наноконтейнері з характеристичним розміром, який у кілька десятків разів більший за характеристичний розмір ФКТ (1 – 12 нм), може використовуватися як чутливий елемент феромагнітного гіроскопа.

2. Кількісні характеристики параметрів нанорозмірних чутливих елементів гіроскопа оцінено на прикладі такого структурного елемента ФКТ, як атом заліза у якого $m_a = 9,27 \cdot 10^{-23}$ г, $r_a = 1,2 \cdot 10^{-8}$ см, $k = 4$:

- кількість некомпенсованих спінів ФКТ $N \approx 288$;
- циклічна частота обертання ФКТ із $R \approx 1$ нм у стані квантової левітації буде обертатися з кутовою швидкістю порядку $\omega \approx 1,43 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{с}}$ (рух за інерцією) тільки за рахунок наявності у неї монодоменного магнітного моменту.
- величина індукції магнітного поля ФКТ буде мати таке значення $B_{\mu B} \approx 5 \cdot 10^3$ Гс.

3. Встановлено, що формально структура спектру поглинання ФКТ енергії гармонійного МП подібна до такої, що зустрічається у дослідженнях феромагнітного резонансу. Це дозволить використати досвід радіоспектроскопії у розробці феромагнітних гіроскопів з нанорозмірними чутливими елементами.

4. Побудована функціональна залежність (амплітудно-частотна характеристика) інтенсивності поглинання енергії гармонічного магнітного поля псевдокристалом від його орієнтації у просторі. Така функція може бути покладена в основу розробки феромагнітного гіроскопа, що дозволить слідкувати за зміною орієнтації літальних апаратів.

5. Конструкція феромагнітного гіроскопу формується як тривимірна, періодична, шарувата структура (штучний шаруватий кристал (псевдокри-

стал)) з чутливих елементів (рис. 3, рис. 1), жорстко закріплена на рухомій платформі, яка перебуває у зовнішньому двокомпонентному магнітному полі $\vec{H} = (H_\omega, 0, H_0)$. Статичний вектор напруженості магнітного поля \vec{H}_0 обирається строго перпендикулярним до основи псевдокристалу, а динамічний вектор $\vec{H}\omega = \vec{H}_1 \cdot \cos(\omega_2 t)$ до його бічної грані.

Перед використанням феромагнітного гіроскопа монодоменні магнітні моменти ФКТ \vec{m} необхідно зорієнтувати вздовж вектора \vec{H}_0 зовнішнім магнітним імпульсом.

Через закон збереження моменту імпульсу $\vec{L} = \text{const}$, феромагнітний гіроскоп зберігатиме фіксовані напрямки намагніченості \vec{M}_0 , незалежно від зміни напрямку вектора \vec{H}_0 перпендикулярного до рухомої платформи. При цьому зміна взаємної орієнтації векторів \vec{M}_0 і \vec{H}_0 буде супроводжуватися зміною амплітудно-частотної характеристики інтенсивності поглинання енергії гармонійного МП. Її спектральний аналіз дасть змогу судити про зміни в орієнтації рухомої платформи і формувати потрібні керуючі сигнали.

Суттєво, що у запропонованій моделі феромагнітного гіроскопа відсутні механічні компоненти. Така особливість моделі дозволить підвищити надійність конструкції і довести чутливість феромагнітних гіроскопів до рівня досягнутого у радіоспектроскопії.

Кількість чутливих елементів феромагнітного гіроскопа визначається вимогами до інтенсивності поглинання енергії гармонійного МП ФКТ, яка, у свою чергу, залежить від чутливості радіоспектрометра, що використовується для спектрального аналізу.

Список використаної літератури

1. М. М. Чепілко, С. О. Пономаренко. Фізичні основи нанорозмірних чутливих елементів феромагнітного гіроскопа. *Механіка гіроскопічних систем*. –К.: НТУУ «КПІ», Випуск №44. 2022 р. (Copernicus International)
2. С. П. Губин, Ю. А. Кокшаров, Г. Б. Хомутов, Г. Ю. Юрков. Магнитные наночастицы: методы получения, строения и свойства. *Успехи химии*. т.74, №6 (2005)
3. С. В. Терехов, В. Н. Варюхин. *Физика нанообъектов*. Донецк: ДонНУ, 418 стр. (2013)
4. Ю. М. Поплавко, О. В. Борисов, І. П. Голубєва, Ю. В. Діденко. *Магнетика у електроніці*. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 365 стр. (2021)
5. О. І. Товстолиткін, М. О. Боровий, В. В. Курилюк, Ю. А. Куницький. *Фізичні основи спінтроники*. В.: ТОВ. «Нілан-ЛТД», 500 стр. (2014)
6. С. А. Сокольский. Влияние межчастичного взаимодействия в ансамбле неподвижных суперпарамагнитных феррочастиц на статистические,

- магнитные и термодинамические свойства системы. Вычислительная механика сплошных сред. Т.14, №3, С. 264-277 (2021).
7. *Einstein A., de Haas W. J.* Experimenteller Nachweis der Ampereschen Molekularströme [Experimental Proof of Ampere's Molecular Currents]. Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen (German) 17, P. 152-170, (1915)
 8. *Einstein A., de Haas W. J.* Experimental proof of the existence of Ampere's molecular currents. Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedings 18, P. 696–711 (1915). Bibcode: 1915KNAВ...18..696E.
 9. *Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц.* Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. 4-е изд., стереот. М.: Наука. Гл.ред. физ-мат.лит., 656 стр. (2005).
 10. *Л.А. Левин* О возможности создания криогенного ферромагнитного гироскопа. ЖТФ, 66, 4, С. 192 (1996).
 11. *Pavel Fadeev, Chris Timberlake, Tao Wang, Andrea Vinante, Y.B.Band, Dmitry Budker, Alexander O.Sushkov, Hendrik Ulbricht, and Derek F.Jackson Kimba.* Ferromagnetic Gyroscopes for Tests of Fundamental Physics. arXiv:2010.08731v1 [quant-ph], 17 Oct 2020.
 12. *С. В. Вонсовский.* Магнетизм. Магнитные свойства диа-, пара-, ферро-, антиферро и ферромагнетиков. М.: Наука, (1971).
 13. *А. Г. Гуревич.* Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках, Монография. М.: Наука. Гл.ред. физ-мат.лит. 592 стр. (1973)
 14. *В. Г. Шавров, В. И. Щеглов.* Ферромагнитный резонанс в условиях ориентационного перехода, Монография. М.: Наука. Гл.ред. физ-мат.лит. 568 стр. (2018) — ISBN 978- 5-9221-1806-4
 15. *Smit J., Wijn H. P. J.,* Adv. in. Electr., VI, Acad.Press, N.Y, (1954); *Smit J., Belfers H.G.,* Philips Res.Rep. 10, №2, 113 (1955). *Suhl H.,* Phys. Rev. 97, № 2, 555 (1955).
 16. *Г. В. Скроцкий, Т. В. Курбатов.* Феноменологическая теория ферромагнитного резонанса // ферромагнитный резонанс. Явление резонансного поглощения высокочастотного магнитного поля в ферромагнитных веществах / Под ред. С. В. Вонсовского, М. Наука. Гл.ред. физ-мат.лит. (1961).