УДК 537.826

DOI: https://doi.org/10.20535/0203-3771442022284611

Є. А. Бондаренко[1], *к.т.н.*

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПОХИБОК ВИЗНАЧЕННЯ КУТІВ ОРІЄНТАЦІЇ ТА ШИРОТИ МІСЦЕЗНАХОДЖЕННЯ НАЗЕМНОЇ БЕЗПЛАТФОРМНОЇ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

Ua У статті розглянуто обчислювальний алгоритм визначення кутів орієнтації та широти місцезнаходження безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС), яку змонтовано на наземному транспортному об’єкті. Вважається, що об’єкт є нерухомим відносно поверхні Землі. Розглянуто також математичні моделі похибок визначення вказаних кутів, що спричинені, в свою чергу, зміщеннями нуля та похибками масштабних коефіцієнтів чутливих елементів БІНС – наприклад, лазерних гіроскопів та лінійних акселерометрів.

En In the paper, a computational algorithm for determination of orientation angles and latitude of position of a strapdown inertial navigation system (SINS) which is

[1] *КП СП «Арсенал»*

mounted on a ground-based transport object is presented. It is assumed that the object is motionless with respect to the Earth's surface. In the paper, mathematical models of errors of determination of the named angles are also presented. These errors, in their turn, are caused by null shifts and scale factor errors of the SINS sensitive elements – for example, laser gyros and linear accelerometers.

Вступ

Під визначенням кутів орієнтації та широти місцезнаходження наземної безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС), котра вважається нерухомою відносно поверхні Землі, будемо розуміти обчислення значень кутів її курсу K, крену θ, тангажа ψ, а також широти місця φ у межах: $-\pi/2 < \mathrm{K} \le 3\pi/2$; $-\pi/2 \le \theta \le \pi/2$; $-\pi/2 < \psi < \pi/2$; $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$.

У нашій попередній статті [1] з цієї тематики було запропоновано алгоритм визначення названих кутів, а також математичні моделі виникаючих при цьому обчислювальних похибок, які спричинені зміщеннями нуля чутливих елементів БІНС – наприклад, лазерних гіроскопів (ЛГ) та лінійних акселерометрів (ЛА). Поточна стаття є модифікованою версією праці [1]. Вона відрізняється від [1] тим, що містить поліпшений алгоритм визначення кута φ і, крім того, додатково враховує інструментальні похибки масштабних коефіцієнтів названих чутливих елементів. Результати статті в частині, що стосується похибок визначення кутів орієнтації БІНС, – доповнюють матеріали, які наведено в працях [2], [3].

Постановка задачі

Мета цієї роботи – запропонувати поліпшений алгоритм визначення кута φ, а також навести модифіковані вирази для похибок визначення кутів орієнтації та широти місцезнаходження наземної БІНС, котрі, окрім зміщень нуля ЛГ та ЛА, ще додатково враховують і похибки їх масштабних коефіцієнтів.

Алгоритм визначення кутів орієнтації та широти місцезнаходження наземної БІНС

Аналітичні вирази, котрі в якості обчислювального алгоритму можуть бути використані для визначення кутів орієнтації та широти місцезнаходження наземної БІНС, мають вигляд

$$K^* = K_0^*, \text{ якщо } B \ge 0, \;\; K^* = \pi - K_0^*, \text{ якщо } B < 0;$$

$$K_0^* = -\arcsin[A(A^2 + B^2)^{-1/2}], \;\; A = (\tilde{\omega}_x \tilde{a}_z - \tilde{\omega}_z \tilde{a}_x)\, g_m, \qquad (1)$$

$$g_m = (\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2 + \tilde{a}_z^2)^{1/2}, \;\; A = (\tilde{\omega}_x \tilde{a}_z - \tilde{\omega}_z \tilde{a}_x)\, g_m,$$

$$B = \tilde{\omega}_y (\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_z^2) - (\tilde{\omega}_x \tilde{a}_x + \tilde{\omega}_z \tilde{a}_z) \tilde{a}_y ;$$

$$\theta^* = -\arcsin[\tilde{a}_x (\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_z^2)^{-1/2}]; \quad \psi^* = \arcsin(g_m^{-1} \tilde{a}_y);$$

$$\varphi^* = \arcsin[(g_m U_m)^{-1} (\tilde{\omega}_x \tilde{a}_x + \tilde{\omega}_y \tilde{a}_y + \tilde{\omega}_z \tilde{a}_z)],$$

$$U_m = (\tilde{\omega}_x^2 + \tilde{\omega}_y^2 + \tilde{\omega}_z^2)^{1/2}.$$

Тут $\tilde{\omega}_i$ та $\tilde{a}_i$ $(i = x, y, z)$ – кутові швидкості на виходах лазерних гіроскопів ЛГ$_i$ та уявні прискорення на виходах лінійних акселерометрів ЛА$_i$, осі чутливості $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ котрих орієнтовано відповідно вздовж осей $\hat{X}$ (поперечна), $\hat{Y}$ (поздовжня), $\hat{Z}$ (нормальна) наземного транспортного об'єкта, на якому змонтовано БІНС; U_m – модуль вектора кутової швидкості обертання Землі, значення якого обчислюється на основі показань лазерних гіроскопів; g_m – модуль вектора прискорення вільного падіння, значення якого формується на основі показань лінійних акселерометрів.

ПРИМІТКА. ◁ Названі величини $\tilde{\omega}_i$ та $\tilde{a}_i$ $(i = x, y, z)$ безпосередньо фізично не вимірюються. Перед використанням у виразах (1) вони обчислюються за формулами $\tilde{\omega}_i = \Delta\tilde{\Theta}_i / T$, $\tilde{a}_i = \Delta\tilde{V}_i / T$, де $\Delta\tilde{\Theta}_i$ та $\Delta\tilde{V}_i$ – відповідно приріст кута повороту на виході лазерного гіроскопа ЛГ$_i$ та приріст лінійної швидкості на виході лінійного акселерометра ЛА$_i$, які накопичено за час T. У цій статті приймемо, що T – це тривалість одного сеансу роботи наземної БІНС у режимі визначення кутів її орієнтації та широти місцезнаходження. На практиці параметр T може мати значення у декілька сотень секунд, – для того, щоб зменшити вплив шумів у вихідних сигналах $\Delta\tilde{\Theta}_i$, $\Delta\tilde{V}_i$ гіроскопів та акселерометрів на точність формування величин $\tilde{\omega}_i$ та $\tilde{a}_i$. ▷

Вирази для величин $\tilde{\omega}_i$ та $\tilde{a}_i$ $(i = x, y, z)$ в лінійному наближенні мають вигляд

$$\begin{gathered} \tilde{\omega}_x = (1 + k_x)\omega_x + \omega_{0x}, \quad \tilde{\omega}_y = (1 + k_y)\omega_y + \omega_{0y}, \\ \tilde{\omega}_z = (1 + k_z)\omega_z + \omega_{0z}, \quad \tilde{a}_x = (1 + h_x) a_x + a_{0x}, \\ \tilde{a}_y = (1 + h_y) a_y + a_{0y}, \quad \tilde{a}_z = (1 + h_z) a_z + a_{0z}. \end{gathered} \tag{2}$$

Тут k_x, k_y, k_z та ω_{0x}, ω_{0y}, ω_{0z} – відносні похибки масштабних коефіцієнтів лазерних гіроскопів ЛГ$_i$ та їх зміщення нуля;

h_x, h_y, h_z та a_{0x}, a_{0y}, a_{0z} – відносні похибки масштабних коефіцієнтів лінійних акселерометрів ЛА$_i$ та їх зміщення нуля;

ω_x, ω_y, ω_z – кутові швидкості на виходах ідеально виготовлених гіроскопів ЛГ$_i$ (тобто таких, що не мають похибок). Вирази для ω_x, ω_y, ω_z можна записати як

$$\omega_x = U[-\cos\theta\cos\varphi\sin K + \sin\theta(\sin\psi\cos\varphi\cos K - \cos\psi\sin\varphi)],$$

$$\omega_y = U(\cos\psi\cos\varphi\cos K + \sin\psi\sin\varphi), \quad (3)$$

$$\omega_z = U[-\sin\theta\cos\varphi\sin K - \cos\theta(\sin\psi\cos\varphi\cos K - \cos\psi\sin\varphi)],$$

де U – модуль вектору кутової швидкості обертання Землі;

a_x, a_y, a_z – уявні прискорення на виходах ідеально виготовлених акселерометрів ЛА$_i$, вирази для яких можна подати як

$$a_x = -g\sin\theta\cos\psi, \quad a_y = g\sin\psi, \quad a_z = g\cos\theta\cos\psi, \quad (4)$$

де g – модуль вектору прискорення вільного падіння в місці, де знаходиться БІНС.

Математичні моделі похибок визначення кутів орієнтації та широти місцезнаходження БІНС

Шляхом підстановки виразів (2) – (4) у співвідношення (1) можна безпосередньо переконатись в тому, що у разі застосування в БІНС ідеально виготовлених гіроскопів та акселерометрів (для яких інструментальні похибки k_i, ω_{0i}, h_i, a_{0i} дорівнюють нулю), – обчислення кутів її орієнтації та широти місцезнаходження здійснюється абсолютно точно:

$$K^* = K, \quad \theta^* = \theta, \quad \psi^* = \psi, \quad \varphi^* = \varphi. \quad (5)$$

Однак у випадку застосування в БІНС реальних гіроскопів та акселерометрів (для яких k_i, ω_{0i}, h_i, $a_{0i} \neq 0$), – формування вказаних величин буде здійснюватися із похибками ΔK, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$, $\Delta\varphi$:

$$K^* = K + \Delta K, \quad \theta^* = \theta + \Delta\theta, \quad \psi^* = \psi + \Delta\psi, \quad \varphi^* = \varphi + \Delta\varphi. \quad (6)$$

Вирази для цих похибок можна отримати шляхом варіювання формул (1) із урахуванням співвідношень (2) – (4).

У результаті формула для обчислення ΔK матиме вигляд

$$\Delta K = m_x(\omega_{0x} + k_x\omega_x) + m_y(\omega_{0y} + k_y\omega_y) + m_z(\omega_{0z} + k_z\omega_z) + $$
$$+ n_x(a_{0x} + h_x a_x) + n_y(a_{0y} + h_y a_y) + n_z(a_{0z} + h_z a_z), \quad (7)$$

де $m_x = -(U\cos\varphi)^{-1}(\cos\theta\cos K + \sin\theta\sin\psi\sin K)$,

$m_y = -(U\cos\varphi)^{-1}\cos\psi\sin K$,

$m_z = -(U\cos\varphi)^{-1}(\sin\theta\cos K - \cos\theta\sin\psi\sin K)$,

$n_x = g^{-1}[(\cos\theta\cos K + \sin\theta\sin\psi\sin K)\tan\varphi - \cos\theta\tan\psi)]$,

$n_y = g^{-1}\cos\psi\sin K\tan\varphi$,

$n_z = g^{-1}[(\sin\theta\cos K - \cos\theta\sin\psi\sin K)\tan\varphi - \sin\theta\tan\psi]$.

Співвідношення для оцінки $\Delta\theta$ можна подати як

$$\Delta\theta = q_x\,(a_{0x} + h_x\,a_x) + q_z\,(a_{0z} + h_z\,a_z)\,, \tag{8}$$

де $q_x = -(g\cos\psi)^{-1}\cos\theta$, $q_z = -(g\cos\psi)^{-1}\sin\theta$.

Формула для обчислення $\Delta\psi$ буде мати вигляд

$$\Delta\psi = l_x\,(a_{0x} + h_x\,a_x) + l_y\,(a_{0y} + h_y\,a_y) + l_z\,(a_{0z} + h_z\,a_z)\,, \tag{9}$$

де $l_x = g^{-1}\sin\theta\sin\psi$, $l_y = g^{-1}\cos\psi$, $l_z = -g^{-1}\cos\theta\sin\psi$.

Співвідношення для оцінки $\Delta\varphi$ можна записати як

$$\begin{aligned}\Delta\varphi = {} & p_x\,(\omega_{0x} + k_x\,\omega_x) + p_y\,(\omega_{0y} + k_y\,\omega_y) + p_z\,(\omega_{0z} + k_z\,\omega_z) + \\ & + r_x\,(a_{0x} + h_x\,a_x) + r_y\,(a_{0y} + h_y\,a_y) + r_z\,(a_{0z} + h_z\,a_z)\,,\end{aligned} \tag{10}$$

де $p_x = U^{-1}[(\cos\theta\sin K - \sin\theta\sin\psi\cos K)\sin\varphi - \sin\theta\cos\psi\cos\varphi]$,

$p_y = U^{-1}(\sin\psi\cos\varphi - \cos\psi\cos K\sin\varphi)$,

$p_z = U^{-1}[(\sin\theta\sin K + \cos\theta\sin\psi\cos K)\sin\varphi + \cos\theta\cos\psi\cos\varphi]$,

$r_x = -g^{-1}(\cos\theta\sin K - \sin\theta\sin\psi\cos K)$,

$r_y = g^{-1}\cos\psi\cos K$,

$r_z = -g^{-1}(\sin\theta\sin K + \cos\theta\sin\psi\cos K)$.

Вирази (7) – (10) являють собою математичні моделі похибок ΔK, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$, $\Delta\varphi$ визначення кутів K, θ, ψ орієнтації та широти φ місцезнаходження наземної БІНС за умови, що ця система є нерухомою відносно поверхні Землі. Названі вирази, в свою чергу, є основою для отримання розрахункових формул для обчислення статистичних характеристик величин ΔK, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$, $\Delta\varphi$.

Для отримання вказаних формул приймемо, що інструментальні похибки ω_{0i}, k_i, a_{0i}, h_i ($i = x, y, z$) лазерних гіроскопів ЛГ$_i$ та лінійних акселерометрів ЛА$_i$ у співвідношеннях (7) – (10) є взаємно некорельованими випадковими величинами, що задані своїми середніми значеннями $\mu\{\omega_{0i}\}$, $\mu\{k_i\}$, $\mu\{a_{0i}\}$, $\mu\{h_i\}$ та середньоквадратичними відхиленнями $\sigma\{\omega_{0i}\}$, $\sigma\{k_i\}$, $\sigma\{a_{0i}\}$, $\sigma\{h_i\}$. Задача полягає у тому, щоб на їх основі сформувати вирази для обчислення середніх значень $\mu\{\Delta K\}$, $\mu\{\Delta\theta\}$, $\mu\{\Delta\psi\}$, $\mu\{\Delta\varphi\}$ та середньоквадратичних відхилень $\sigma\{\Delta K\}$, $\sigma\{\Delta\theta\}$, $\sigma\{\Delta\psi\}$, $\sigma\{\Delta\varphi\}$ похибок визначення кутів K, θ, ψ, φ. Для розв’язання цієї задачі застосовуються стандартні співвідношення теорії імовірностей.

Формули для обчислення статистичних характеристик похибки визначення курсу БІНС

На підставі (7), формула для обчислення систематичної складової $\mu\{\Delta K\}$ похибки ΔK визначення курсу БІНС має вигляд

$$\begin{aligned}\mu\{\Delta K\} &= m_x(\mu\{\omega_{0x}\} + \mu\{k_x\}\omega_x) + m_y(\mu\{\omega_{0y}\} + \mu\{k_y\}\omega_y) + \\ &+ m_z(\mu\{\omega_{0z}\} + \mu\{k_z\}\omega_z) + \\ &+ n_x(\mu\{a_{0x}\} + \mu\{h_x\}a_x) + n_y(\mu\{a_{0y}\} + \mu\{h_y\}a_y) + \\ &+ n_z(\mu\{a_{0z}\} + \mu\{h_z\}a_z),\end{aligned} \tag{11}$$

а вираз для оцінки середньоквадратичного відхилення $\sigma\{\Delta K\}$ її випадкової складової можна подати як

$$\begin{aligned}\sigma\{\Delta K\} &= [m_x^2(\sigma^2\{\omega_{0x}\} + \sigma^2\{k_x\}\omega_x^2) + m_y^2(\sigma^2\{\omega_{0y}\} + \sigma^2\{k_y\}\omega_y^2) + \\ &+ m_z^2(\sigma^2\{\omega_{0z}\} + \sigma^2\{k_z\}\omega_z^2) + \\ &+ n_x^2(\sigma^2\{a_{0x}\} + \sigma^2\{h_x\}a_x^2) + n_y^2(\sigma^2\{a_{0y}\} + \sigma^2\{h_y\}a_y^2) + \\ &+ n_z^2(\sigma^2\{a_{0z}\} + \sigma^2\{h_z\}a_z^2)]^{1/2}.\end{aligned} \tag{12}$$

В ситуації, коли БІНС розташована в площині горизонту ($\psi = \theta = 0$), формула (11) приймає вигляд

$$\begin{aligned}\mu\{\Delta K\} &= -(U\cos\varphi)^{-1}(\mu\{\omega_{0x}\}\cos K + \mu\{\omega_{0y}\}\sin K) + \\ &+ (1/2)(\mu\{k_x\} - \mu\{k_y\})\sin 2K + \\ &+ g^{-1}(\mu\{a_{0x}\}\cos K + \mu\{a_{0y}\}\sin K)\tan\varphi,\end{aligned} \tag{13}$$

а вираз (12) можна переписати як

$$\begin{aligned}\sigma\{\Delta K\} &= [(U\cos\varphi)^{-2}(\sigma^2\{\omega_{0x}\}\cos^2 K + \sigma^2\{\omega_{0y}\}\sin^2 K) + \\ &+ (1/4)(\sigma^2\{k_x\} + \sigma^2\{k_y\})\sin^2 2K + \\ &+ g^{-2}(\sigma^2\{a_{0x}\}\cos^2 K + \sigma^2\{a_{0y}\}\sin^2 K)\tan^2\varphi]^{1/2}.\end{aligned} \tag{14}$$

У випадку ідентичних гіроскопів ЛГ$_i$ та акселерометрів ЛА$_i$, для яких $\sigma\{\omega_{0i}\} = \sigma\{\omega_0\}$, $\sigma\{k_i\} = \sigma\{k\}$, $\sigma\{a_{0i}\} = \sigma\{a_0\}$ $(i = x, y)$, – співвідношення (14) приймає форму

$$\begin{aligned}\sigma\{\Delta K\} &= [(U\cos\varphi)^{-2}\sigma^2\{\omega_0\} + (1/2)\sigma^2\{k\}\sin^2 2K + \\ &+ g^{-2}\sigma^2\{a_0\}\tan^2\varphi]^{1/2}.\end{aligned} \tag{15}$$

Формули для обчислення статистичних характеристик похибки визначення крену БІНС

На підставі (8), формула для обчислення систематичної складової $\mu\{\Delta\theta\}$ похибки $\Delta\theta$ визначення крену БІНС має вигляд

$$\mu\{\Delta\theta\} = -(g\cos\psi)^{-1}(\mu\{a_{0x}\}\cos\theta + \mu\{a_{0z}\}\sin\theta) + \\ + (1/2)(\mu\{h_x\} - \mu\{h_z\})\sin 2\theta, \qquad (16)$$

а вираз для оцінки середньоквадратичного відхилення $\sigma\{\Delta\theta\}$ її випадкової складової можна подати як

$$\sigma\{\Delta\theta\} = [(g\cos\psi)^{-2}(\sigma^2\{a_{0x}\}\cos^2\theta + \sigma^2\{a_{0z}\}\sin^2\theta) + \\ + (1/4)(\sigma^2\{h_x\} + \sigma^2\{h_z\})\sin^2 2\theta]^{1/2}. \qquad (17)$$

У випадку ідентичних акселерометрів ЛА$_x$, ЛА$_z$, для яких $\sigma\{a_{0i}\} = \sigma\{a_0\}$, $\sigma\{h_i\} = \sigma\{h\}$ $(i = x, z)$, – співвідношення (17) приймає форму

$$\sigma\{\Delta\theta\} = [(g\cos\psi)^{-2}\sigma^2\{a_0\} + (1/2)\sigma^2\{h\}\sin^2 2\theta]^{1/2}. \qquad (18)$$

Формули для обчислення статистичних характеристик похибки визначення тангажа БІНС

На підставі (9), формула для обчислення систематичної складової $\mu\{\Delta\psi\}$ похибки $\Delta\psi$ визначення тангажа БІНС має вигляд

$$\mu\{\Delta\psi\} = g^{-1}[(\mu\{a_{0x}\}\sin\theta - \mu\{a_{0z}\}\cos\theta)\sin\psi + \mu\{a_{0y}\}\cos\psi] - \\ - (1/2)(\mu\{h_x\}\sin^2\theta - \mu\{h_y\} + \mu\{h_z\}\cos^2\theta)\sin 2\psi, \qquad (19)$$

а вираз для оцінки середньоквадратичного відхилення $\sigma\{\Delta\psi\}$ її випадкової складової можна подати як

$$\sigma\{\Delta\psi\} = \{g^{-2}[(\sigma^2\{a_{0x}\}\sin^2\theta + \sigma^2\{a_{0z}\}\cos^2\theta)\sin^2\psi + \\ + \sigma^2\{a_{0y}\}\cos^2\psi] + \\ + (1/4)(\sigma^2\{h_x\}\sin^4\theta + \sigma^2\{h_y\} + \sigma^2\{h_z\}\cos^4\theta)\sin^2 2\psi\}^{1/2} \qquad (20)$$

.

У випадку ідентичних акселерометрів ЛА$_i$, для яких $\sigma\{a_{0i}\} = \sigma\{a_0\}$, $\sigma\{h_i\} = \sigma\{h\}$ $(i = x, y, z)$, – співвідношення (20) приймає форму

$$\sigma\{\Delta\psi\} = [g^{-2}\sigma^2\{a_0\} + (1/4)(1 + \sin^4\theta + \cos^4\theta)\sigma^2\{h\}\sin^2 2\psi]^{1/2}. \qquad (21)$$

Формули для обчислення статистичних характеристик похибки визначення широти місцезнаходження БІНС

На підставі (10), формула для обчислення систематичної складової $\mu\{\Delta\varphi\}$ похибки $\Delta\varphi$ визначення широти місцезнаходження БІНС має вигляд

$$\begin{aligned}\mu\{\Delta\varphi\} = {} & p_x(\mu\{\omega_{0x}\} + \mu\{k_x\}\omega_x) + p_y(\mu\{\omega_{0y}\} + \mu\{k_y\}\omega_y) + \\ & + p_z(\mu\{\omega_{0z}\} + \mu\{k_z\}\omega_z) + \\ & + r_x(\mu\{a_{0x}\} + \mu\{h_x\}a_x) + r_y(\mu\{a_{0y}\} + \mu\{h_y\}a_y) + \\ & + r_z(\mu\{a_{0z}\} + \mu\{h_z\}a_z)\,,\end{aligned} \tag{22}$$

а вираз для оцінки середньоквадратичного відхилення $\sigma\{\Delta\varphi\}$ її випадкової складової можна подати як

$$\begin{aligned}\sigma\{\Delta\varphi\} = {} & [p_x^2(\sigma^2\{\omega_{0x}\} + \sigma^2\{k_x\}\omega_x^2) + p_y^2(\sigma^2\{\omega_{0y}\} + \sigma^2\{k_y\}\omega_y^2) + \\ & + p_z^2(\sigma^2\{\omega_{0z}\} + \sigma^2\{k_z\}\omega_z^2) + \\ & + r_x^2(\sigma^2\{a_{0x}\} + \sigma^2\{h_x\}a_x^2) + r_y^2(\sigma^2\{a_{0y}\} + \sigma^2\{h_y\}a_y^2) + \\ & + r_z^2(\sigma^2\{a_{0z}\} + \sigma^2\{h_z\}a_z^2)]^{1/2}.\end{aligned} \tag{23}$$

В ситуації, коли БІНС розташована у площині горизонту ($\psi = \theta = 0$), формула (22) приймає вигляд

$$\begin{aligned}\mu\{\Delta\varphi\} = {} & U^{-1}[(\mu\{\omega_{0x}\}\sin K - \mu\{\omega_{0y}\}\cos K)\sin\varphi + \mu\{\omega_{0z}\}\cos\varphi] - \\ & - (1/2)(\mu\{k_x\}\sin^2 K + \mu\{k_y\}\cos^2 K - \mu\{k_z\})\sin 2\varphi - \\ & - g^{-1}(\mu\{a_{0x}\}\sin K - \mu\{a_{0y}\}\cos K)\,,\end{aligned} \tag{24}$$

а вираз (23) можна переписати як

$$\begin{aligned}\sigma\{\Delta\varphi\} = {} & \{U^{-2}[(\sigma^2\{\omega_{0x}\}\sin^2 K + \sigma^2\{\omega_{0y}\}\cos^2 K)\sin^2\varphi + \\ & + \sigma^2\{\omega_{0z}\}\cos^2\varphi] + \\ & + (1/4)(\sigma^2\{k_x\}\sin^4 K + \sigma^2\{k_y\}\cos^4 K + \sigma^2\{k_z\})\sin^2 2\varphi + \\ & + g^{-2}(\sigma^2\{a_{0x}\}\sin^2 K + \sigma^2\{a_{0y}\}\cos^2 K)\}^{1/2}.\end{aligned} \tag{25}$$

У випадку ідентичних гіроскопів $ЛГ_i$ та акселерометрів $ЛА_i$, для яких $\sigma\{\omega_{0i}\} = \sigma\{\omega_0\}$, $\sigma\{k_i\} = \sigma\{k\}$, $\sigma\{a_{0i}\} = \sigma\{a_0\}$ ($i = x, y, z$), – співвідношення (25) приймає форму

$$\begin{aligned}\sigma\{\Delta\varphi\} = {} & \{U^{-2}\sigma^2\{\omega_0\} + (1/4)[(1 + \sin^4 K + \cos^4 K)\sin^2 2\varphi]\sigma^2\{k\} + \\ & + g^{-2}\sigma^2\{a_0\}\}^{1/2}.\end{aligned} \tag{26}$$

Висновки

У статті наведено математичні моделі (7)–(10) похибок ΔK, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$, $\Delta\varphi$ визначення кутів K, θ, ψ орієнтації та широти φ місцезнаходження наземної БІНС за умови, що ця система під час вимірювань є нерухомою відносно поверхні Землі. На основі вказаних моделей додатково отримано також і розрахункові формули (11)–(26) для обчислення статистичних характеристик величин ΔK, $\Delta\theta$, $\Delta\psi$, $\Delta\varphi$, – зокрема їх середніх значень та середньоквадратичних відхилень. Результати статті в частині, що стосується похибок визначення кутів K, θ, ψ орієнтації БІНС, – доповнюють матеріали, які представлено в працях [2], [3].

Список використаної літератури

1. *Бондаренко Є. А.*, *Бондаренко Т. В.* Розрахунок похибок визначення кутів початкової орієнтації безплатформної інерціальної системи // Вісник Київського політехнічного інституту. Приладобудування, 1985, вип. 15, с. 31–33.
2. *Robert M. Rogers*. Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems. – Second Edition (2003).
3. *David H. Titterton and John L. Weston*. Strapdown Inertial Navigation Technology. – Second Edition (2004).