

УДК 531.768

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771392020229096>

М. Г. Черняк<sup>1</sup>, к.т.н., доцент, В. О. Колесник<sup>2</sup>, бакалавр

**ЗМЕНШЕННЯ ЧАСОВИХ ПОХИБОК ІНЕРЦІАЛЬНОГО  
ВИМІРЮВАЛЬНОГО МОДУЛЯ ШЛЯХОМ РЕАЛІЗАЦІЇ ЙОГО  
СТРУКТУРНОЇ НАДЛИШКОВОСТІ НА БАЗІ ТРИВІСНИХ  
МІКРОМЕХАНІЧНИХ ВИМІРЮВАЧІВ**

**En**

Redundant inertial measurement units (IMU) are used in security-critical operations since the advent of inertial technology. This approach allows you to create fault-tolerant systems that can detect and isolate defective sensors. Besides, experimental results have shown that redundant IMU is also an effective way to improve the performance of navigation systems. The question is only in the

---

<sup>1</sup> КПІ ім. Ігоря Сікорського

<sup>2</sup> КПІ ім. Ігоря Сікорського

dependence of the accuracy of the unit on the number of sensors used and their mutual orientation.

This paper analyses the influence of spatial orientation on the accuracy of an IMU with a redundant configuration in the case of using triaxial orthogonal micromechanical measuring modules as atomic structural units.

The first part of this article concentrates on the geometry of the redundant IMU. Analysis of its metrological model of a redundant showed that, when dealing with orthogonal IMU triads, its resulting accuracy is independent of the relative orientation between them. This fact presents important practical implications since it demonstrates that using complex large-scale installation structures can be avoided. As a result, it is enough to place instead of an array of units, for example, only on one printed circuit board with any orientation. Also, it was found the relationship between the number of sensors employed and the accuracy improvement that enables us to ascertain the exact number of sensors needed to design a navigation system with a certain precision.

The second part of this article shows the experimental approval of theoretical conclusions during the testing of a prototype block based on three low-cost units (MPU6050) built according to a symmetric tetrahedron scheme.

The accuracy of the redundant block was experimentally evaluated based on the value of the errors in determining the modulus of gravity acceleration and a given angular velocity of a test rotary platform in a series of positions. The performance of the tested inertial measuring block was better on average in comparison with anyone module from this block that proved the possibility of using these approaches for MEMS sensors in high-accuracy application areas.

**Ru**

Исследовано влияние пространственной ориентации на точность инерциального измерительного блока с избыточной конфигурацией в случае, когда его атомарными структурными компонентами выступают трехосные ортогональные микромеханические измерительные модули. Формализован подход к выбору оптимальной пространственной ориентации блока путем формулировки критерия оптимальности избыточной структуры. Сделанные теоретические выводы подтверждены в ходе экспериментального исследования образца инерциального измерительного блока, построенного по симметричной схеме тетраэдра.

## Вступ

Прогрес у розробці тривісних мікромеханічних вимірювачів уявного прискорення і кутової швидкості (МЕМС ВМ) дає можливість використовувати їх у складі тривісних інерціальних вимірювальних модулів (ІВМ) для вирішення задач орієнтації та навігації рухомих об'єктів (зокрема, безпілотних літальних апаратів) завдяки їх легкості, мініатюрності, низькому енергоспоживанню, а також наявності інтегрованої електроніки для обробки та оцифрування вихідних сигналів. Однак ці переваги, на жаль, перекриваються рядом їх суттєвих недоліків, що проявляються як чисельні помилки вимірювань систематичного та випадкового характеру [1, 2].

Очевидно, що актуальна задача підвищення точності таких ІВМ вимагає впровадження додаткових заходів, кожен з яких спрямований на бо-

ротьбу з конкретним джерелом вказаних похибок. Так усунення систематичних похибок зазвичай полягає в їх алгоритмічній компенсації за результатами попередніх лабораторних випробувань ІВМ, та на цей час є достатньо пропрацьованою задачею, що не можна сказати про часові випадкові похибки. Якщо, до прикладу, інерціальному вимірювальному модулю властива суттєва часова нестабільність паспортних коефіцієнтів його метрологічної моделі (ММ) від запуску до запуску, то оптимальним варіантом є впровадження додаткового (польового) калібрування ІВМ безпосередньо перед його експлуатацією [3].

Однак, у випадку, коли має місце часова нестабільність цих коефіцієнтів у запуску (часові флуктуації) – на даний час, єдиним можливим виходом є організація сукупних вимірювань із залученням кількох ІВМ.

Ця ідея одночасного залучення кількох МЕМС ВМ в єдиний надлишковий (кластерний) ІВМ не є новою концепцією. Зокрема, у [1] була досліджена концепція організації масиву гіроскопів у вигляді так званого синтетичного гіроскопа вищої точності та було наочно продемонстровано підвищення стабільності зміщення нуля такого пристрою. У [4] експериментально підтверджено, що зменшення шуму вихідного сигналу ІВБ пропорційне квадратному кореню числа задіяних ІВМ. Концепція надлишкової конфігурації ІВМ була розширена у [5], де було досліджено поєднання ІВМ із різними динамічними характеристиками. Такий підхід дозволив уникнути спотворень навігаційної інформації під час зміни динаміки руху, однак щодо усунення часових флуктуацій, то ефект був таким же як й в указаних вище дослідженнях.

Висновки із вказаних вище праць неминуче наштовхують на думку, що ключовим фактором підвищення результуючої точності ІВМ може бути взаємна просторова орієнтація його ВМ. Додатковою мотивацією так вважати є наявність ряду робіт, присвячених аналізу ряду просторових конфігурацій (рис. 1) одновісних інерціальних вимірювачів (акселерометрів і гіроскопів) у складі звичайних ІВМ.

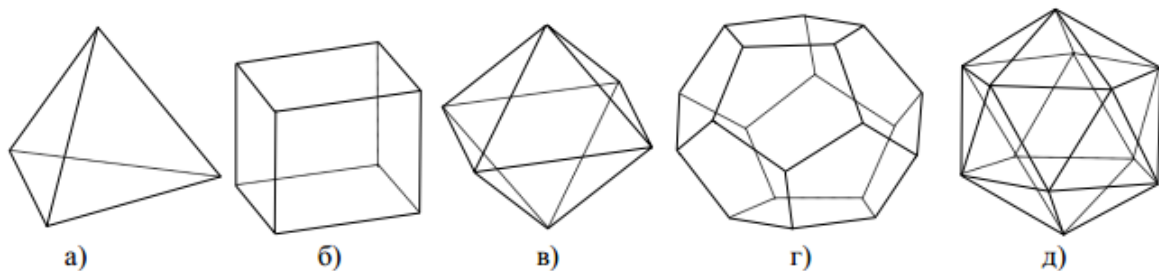


Рис. 1. Відомі варіанти просторових конфігурацій одновісних вимірювачів у складі ІВМ (осі чутливості вимірювачів перпендикулярні граням): а) тетраедр; б) куб; в) октаедр; г) додекаедр; д) ікосаедр

Особливої уваги тут заслуговує стаття [6], де було встановлено, що найбільш оптимальною для вирішення навігаційних задач є перекошена конфігурація таких вимірювачів. Даний висновок було підтверджено в ході дослідження навігаційних конфігурацій для безпілотних літальних апаратів [2], тому робився акцент на забезпеченні надійності та ізоляції відмов. Побудована система була здатна не тільки виявити несправний датчик, а й ізолювати його. Дослідниками було встановлено, що для розробки безпечної системи потрібно мінімум чотири датчика, а п'ятьох вже достатньо для виключення несправності. Подібний підхід, було застосовано у [7] при реалізації «віртуального гіроскопа», що полягає в гетерогенному злитті даних чотирьох недорогих гіроскопів, розташованих за асиметричною схемою (рис. 2).

Головний аргумент розробників щодо зазначеної конфігурації цілком зрозумілий і справді знаходить своє підтвердження на практиці: у разі ортогональної конфігурації результати вимірювань окремих датчиків не корелюються між собою, а тому точність визначення будь-якої проекції вимірюваного вектору безпосередньо залежить лише від вимірювача, розташованого на відповідній осі. Включення у дану структуру четвертого надлишкового вимірювача, вісь якого не паралельна осі жодного іншого, дає можливість формувати оцінку кожної проекції вимірюваного вектору вже на основі пари вихідних сигналів. Тому, у кожній із трьох таких пар присутній сигнал із одного вимірювача.

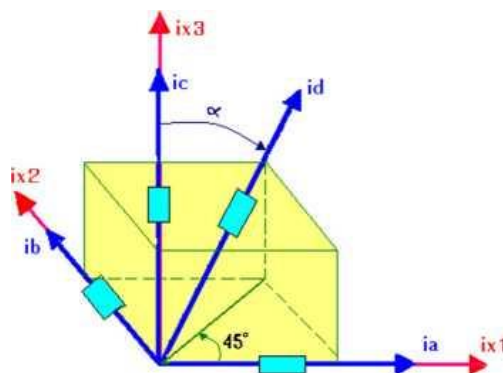


Рис. 2. Перекошена конфігурація ІВМ із чотирма вимірювачами на базі ортогональної тріади вимірювачів

У результаті ця особливість дозволяє отримувати оцінку вимірювального вектору навіть точнішу, ніж у випадку використання двох співвісних ортогональних блоків. У випадку застосування прецизійних вимірювачів (як, наприклад, компенсаційні акселерометри та лазерні гіроскопи), такий підхід дозволяє отримати набагато якісніший ІВМ без суттєвого збільшення його масо-габаритних характеристик та вартості.

Чи можна адаптувати таке рішення до ІВМ побудованих на тривісних МЕМС ВМ? Дане питання залишається відкритим.

## Постановка задачі

Метою даної статті є дослідження можливості структурного зменшення часових похибок надлишкового ІВМ на основі декількох тривісних МЕМС ВМ шляхом вибору оптимальної просторової орієнтації його МЕМС ВМ.

## Математична модель похибок інерційного вимірювального модуля із надлишковою структурою

Прийемо за структурну одиницю надлишкового ІВМ, що розглядається, тривісний МЕМС ВМ, який включає у себе зазвичай два (у випадку наявності блоку магнітометрів – три) типи векторних вимірювачів – акселерометри та гіроскопи, вихідні сигнали яких можна описати загального метрологічними моделями виду:

$$u_i = s_i^T \mathbf{w} + b_i, \text{ [Вих]}, \quad (1)$$

де  $u_i$ , [Вих] – вихідний сигнал векторного вимірювача,  $s_i$ , [Вих/Вх] – вектор осі чутливості вимірювача у проекціях на осі зв'язаної системи координат (СК) ІВМ,  $b_i$ , [Вих] – зміщення нуля вихідного сигналу векторного вимірювача,  $\mathbf{w}$ , [Вх] – вимірюваний вектор в проекціях на осі зв'язаної СК ІВМ, що у випадку із акселерометром являє собою уявне прискорення основи ІВМ, а для гіроскопів – її переносну кутову швидкість.

Групи однотипних МЕМС ВМ, що входять до складу ІВМ, відповідно, також можна описати згідно моделі (1) сукупністю виразів, які можна звести до матричного виду

$$\mathbf{u} = \mathbf{S}\mathbf{w} + \mathbf{b}, \text{ Вих}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} s_1^T \\ s_2^T \\ \vdots \\ s_n^T \end{bmatrix} \mathbf{w} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}, \text{ [Вих]},$$

де  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n]^T$  Вих – вектор вихідних сигналів ІВМ;

$\mathbf{b} = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_n]^T$  Вих – вектор зміщення нуля вихідних сигналів ІВМ;

$\mathbf{S} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]^T$  представляє собою добуток:

$$\mathbf{S} = \mathbf{KR} = \mathbf{KLQ}, \text{ [Вих/Вх]},$$

де  $\mathbf{K} = \text{diag}(k_i)$ , [Вих/Вх] – діагональна матриця коефіцієнтів перетворення;  $\mathbf{R} = [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_n]^T$ , [1] – матриця орієнтації осей чутливості МЕМС ВМ із нормованими векторами ( $\|r_i\| = 1, i = \overline{1, n}$ ).

Таким чином, метрологічні моделі груп однотипних МЕМС ВМ ІВМ приймають вид

$$\mathbf{u} = \mathbf{KR}\mathbf{w} + \mathbf{b}, \quad [\text{Вих}]. \quad (2)$$

Процес проєкціювання вимірюваного вектору на осі чутливості ІВМ, що описуються матрицею  $\mathbf{R}$  умовно можна розділити на дві стадії:

- перепроєкціювання вимірюваного вектору, визначеного в проєкціях на осі СК ІВМ, на осі віртуальної ортогональної СК, сформованої на основі перших трьох вимірювачів блоку віртуальної ортогональної СК;
- перепроєкціювання вимірюваного вектору, визначеного в проєкціях на осі віртуальної ортогональної СК, на осі чутливості відповідних вимірювачів.

Математично зазначені вище стадії описуються  $LQ$ -декомпозицією [8] матриці  $\mathbf{R}$

$$\mathbf{R} = \mathbf{LQ}, \quad [1]$$

де  $\mathbf{L}$  – нижньотрикутна матриця,  $\mathbf{Q}$  – ортогональна матриця приведення віртуальної СК тривісного МЕМС ВМ до СК ІВМ.

Саме тому для забезпечення повноцінного визначення вимірюваного вектору в тривимірному просторі необхідно мати мінімум одну ортогональну трійку вимірювачів.

Похибки коефіцієнтів метрологічної моделі групи однотипних МЕМС ВМ ІВМ зумовлюють відхилення  $\Delta\mathbf{u}$  реальних вихідних сигналів  $\tilde{\mathbf{u}}$  від істинних  $\mathbf{u}$

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{R}}\mathbf{w} + \tilde{\mathbf{b}}, \quad [\text{Вих}],$$

де  $\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + \Delta\mathbf{K}$ ,  $\Delta\mathbf{K}$ , [Вих/Вх] – діагональна матриця похибок коефіцієнтів перетворення вимірювачів блоку;  $\tilde{\mathbf{R}} = \delta\mathbf{R}\mathbf{R}$ ;  $\delta\mathbf{R}$ , [1] – матриця похибок орієнтації осей чутливості вимірювачів блоку;  $\tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{b} + \Delta\mathbf{b}$ ,  $\Delta\mathbf{b}$ , [Вих] – вектор похибок зміщення нуля вимірювачів блоку.

Тоді, модель похибок групи однотипних МЕМС ВМ ІВМ матиме вигляд

$$\Delta\mathbf{u} = \mathbf{K}(\delta\mathbf{K}\mathbf{L} + \mathbf{L}[\delta\mathbf{q}])\mathbf{Q}\mathbf{w} + \Delta\mathbf{b}, \quad [\text{Вих}],$$

який е розмірності вимірюваного вектору  $\mathbf{w}$  має вид

$$\Delta\mathbf{w} = \mathbf{Q}^T([\delta\mathbf{q}] + \mathbf{L}^{-1}\delta\mathbf{K})\mathbf{Q}\mathbf{w} + \mathcal{A}_0, \quad [\text{Вх}], \quad (3)$$

де  $[\delta\mathbf{q}]$  – кососиметрична матриця вектору розбіжності реальної та номінальної орієнтації СК ІВМ;  $\mathcal{A}_0 = \mathbf{Q}^T\mathbf{L}^\dagger\mathbf{K}^{-1}\Delta\mathbf{b}$ , [Вх] – зміщення нуля вимірюваного вектора. Множник в дужках характеризує мультиплікативну похибку, причому перший доданок відображає вплив похибок коефіцієнтів перетворення, другий – неточність орієнтації вимірювальних осей вимірювачів. Доданок  $\mathcal{A}_0$  є адитивною похибкою вихідних сигналів групи МЕМС ВМ ІВМ.

Кожна із перелічених у моделі (3) складова являє собою суму систематичної та випадкової складових. Перша залишається постійною або закономірно змінюється протягом експлуатації ІВМ, задача її усунення, як вказано вище, вже вирішена.

Під час застосування ІВМ найбільшу ж проблему створюють випадкові похибки, у разі оцінки яких можливо оперувати лише їх статистичними характеристиками. Прийmemo, що випадкова складова  $\tilde{A}_0$  адитивної похибки містить такі компоненти

$$\tilde{A}_0 = \varepsilon_0 + \varepsilon^{\text{WN}} + \varepsilon^{\text{BI}} + \varepsilon^{\text{RW}}, \quad [\text{Вх}],$$

де  $\varepsilon_0, [\text{Вх}]$  – нестабільність зміщення нуля (ЗН) від запуску до запуску;

$\varepsilon^{\text{WN}}, [\text{Вх}]$  – білий шум (англ. «white noise»);  $\varepsilon^{\text{BI}}, [\text{Вх}]$  – нестабіль-

ність ЗН у запуску (англ. «bias instability»);  $\varepsilon^{\text{RW}}, [\text{Вх}]$  – флуктуації нуля у запуску (англ. «random walk»).

Перша складова має нормальний розподіл із нульовим середнім. Білий шум має якісно такі ж стохастичні характеристики, однак спостерігається у межах одного запуску. Його критерієм, наприклад, є наявність прямолінійної ділянки на графіку варіації Алана із нахилом -0,5. Нестабільність зміщення нуля у запуску, що зазвичай викликана шумом у вимірювальній ланці, еквівалентне білому шуму, що пропускається через інтегратор дробового порядку. Критерій нестабільності нуля – наявність ділянки варіації Алана із нульовим нахилом. Флуктуація нуля, у свою чергу, тотожна проінтегрованому білому шуму та визначається відповідно за додатним половинним нахилом.

Складова  $\delta K$ , аналогічно, містить систематичну та випадкову складову

$$\delta K = \bar{\delta K} + \tilde{\delta K}, \quad [1] \quad A_0 = \bar{A}_0 + \tilde{A}_0, \quad [\text{Вх}].$$

До складу випадкової складової  $\tilde{\delta K}$  входять два компоненти

$$\tilde{\delta K} = \delta K_0 + \tilde{\delta K}^{\text{GI}}, \quad [1],$$

де  $\delta K_0, [1]$  – нестабільність коефіцієнта перетворення від запуску до запуску

(характер, аналогічний нестабільності зміщення нуля  $\varepsilon_0$ );  $\tilde{\delta K}^{\text{GI}}, [1]$  – нестабільність коефіцієнта перетворення у запуску (англ. «gain instability»), що за характером, відповідно, схожа на  $\varepsilon^{\text{BI}}$ .

### **Вибір оптимальної просторової конфігурації ІВМ на основі декількох тривісних МЕМС ВМ**

Аналізуючи модель (3) із огляду на особливості роботи реальних МЕМС ВМ (найбільш схильними до часових флуктуацій у запуску є пере-

важно зміщення нулів вимірювачів та, у меншій мірі, коефіцієнти перетворення) [7] можна зробити певні її спрощення.

Складова похибки  $\delta q$  відображає лише конструктивні дефекти ІВМ та практично не еволюціонує в часі. Тому сконцентруємо увагу на найбільш суттєвій складовій, так званому дрейфі нуля, що описується виразом

$$\tilde{\Delta}w_0 = Q^T L^\dagger K^{-1} \tilde{\Delta}b, \quad [Bx].$$

Позбавившись ортогонального перетворення, що не впливає на норму вектору  $\tilde{\Delta}w_0$ , розглянемо його таким чином в осях прийнятої раніше віртуальної СК

$$\tilde{\Delta}v_0 = Q \tilde{\Delta}w_0 = L^\dagger K^{-1} \tilde{\Delta}b, \quad [Bx].$$

Для чисельної оцінки  $\tilde{\Delta}v_0$  доцільно визначити коваріаційну матрицю:

$$\Sigma(\tilde{\Delta}v_0) = E[\tilde{\Delta}v_0 \tilde{\Delta}v_0^T] = L^\dagger K^{-1} \Sigma K^{-1} (L^\dagger)^T, \quad [Bx^2],$$

де  $\Sigma = E[\tilde{\Delta}b \tilde{\Delta}b^T]$  – коваріаційна матриця похибки зміщення нуля.

Для спрощення подальших аналітичних викладок, припустимо, що похибки не корельовані між собою і, що їх СКВ рівні між собою та дорівнюють  $\sigma_0$  (що цілком адекватно для реальних ІВМ [7]), а також те, що коефіцієнти перетворення вимірювачів однакові і рівні одиниці (тобто  $K$  є одиничною матрицею). Тоді попередній вираз проститься до вигляду

$$\Sigma(\Delta v_0) = \sigma_0^2 L^\dagger (L^\dagger)^T = \sigma_0^2 (L^T L)^{-1}, \quad [Bx^2].$$

Отже, величина випадкової похибки  $\tilde{\Delta}w_0$  залежить від матриці  $(L^T L)^{-1}$ , тобто задачу мінімізації випадкової похибки тепер можна розглядати як задачу мінімізації норми матриці  $(L^T L)^{-1}$ . Оскільки, згідно з означенням оберненої матриці

$$(L^T L)^{-1} = \frac{1}{\det(L^T L)} \text{adj}(L^T L), \quad [1],$$

де  $\text{adj}(L^T L)$  – союзна матриця [8]. Ключовим у наведеному виразі є дільник  $\det(L^T L)$ . Він вказує те, що норма оберненої матриці тим менша, чим більший визначник первинної.

Використаємо цей факт як основний критерій вибору оптимальної конфігурації ІВМ.

Розглянемо варіант побудови ІВМ на базі трьох однакових тривісних МЕМС ВМ, так як для них можливо побудувати симетричну конструкцію, що дуже важливо з огляду на припущення, зроблене стосовно величини



похибок вимірювачів. Їх взаємну орієнтацію можна описати двома кінцевими поворотами, тому матрицю  $L$  конфігурації ІВМ можна представити як блочну матрицю

$$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix},$$

де  $L_1$  – матриця геометрії першого МЕМС ВМ;  $L_2$  – матриця геометрії другого МЕМС ВМ;  $L_3$  – матриця геометрії третього МЕМС ВМ. Оскільки спільна віртуальна СК МЕМС ВМ будується на основі першого ВМ, матриця  $L_1$  є нижньотрикутною. Тому в результаті  $LQ$ -декомпозиції матриць  $L_2$  та  $L_3$  отримаємо:

$$L_2 = L'_2 Q_2; \quad L_3 = L'_3 Q_3,$$

де  $L'_2$  та  $L'_3$  – нижньотрикутні матриці, що визначають локальні ортогональні СК другого та третього МЕМС ВМ відповідно;  $Q_2$  та  $Q_3$  – ортогональні матриці приведення локальних ортогональних СК другого та третього ВМ до ортогональної СК першого.

Матриці  $L_1$ ,  $L'_2$ ,  $L'_3$  визначаються тільки конструкцією тривісних МЕМС ВМ, та не залежать від вибору кінематичної схеми ІВМ. Крім того, із огляду на малі величини похибки неортогональності вимірювачів у межах кожного МЕМС ВМ, можна вважати  $L_1$ ,  $L'_2$  та  $L'_3$  одиничними матрицями. Тому, конфігурації ІВМ визначається матрицею виду

$$L = \begin{bmatrix} I \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix}.$$

У загальному випадку матриця описує взаємну орієнтацію тривісних МЕМС ВМ, що розташовані на бічних гранях тетраедра (рис. 1). Оцінимо значення критерію  $\det(L^T L)$

$$\det(L^T L) = \det \left( \begin{bmatrix} I^T & Q_2^T & Q_3^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \right) = \det(3I) = 27.$$

Це значення критерію не залежить від значень ортогональних матриць  $Q_2$  та  $Q_3$ , тобто від геометрії блоку, а визначається у загальному випадку лише числом задіяних ортогональних тріад вимірювачів

$$\det(L^T(n)L(n)) = \det(nI_3) = n^3.$$

Тому, обернена матриця  $(L^T(n)L(n))^{-1}$  дорівнює

$$\left(\mathbf{L}^T(n)\mathbf{L}(n)\right)^{-1} = \frac{1}{\det\left(\mathbf{L}^T(n)\mathbf{L}(n)\right)} \text{adj}\left(\mathbf{L}^T(n)\mathbf{L}(n)\right) = \frac{\text{adj}\left(n\mathbf{I}_3\right)}{n^3} = n^{-2}\mathbf{I}_3.$$

Таким чином дисперсія оцінки вимірюваного вектору зменшується пропорційно квадрату кількості ортогональних тріад вимірювачів у складі ІВМ. Дане твердження збігається із експериментально встановленою у [4] залежністю.

Тому ключовим для підвищення точності ІВМ є саме наявність надлишкової кількості МЕМС ВМ, а не їх взаємна орієнтація у складі ІВМ.

### Експериментальні дослідження

Для експериментального підтвердження теоретичних висновків було побудовано дослідний зразок ІВБ, ІВМ якого розташовані за симетричною схемою тетраедра (рис. 3).

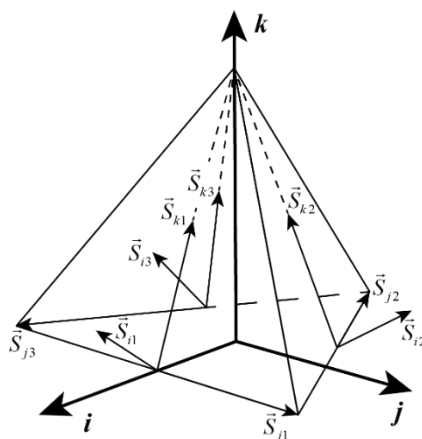


Рис. 3. Кінематична схема ІВБ:  $(i, j, k)$  – осі ортогональної СК ІВМ;  $(\vec{S}_i, \vec{S}_j, \vec{S}_k)$  – осі чутливості тривісних ортогональних МЕМС ВМ

У такому випадку досягається перехресна залежність величин вихідних сигналів вимірювачів, що дозволить у ході їх порівняння встановити вірність зробленого вище висновку. Необхідна точність виготовлення установчих поверхонь ІВМ була забезпечена завдяки технології *FDM*. Такий ІВМ, що досліджувався, показано на рис. 4.

У якості тривісних МЕМС ВМ обрано вимірювальний модуль *MPU6050* (рис. 5, а), що включає тривісний акселерометр та тривісний гіроскоп (діапазони вимірювань акселерометра –  $\pm 4$  g, гіроскопа -  $\pm 250$  °/s відповідно). У якості головного обчислювача ІВМ використовувався обчислювач *Arduino ProMini* (рис. 5, б) – пристрій на базі мікроконтролера *ATmega328*. Комунікація контролера із масивом ІВМ організована за протоколом *i2c*.

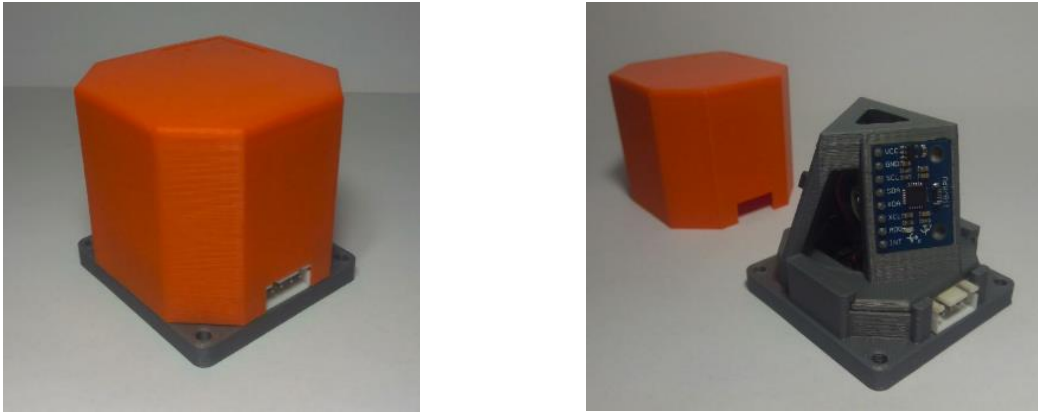
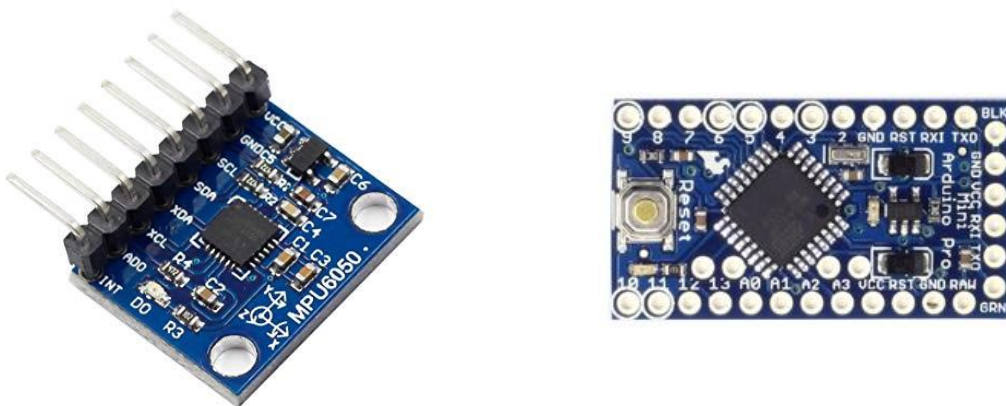


Рис. 4. ІВМ із надлишковою структурою на основі трьох тривісних МЕМС ВМ

У якості тривісних МЕМС ВМ обрано вимірювальний модуль *MPU6050* (рис. 5, а), що включає тривісний акселерометр та тривісний гіроскоп (діапазони вимірювань акселерометра –  $\pm 4$  g, гіроскопа -  $\pm 250$   $^{\circ}/s$  відповідно). У якості головного обчислювача ІВМ використовувався обчислювач *Arduino ProMini* (рис. 5, б) – пристрій на базі мікроконтролера *ATmega328*. Комунікація контролера із масивом ІВМ організована за протоколом *i2c*.

Перед дослідженнями ІВМ було відкалібровано за способом, описаним у [3]. Тому, обрана конструкція ІВМ дала змогу подолати основний недолік способу – невизначеність взаємного положення приладових систем координат тривісного акселерометра і тривісного гіроскопу. Приведення систем координат МЕМС ВМ до системи координат ІВМ здійснювалось шляхом введення поправок за формулою



а)

б)

Рис. 5. Тривісний МЕМС ВМ типу *MPU6050* (а) та обчислювач *Arduino Pro Mini* (б)

$$\tilde{Q}_i = (I_3 + [\delta q_i])Q_i,$$

де  $Q_i$  – номінальні значення матриці напрямних косинусів орієнтації  $i$ -того тривісного MEMC ВМ (визначені обраною конструкцією ІВМ);  $[\delta q_i]$  – кососиметричні матриці розбіжності, ненульові елементи яких визначаються із матричного рівняння

$$\Delta \hat{X} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{B_k W_k}{I_9 - A_k},$$

де  $\Delta X_k = [(\delta q_1^k)^T (\delta q_2^k)^T (\delta q_3^k)^T]^T$  – вектор ненульових компонентів матриць  $[\delta q_i]$ ;  $m$  – кількість тестових положень (відповідно обраному методу калібрування);  $W_k = [(\hat{w}_{v1}^k)^T (\hat{w}_{v2}^k)^T (\hat{w}_{v3}^k)^T]^T$  – вектори оцінок вимірюваного вектору  $\hat{w}_{vi}^k$  у проєкціях на осі віртуальної СК кожного тривісного MEMC ВМ;  $A_k$  та  $B_k$  – матриці виду

$$A_k = \begin{bmatrix} 0_{[3 \times 3]} & 0_{[3 \times 3]} & [\hat{w}_{v1}^k]^\dagger Q_1 Q_3^T [\hat{w}_{v3}^k] \\ [\hat{w}_{v2}^k]^\dagger Q_2 Q_1^T [\hat{w}_{v1}^k] & 0_{[3 \times 3]} & 0_{[3 \times 3]} \\ 0_{[3 \times 3]} & [\hat{w}_{v3}^k]^\dagger Q_3 Q_2^T [\hat{w}_{v2}^k] & 0_{[3 \times 3]} \end{bmatrix};$$

$$B_k = \begin{bmatrix} -[\hat{w}_{v1}^k]^\dagger & 0_{[3 \times 3]} & [\hat{w}_{v1}^k]^\dagger Q_1 Q_3^T [\hat{w}_{v3}^k] \\ [\hat{w}_{v2}^k]^\dagger Q_2 Q_1^T [\hat{w}_{v1}^k] & -[\hat{w}_{v2}^k]^\dagger & 0_{[3 \times 3]} \\ 0_{[3 \times 3]} & [\hat{w}_{v3}^k]^\dagger Q_3 Q_2^T [\hat{w}_{v2}^k] & [\hat{w}_{v3}^k]^\dagger \end{bmatrix}.$$

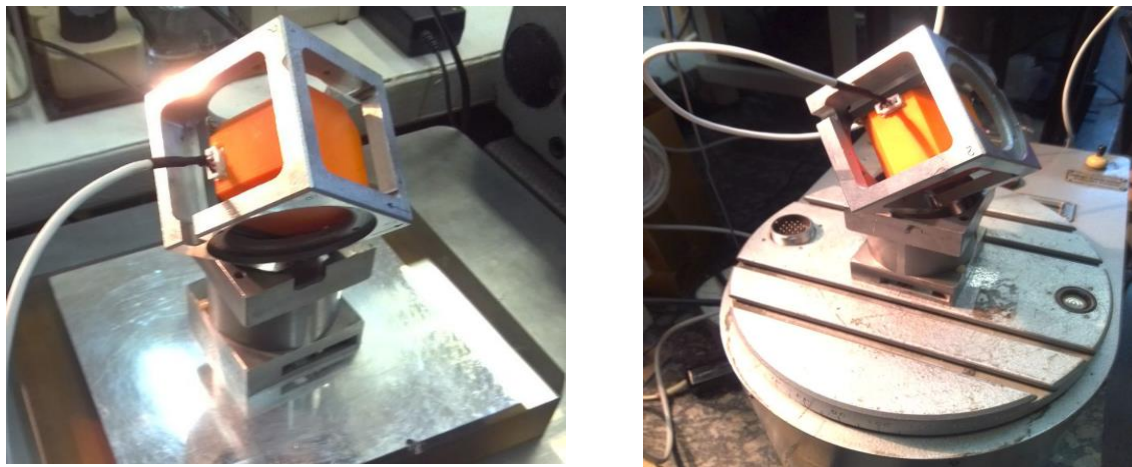
Остаточні значення матриць  $R_i$  тривісних MEMC ВМ у складі ІВМ розраховувались наступним чином

$$R_i = L_i (I + [\delta q_i]) Q_i,$$

де числові значення матриць  $L_i$  були отримані (як і компоненти  $K_i$  та  $b_i$  моделі (2)) у ході виконання вище зазначеного калібрування.

Експериментальна перевірка підвищення точності надлишкового ІВМ, що досліджується, була виконана таким чином: спочатку, за допомогою ІВМ вимірювалися величини модулів прискорення сили тяжіння  $|\vec{g}|$  і заданої, за допомогою платформи МПУ-2, тестової кутової швидкості  $|\omega = 45 \frac{0}{c}|$  у п'яти тестових положеннях (ТП) ІВМ відносно вимірюваних векторів  $\vec{g}$  і  $\vec{\omega}$  (рис. 6). Розраховувалися і записувалися у табл. 1 абсолютні похибки  $\Delta g$  і  $\Delta \omega$  результатів цих вимірювань (РВ); далі виконувалися таки ж самі вимірювання і розрахунки за допомогою окремого MEMC ВМ MPU6050, що входить до його складу цього ІВМ; потім порівнювалися між собою вказані вище похибки РВ.

Результати цього порівняння (табл. 1) підтверджують підвищення точності надлишкового ІВМ у 1,6...4,0 разів по відношенню до окремого МЕМС ВМ MPU6050, що входить до його складу.



а)

б)

Рис. 6. ІВМ, встановлений у тестові положення для вимірювання:

а)  $|\vec{g}|$ ; б)  $|\omega = 45^\circ/c|$

Таблиця 1.

Похибки результатів вимірювань модулів  $|\vec{g}|$  і  $|\omega = 45^\circ/c|$

№ ТП		1	2	3	4	5
$\Delta g \cdot 10^{-4}, [g]$	ІВМ	-1,22	1,68	-1,78	0,92	-2,07
	MPU6050	-4,92	3,94	-2,92	3,85	-2,82
$\Delta \omega \cdot 10^{-3}, [^\circ/c]$	ІВМ	3,47	3,85	-2,81	2,40	-1,02
	MPU6050	-5,22	6,68	-4,92	3,94	-2,03

### Висновок

Теоретично та експериментально показано, що ключовим для підвищення точності надлишкового ІВМ, по відношенню до ІВМ, який її має, є саме наявність надлишкової кількості тривісних вимірювальних модулів (ВМ), а не їх взаємна орієнтація складі надлишкового ІВМ. Це суттєво спрощує реалізацію надлишкового ІВМ підвищеної точності, адже дозволяє уникнути використання у ньому складних тривимірних установчих конструкцій для розташування на них тривісних ВМ, та розмістити ці вимірювальні модулі, наприклад, лише на одній друкованій платі.

З іншого боку, поза увагою залишився випадок відмови одного чи кількох вимірювачів у складі кожного ВМ. Тому вивчення характеру зміни точності ІВМ за таких умов, та можливого впливу на це обраної структури надлишкового ІВМ є метою подальших досліджень.

**Список використаної літератури**

1. An Integrated MEMS Gyroscope Array with Higher Accuracy Output. // Sensors (Basel, Switzerland). 2008. Vol 8. No 4. Pp 2886–2899.
2. A low-cost, redundant inertial measurement unit for unmanned air vehicles // International Journal of Robotics Research. 2000. Vol 19. No 11. Pp 1089–1103.
3. Черняк М. Г. Калібрування тривісного блоку навігаційних акселерометрів з використанням математичного апарату еліптичних функцій [текст] / М. Г. Черняк, В. О. Кривоноженков, Р. В. Чорноморець // Механіка гіроскопічних систем. 2019. No 37. С. 51–60.
4. Guerrier S. Improving accuracy with multiple sensors: Study of redundant MEMS-IMU/GPS configurations // 22nd International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation 2009, ION GNSS 2009. 2009. Vol 5. No May. P. 2565–2572.
5. Martin H., Groves P., Newman M., та інші. A new approach to better low-cost MEMS IMU performance using sensor arrays // 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GNSS 2013. 2013. Vol 3.
6. Sturza M. A. Navigation System Integrity Monitoring Using Redundant Measurements // Navigation. 1988. Vol 35. No 4. P. 483–501.
7. Zhang P., Zhan X., Zhang X., та інші. Error characteristics analysis and calibration testing for MEMS IMU gyroscope // Aerospace Systems. 2019. Vol 2. No 2. P. 97–104.
8. David S. Watkins. Fundamentals of Matrix Computations . 1991. P. 318–320.

**Spysok vykorystanoi literatury**

1. An Integrated MEMS Gyroscope Array with Higher Accuracy Output. // Sensors (Basel, Switzerland). 2008. Vol 8. No 4. PP. 2886–2899.
2. A low-cost, redundant inertial measurement unit for unmanned air vehicles // International Journal of Robotics Research. 2000. Vol 19. No 11. PP 1089-1103.
3. Cherniak M. H. Kalibruvannia tryvisnogo bloku navihatsiinykh akselerometriv z vykorystanniam matematychnoho aparatu eliptychnykh funktsii [tekst] / M. H. Cherniak, V. O. Kryvonozhenkov, R. V. Chornomorets // Mekhanika hiroskopichnykh system. 2019. No 37. S. 51–60.
4. Guerrier S. Improving accuracy with multiple sensors: Study of redundant MEMS-IMU/GPS configurations // 22nd International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation 2009, ION GNSS 2009. 2009. Vol 5. No May. P. 2565–2572.

5. *Martin H.*, Groves P., Newman M. та інші. A new approach to better low-cost MEMS IMU performance using sensor arrays // 26th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation, ION GNSS 2013. 2013. Vol 3.
6. *Sturza M. A.* Navigation System Integrity Monitoring Using Redundant Measurements // Navigation. 1988. Vol 35. No 4. P. 483–501.
7. *Zhang P.*, Zhan X., Zhang X., та інші. Error characteristics analysis and calibration testing for MEMS IMU gyroscope // Aerospace Systems. 2019. Vol 2. No 2. P. 97–104.
8. *David S. Watkins.* Fundamentals of Matrix Computations . 1991. P. 318-320.