

УДК 531.383

DOI: <http://doi.org/10.20535/0203-3771372019168685>

В. Ф. Кришталь¹, *к.т.н., доцент*

УТОЧНЕННЯ МЕТОДИКИ ПОБУДОВИ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ВІБРОІЗОЛЬОВАНОЇ ГІРОСКОПІЧНОЇ СИСТЕМИ

En

The expediency of the movement equations compiling of a vibro-insulated housing of a gyroscopic system of classical type in a coordinate system, the start of which coincides with the center of mass of the entire device, is studied in this paper. The vibration protection system is believed to be formed by the elastic elements of the passive type.

The gyroscopic system consists of a sensitive element - a three-step gyroscope, which is located on a platform with a triaxial gimbal.

The general (basic) dynamics theorems are used to compile the movement equations.

¹ *КПІ ім. Ігоря Сікорського*

The movement equation of each element of a gyroscopic system is written in a moving coordinate system connected with its axis of suspension.

The movement equations of a vibration insulated device case are written in a coordinate system that is tightly connected to it, the starting point of which coincides with the point corresponding to the position of the center of mass of the gyroscopic system in the absence of mechanical perturbances.

The suspension centers of the platform frames are considered not to coincide with the specified point. In turn, it is also assumed that the platform centers of mass and the outer frame do not coincide with their axes of suspension.

The system of equations of the rotational motion of a gyroscopic system is obtained by the method of Ishlinsky O. Yu., which excludes the unknown components of the moments of interaction reactions between the gyro device elements.

The obtained scalar equations of the case rotational motion include components that are projections of the moments of the housing inertia forces and the device elements caused by the absolute acceleration of the center of mass of the gyroscopic system together with the case. Since the gyroscopic system has moving elements, the resultant of these inertia forces is not applied at the center of mass of the gyroscopic device and the case, but at a point whose position can be determined by the coefficients of the translational motion acceleration in the expressions of these inertia forces moments equating them to zero. The last equalities allow us to find the position of the point at which the center of rigidity of the vibration protection system should be located. This enables to avoid the appearance of interrelated angular and translational oscillations of the case caused by the potential forces distribution.

The translational motion equations of the gyroscopic system instrument are obtained by the theorem of the main vector change of the motion quantities applied to each element of the gyroscopic system with the subsequent exclusion of the interaction forces between these elements. Angular velocities and angular accelerations of the device elements, which are included in the expressions of linear accelerations, are proposed to be expressed through angular velocity and angular acceleration of the case. This allows to distinguish terms that determine the impact of the angular movement of the suspension elements on the translational motion of the device case.

Thus, the refinement of the motion equations compiling method of the passive vibration protection system of the gyroscopic system is given in the paper. These equations are proposed to be written in the coordinate system axes connected with the center of mass of the gyroscopic system together and the vibration insulated case. The obtained equations allow to determine the requirements for rational installation of the vibration protection system, to evaluate the influence of the gyroscopic system on the angular and translational motion of the vibration insulated case of the gyroscopic instrument.

Ru

В работе предложено уточнение методики составления уравнений движения системы виброзащиты пассивного типа гироскопической системы. Полученные уравнения позволяют анализировать характеристики системы виброзащиты с учетом динамики гироскопической системы и определить условия для ее рационального монтажа.

Вступ

Експлуатація гіроскопічних систем на рухомих об'єктах, де виникають вібраційні збурення, вимагає застосування систем віброзахисту (СВЗ). Проблемам динаміки віброізолюваного твердого тіла, у тому числі з урахуванням впливу ротора, що обертається, було присвячено фундаментальну роботу [1]. Головний напрям цієї роботи полягав у визначенні умов виникнення нелінійних резонансів при періодичних збуреннях. Дослідження просторової стійкості та похибок амортизованого гіроскопа виконано у роботах [2, 3]. Питанням віброзахисту гіроскопічних систем присвячено роботи [4, 5, 6, 7]. У цих роботах автори розглядають об'єкт віброзахисту як тверде тіло, яке реалізує або просторові рухи або тільки поступальний рух відносно основи і, відповідно, вплив гіроскопічної системи на СВЗ не досліджується. У той же час, для ряду гіроскопічних приладів можливість використання СВЗ просторового типу потребує дослідження її динаміки із урахуванням поведінки гіроскопічної системи.

Постановка задачі

Гіроскопічна система класичного типу – є системою елементів, що обертаються навколо певних осей і застосування загальних теорем динаміки є одним із відомих шляхів для складання її рівнянь руху [8, 9, 10].

Під час використання загальних теорем динаміки рівняння руху елементів гіроскопічної системи записують у системах координат, зв'язаних із осями підвісу цих елементів. Виходячи із більш простого вигляду загальних теорем динаміки, записаних відносно центрів мас елементів, у роботі [11] рівняння руху корпусу прилада із системою віброзахисту, як окремого елемента гіроскопічної системи, записувались у центральних осях інерції корпусу.

У даній роботі досліджується доцільність складання рівнянь руху віброізолюваного корпусу у системі координат, початок відліку якої збігається з центром мас усього приладу. Вважається, що система віброзахисту утворюється пружними елементами пасивного типу.

Основна частина

Будемо вважати, що гіроскопічна система складається із чутливого елемента – триступеневого гіроскопа, який розміщено на платформі з триосним кардановим підвісом. Зовнішня рама карданового підвісу платформи має вертикальну вісь повороту, а внутрішня рама – горизонтальну.

Рівняння руху i -го елемента гіроскопічної системи запишемо у системі координат (СК) $O_i x_i y_i z_i$, зв'язаної з його віссю підвісу:

$$\frac{d\vec{K}_{iO_i}^\omega}{dt} + \vec{\omega}_i \times \vec{K}_{iO_i}^\omega = \vec{M}_{iO_i}^e + \vec{L}_{i,i+1O_i} - \vec{L}_{i,i-1O_i} - m_i \overrightarrow{O_i C_i} \times \vec{w}_{O_i}, \quad i=1, \dots, 6 \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{Q}_i}{dt} = \vec{F}_i^e + \vec{R}_{i,i+1} - \vec{R}_{i,i-1}, \quad i=1, \dots, 6. \quad (2)$$

У формулах (1) та (2): \vec{Q}_i , $\vec{K}_{iO_i}^\omega$ – головний вектор кількостей руху та обертальна складова кінетичного моменту i -го елемента; $d\vec{K}_{iO_i}^\omega/dt$ – відносна похідна; \vec{F}_i^e , $\vec{M}_{iO_i}^e$ – головний вектор та момент зовнішніх сил, прикладених до i -го елемента; $\vec{L}_{i,i-1O_i}$, $\vec{L}_{i,i+1O_i}$, $\vec{R}_{i,i-1}$, $\vec{R}_{i,i+1}$ – моменти та сили взаємодії між i та $i-1$ ($i+1$) елементами; \vec{w}_{O_i} , $\vec{\omega}_i$ – прискорення точки підвісу \hat{I}_i та кутова швидкість i -го елемента, \tilde{N}_i – центр мас i -го елемента.

Нехай індекс $i=1$ відповідає ротору, $i=2$ та $i=3$ відповідають внутрішньому та зовнішньому кільцям гіроскопа, $i=4$ – платформі, $i=5$ та $i=6$ – внутрішній та зовнішній рамам карданового підвісу платформи.

Рівняння руху віброізованого корпусу прилада запишемо у СК $O_C \xi_C \eta_C \zeta_C$, яка жорстко із ним зв'язана. Початок відліку O_C цієї системи координат збігається із точкою, що відповідає положенню центру мас гіроскопічної системи разом із корпусом у разі відсутності збурень. Оскільки точка O_C може не збігатись з центром мас корпусу O_k , вводячи позначення $\vec{\rho}_k = \overrightarrow{O_C O_k}$, отримаємо:

$$\frac{d\vec{K}_{kO_C}^\omega}{dt} + \vec{\omega}_k \times \vec{K}_{kO_C}^\omega = \vec{M}_{kO_C}^e + \vec{L}_{kO_C} - \vec{L}_{k,6O_C} - m_k \vec{\rho}_k \times \vec{w}_{O_C}, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^{6,k} \vec{Q}_i = \sum_{i=1}^{6,k} \vec{F}_i^e + \vec{R}_k, \quad (4)$$

де \vec{Q}_k , $\vec{K}_{kO_C}^\omega$ – головний вектор кількостей руху та обертальна складова кінетичного моменту корпусу; $\vec{\omega}_k$ – кутова швидкість корпусу; $\vec{L}_{k,6O_C}$ – момент сил взаємодії корпусу та зовнішньої рами карданового підвісу платформи ($i=6$); $\vec{R}_k = \vec{R}_k^\pi + \vec{R}_k^\Phi$, $\vec{L}_{kO_C} = \vec{L}_{kO_C}^\pi + \vec{L}_{kO_C}^\Phi$ – головний вектор та головний момент пружних сил (\vec{R}_k^π , $\vec{L}_{kO_C}^\pi$) та сил опору (\vec{R}_k^Φ , $\vec{L}_{kO_C}^\Phi$) системи пасивного віброзахисту, \vec{w}_{O_C} – прискорення точки O_C .

Вважатимемо, що центри мас кілець гіроскопа та внутрішньої рами підвісу платформи збігаються зі своїми центрами підвісу: $\overrightarrow{O_i C_i} = \vec{\rho}_{C_i} = 0$, $i = 1, 2, 3, 5$. У свою чергу, припустимо, що центри мас платформи та зовнішньої рами не збігаються з їх центрами підвісу ($\vec{\rho}_{C_4} \neq 0$, $\vec{\rho}_{C_6} \neq 0$).

Через $\vec{r}_1 = \overrightarrow{O_2 O_1} = \{x_1, y_1, z_1\}$ позначимо переміщення центра мас ротора $C_1 = O_1$, викликаного пружними деформаціями його опор, відносно центра підвісу внутрішнього кільця. Припустимо, що центр підвісу платформи O_4 не збігається із центром підвісу O_5 внутрішньої рами $\overrightarrow{O_5 O_4} = \vec{\rho}_4 \neq 0$ та центр підвісу O_6 зовнішньої рами не збігається із точкою O_C : $\overrightarrow{O_C O_6} = \vec{\rho}_6 \neq 0$, а для центрів підвісу інших елементів виконуються рівності $\overrightarrow{O_3 O_2} = \overrightarrow{O_4 O_3} = \overrightarrow{O_6 O_5} = 0$.

Систему рівнянь руху гіроскопічної системи можна отримати використовуючи методику Ішлінського О. Ю. [8, 9, 10], за якою потрібно виключити невідомі складові моменту $\vec{L}_{i,i-1O_i}$ реакцій у рівняннях обертального руху i – елемента гіроприладу. Відомою складовою цього моменту вважаємо ту, що напрямлена вздовж осі підвісу елемента: $L_{2,3x_2}$ та $L_{3,4z_3}$ – для внутрішнього та зовнішнього кільця гіроскопа; $L_{4,5y_4}$ – для платформи; $L_{6,5x_5}$ – для внутрішньої рами підвісу платформи. Позначимо їх: $L_{2,3x_2} = L_{x_2}$, $L_{3,4z_3} = L_{z_3}$, $L_{4,5y_4} = L_{y_4}$, $L_{6,5x_5} = L_{x_5}$. Ці складові включають моменти сил опору та керуючі моменти.

Зазначимо, що у рівняннях обертального руху корпусу виключаються невідомі складові моменту $\vec{L}_{k,6O_6}$ реакцій, які діють в осі повороту зовнішньої вертикальної рами карданового підвісу платформи. Відомою є складова моменту $L_{k,6z_6} = L_{z_6}$, яка залежить від моментів сил опору та моментів керування.

Моменти сил взаємодії $\vec{L}_{i,i-1}$ під час переходу від полюса O_i до O_{i-1} , у випадку розбіжності центрів підвісу O_{i-1} та O_i суміжних елементів приладу, визначаються виразом:

$$\vec{L}_{i,i-1O_i} = \vec{L}_{i,i-1O_{i-1}} + \overrightarrow{O_i O_{i-1}} \times \vec{R}_{i,i-1}. \quad (5)$$

Сила взаємодії $\vec{R}_{i,i-1}$ між i -м та $i-1$ елементом виражається із формул (2) шляхом виключення сил взаємодії попередніх $i-1$ елементів:

$$\frac{d}{dt} \sum_{j=1}^{i-1} \vec{Q}_j = \sum_{j=1}^{i-1} \vec{F}_j^e + \vec{R}_{i,i-1}. \quad (6)$$

Зазначимо, що $\vec{L}_{1,0O_1} = \vec{R}_{1,0} = 0$.

У разі врахування пружних деформацій опор ротора, у припущенні поступального переміщення його власної осі повороту відносно внутрішнього кільця, сили взаємодії вважаються відомими та їх можна подати так: $\vec{R}_{1,2} = -\tilde{h}_1 \vec{r}_1 - \tilde{c}_1 \dot{\vec{r}}_1$, де \tilde{h}_1 , \tilde{c}_1 – діагональні матриці коефіцієнтів в'язкого тертя та коефіцієнтів пружності.

За опорну СК виберемо географічну систему координат $O\xi\eta\zeta$, вісь $O\xi$ якої напрямлена на схід, вісь $O\eta$ – на північ, $O\zeta$ – по вертикалі місця вгору. Із рухомим об'єктом зв'яжемо СК $O_o\xi_o\eta_o\zeta_o$, кутове положення якої відносно географічної СК визначається кутом курсу (кут ристання) Ψ_o , кутом диференту (тангажа) ϑ_o та кутом крену Φ_o .

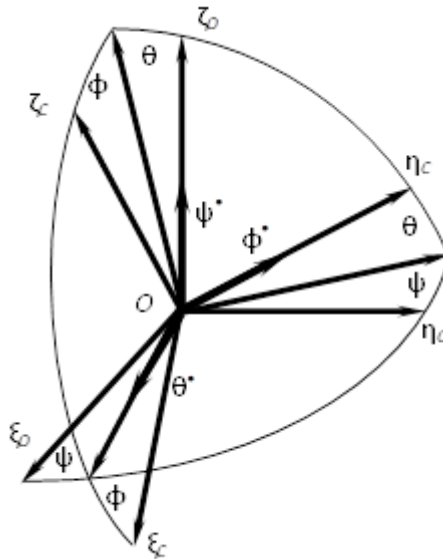


Рис. 1. Взаємне розташування систем координат $O_o\xi_o\eta_o\zeta_o$ та $O_C\xi_C\eta_C\zeta_C$.

Кутове положення СК $O_C\xi_C\eta_C\zeta_C$ відносно СК $O_o\xi_o\eta_o\zeta_o$, визначимо кутами Ейлера-Крилова ψ , ϑ , ϕ (рис.1), а переміщення початку відліку СК $O_C\xi_C\eta_C\zeta_C$ відносно $O_o\xi_o\eta_o\zeta_o$, викликане деформацією елементів СВЗ, визначимо вектором $\vec{r}_C = \overline{O_oO_C} = \{\xi, \eta, \zeta\}$.

Напрямні косинуси між осями вказаних СК нескладно одержати із рис. 1.

Кутові швидкості основи $\vec{\omega}_o$ та корпуса $\vec{\omega}_k$ визначаються на підставі співвідношень

$$\vec{\omega}_o = \vec{\Omega} + \vec{\psi}_o + \vec{\vartheta}_o + \vec{\phi}_o, \quad \vec{\omega}_k = \vec{\omega}_o + \vec{\dot{\psi}} + \vec{\dot{\vartheta}} + \vec{\dot{\phi}}, \quad (7)$$

де $\vec{\Omega}$ – кутова швидкість географічної СК.

Вважаємо, що поворот зовнішньої рами карданового підвісу платформи відбувається навколо вертикальної осі O_6z_6 на кут α_e , поворот внутрішньої рами карданового підвісу платформи відбувається навколо горизонтальної осі O_5x_5 на кут β_e , поворот платформи навколо власної горизонтальної осі обертання O_4y_4 відбувається на кут γ_e . Тоді кутові швидкості зовнішнього карданового підвісу подаються так:

$$\vec{\omega}_6 = \vec{\omega}_k + \vec{\alpha}_e, \quad \vec{\omega}_5 = \vec{\omega}_6 + \vec{\beta}_e, \quad \vec{\omega}_4 = \vec{\omega}_5 + \vec{\gamma}_e. \quad (8)$$

Кутові швидкості чутливого елемента визначимо формулами

$$\vec{\omega}_3 = \vec{\omega}_4 + \vec{\alpha}_r, \quad \vec{\omega}_2 = \vec{\omega}_3 + \vec{\beta}_r, \quad \vec{\omega}_1 = \vec{\omega}_2 + \vec{\gamma}_r. \quad (9)$$

Тут $\vec{\gamma}_r$ – кутова швидкість власного обертання ротора гіроскопа навколо осі O_1y_1 , α_r та β_r – кути повороту зовнішнього та внутрішнього кілець гіроскопа навколо осей O_3z_3 та O_2x_2 відповідно.

Позначимо ліву частину рівнянь (1) та (3) так

$$\frac{d\vec{K}_{iO_i}^\omega}{dt} + \vec{\omega}_i \times \vec{K}_{iO_i}^\omega = \vec{K}'_{iO_i} = \{ \vec{K}'_{ix_i}, \vec{K}'_{iy_i}, \vec{K}'_{iz_i} \}, \quad i=1, 2, \dots, 6,$$

$$\frac{d\vec{K}_{kOC}^\omega}{dt} + \vec{\omega}_k \times \vec{K}_{kOC}^\omega = \vec{K}'_{kOC} = \{ \vec{K}'_{k\xi_C}, \vec{K}'_{k\eta_C}, \vec{K}'_{k\zeta_C} \}.$$

Припустимо, що моменти зовнішніх сил в осях підвісу елементів дорівнюють нулю ($\vec{M}_{iO_i}^e = 0$, $i=1, 2, \dots, 6$), а прискорення сили тяжіння входить до уявного прискорення \vec{w}_{O_C} точки $O_{\tilde{N}}$. Тоді, опускаючи рівняння обертального руху чутливого елемента, платформи, внутрішньої та зовнішньої рами, для корпусу прилада, враховуючи формули (5), отримаємо наступні рівняння обертального руху:

$$\begin{aligned} & K'_{k\xi_C} + \{ K'_{6x_6} + L_{x_5} + (m_6 \vec{\rho}_{C_6} \times \vec{w}_{O_6})_{x_6} \} \cos \alpha_e - \\ & - \{ \{ K'_{6y_6} + [K'_{5y_5} + L_{y_4} + (\vec{\rho}_4 \times \vec{R}_{5,4})_{y_5}] \} \cos \beta_e - \\ & - [K'_{5z_5} - [K'_{4x_4} + (K'_{3x_3} + L_{x_2}) \cos \alpha_r - \\ & - (K'_{3y_3} + (K'_{2y_2} + \dot{H} + M_{2,1y_2}^D) \cos \beta_r - \\ & - (K'_{2z_2} - K'_{1x_1} \sin \gamma_r + K'_{1z_1} \cos \gamma_r + M_{2,1z_2}^D) \sin \beta_r) \sin \alpha_r + \\ & + (m_4 \vec{\rho}_{C_4} \times \vec{w}_{O_4})_{x_4} \} \sin \gamma_e + [K'_{4z_4} + L_{z_3} + (m_4 \vec{\rho}_{C_4} \times \vec{w}_{O_4})_{z_4}] \cos \gamma_e + \\ & + (\vec{\rho}_4 \times \vec{R}_{5,4})_{z_5} \} \sin \beta_e + (m_6 \vec{\rho}_{C_6} \times \vec{w}_{O_6})_{y_6} \} \sin \alpha_e + (\vec{\rho}_6 \times \vec{R}_{k,6})_{\xi_C} = \\ & = M_{k\xi_C}^e + L_{k\xi_C} - (m_k \vec{\rho}_k \times \vec{w}_{O_C})_{\xi_C}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
& K'_{k\eta_C} + \{K'_{6x_6} + L_{x_5} + (m_6 \vec{\rho}_{C_6} \times \vec{\omega}_{O_6})_{x_6}\} \sin \alpha_e + \\
& + \{ \{K'_{6y_6} + [K'_{5y_5} + L_{y_4} + (\vec{\rho}_4 \times \vec{R}_{5,4})_{y_5}] \cos \beta_e - \\
& - [K'_{5z_5} - [K'_{4x_4} + \{(K'_{3x_3} + L_{x_2}) \cos \alpha_r - \\
& (K'_{3y_3} + (K'_{2y_2} + \dot{H} + M_{2,1y_2}^D) \cos \beta_r - \\
& - (K'_{2z_2} - K'_{1x_1} \sin \gamma_r + K'_{1z_1} \cos \gamma_r + M_{2,1z_2}^D) \sin \beta_r] \sin \alpha_r \} + \\
& + (m_4 \vec{\rho}_{C_4} \times \vec{\omega}_{O_4})_{x_4} \} \sin \gamma_e + [K'_{4z_4} + L_{z_3} + (m_4 \vec{\rho}_{C_4} \times \vec{\omega}_{O_4})_{z_4}] \cos \gamma_e + \\
& + (\vec{\rho}_4 \times \vec{R}_{5,4})_{z_5} \} \sin \beta_e + (m_6 \vec{\rho}_{C_6} \times \vec{\omega}_{O_6})_{y_6} \} \cos \alpha_e + (\vec{\rho}_6 \times \vec{R}_{k,6})_{\eta_C} = \\
& = M_{k\eta_C}^e + L_{k\eta_C} - (m_k \vec{\rho}_k \times \vec{\omega}_{O_C})_{\eta_C},
\end{aligned} \tag{11}$$

$$K'_{k\zeta_C} + L_{z_6} + (\vec{\rho}_6 \times \vec{R}_{k,6})_{\zeta_C} = M_{k\zeta_C}^e + L_{k\zeta_C} - (m_k \vec{\rho}_k \times \vec{\omega}_{O_C})_{\zeta_C}. \tag{12}$$

У записаних рівняннях через m_i , $i=1, \dots, 6$ позначено маси елементів гіроскопічної системи, m_k – маса корпусу, $K'_{1y_1} = \dot{H}$ – кінетичний момент ротора, $M_{2,1}^D = \vec{r}_1 \times \vec{R}_{2,1}$ – момент динамічного дебалансу ротора.

Прискорення центрів підвісу O_i елементів та їх центрів мас C_i визначаються з виразів:

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_{O_i} &= \vec{\omega}_{O_{i+1}} + \vec{\varepsilon}_{i+1} \times \vec{\rho}_i + \vec{\omega}_{i+1} \times (\vec{\omega}_{i+1} \times \vec{\rho}_i), \quad i=2, \dots, 5; \\
\vec{\omega}_{O_6} &= \vec{\omega}_{O_C} + \vec{\varepsilon}_k \times \vec{\rho}_6 + \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_k \times \vec{\rho}_6);
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\vec{\omega}_{C_1} = \vec{\omega}_{O_1} = \vec{\omega}_{O_2} + \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_1; \tag{14}$$

$$\vec{\omega}_{C_i} = \vec{\omega}_{O_i} + \vec{\varepsilon}_i \times \vec{\rho}_{C_i} + \vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{\rho}_{C_i}), \quad i=2, \dots, 6,$$

де прискорення точки O_C та початку відліку СК $O_o \xi_o \eta_o \zeta_o$ мають вигляд

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_{O_C} &= \vec{\omega}_{O_o} + \vec{\varepsilon}_k \times \vec{r}_C + \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_k \times \vec{r}_C) + 2\vec{\omega}_k \times \frac{d\vec{r}_C}{dt} + \frac{d^2 \vec{r}_C}{dt^2}, \\
\vec{\omega}_{O_o} &= -\vec{g} + \frac{d\vec{v}_B}{dt} + \vec{\Omega} \times \vec{v}_B.
\end{aligned} \tag{15}$$

Тут $\frac{d\vec{r}_C}{dt}$ та $\frac{d^2 \vec{r}_C}{dt^2}$ – відносна швидкість та прискорення точки O_C , \vec{v}_B та $\frac{d\vec{v}_B}{dt}$ – швидкість та прискорення вібропереміщення об'єкта, \vec{g} – прискорення сили тяжіння, $\vec{\varepsilon}_k$ та $\vec{\varepsilon}_i$ ($i=1, \dots, 6$) – кутові прискорення.

Із формул (2) та (6) отримаємо вирази для виключення сил взаємодії між елементами гіроскопічної системи

$$\vec{R}_{k,6} = \sum_{i=1}^6 m_i \vec{w}_{Ci} - \sum_{i=1}^6 \vec{F}_i^e, \quad \vec{R}_{5,4} = \sum_{i=1}^4 m_i \vec{w}_{Ci} - \sum_{i=1}^4 \vec{F}_i^e$$

і підставимо їх у рівняння (10) – (12) із урахуванням співвідношень (13) та (14) для прискорень. Оскільки прискорення сили тяжіння входить до (15), покладемо $\vec{F}_i^e = 0$, $i = 1, 2, \dots, 6$.

Для спрощення вважаємо, що радіуси-вектори у відповідних системах координат дорівнюють:

$$\vec{\rho}_k = \{0, 0, -l_k\}, \quad \vec{\rho}_6 = \{0, 0, l_6\}, \quad \vec{\rho}_{C_6} = \{0, 0, -l_{C_6}\}, \\ \vec{\rho}_4 = \{0, 0, l_4\}, \quad \vec{\rho}_{C_4} = \{0, 0, -l_{C_4}\}.$$

Припускаючи, що значення кутів повороту рам платформи досить малі, отримаємо рівняння руху віброізолюваного корпусу у вигляді:

$$(I_{k\xi_C} + I_{6x_6} + m_{1-6}l_6^2 - 2m_6l_6l_{C_6} + m_{1-4}l_6l_4 - m_4l_6l_{C_4})(\ddot{\vartheta}_o + \ddot{\vartheta}) - \\ + (m_{1-4}l_4 - m_4l_{C_4})l_6\ddot{\beta}_e = M_{k\xi_C}^e + L_{k\xi_C} - L_{x_5} - \\ - (m_kl_k - m_{1-6}l_6 + m_6l_{C_6})w_{O_C\eta_C} + m_1l_6\ddot{y}_1 - \Phi_{\vartheta}, \\ (I_{k\eta_C} + I_{6y_6} + I_{5y_5} + m_{1-6}l_6^2 - 2m_6l_6l_{C_6} + 2m_{1-4}l_6l_4 + m_{1-4}l_4^2)(\ddot{\varphi}_o + \ddot{\varphi}) - \\ - m_4(l_6 + l_4)l_{C_4}(\ddot{\varphi}_o + \ddot{\varphi} + \ddot{\gamma}_e) = M_{k\eta_C}^e + L_{k\eta_C} - L_{y_4} - \\ - (-m_kl_k + m_{1-6}l_6 - m_6l_{C_6} + m_{1-4}l_4)\vec{w}_{O_C\xi_C} - m_1(l_4 + l_6)\ddot{x}_1 - \Phi_{\varphi}, \\ I_{k\zeta_C}(\ddot{\psi}_o + \ddot{\psi}) = M_{k\zeta_C}^e + L_{k\zeta_C} - L_{z_6} - \Phi_{\psi}.$$

У рівняннях (16) позначено $m_{1-6} = \sum_{i=1}^6 m_i$, $m_{1-4} = \sum_{i=1}^4 m_i$. Вирази для

Φ_{ϑ} , Φ_{φ} , Φ_{ψ} включають доданки другого та вище порядку малості.

Із вигляду правих частин рівнянь (16) випливає, що для малих кутів повороту рам платформи коефіцієнти біля прискорення \vec{w}_{O_C} дорівнюють нулю, якщо виконуються рівності:

$$-m_kl_k + m_{1-6}l_6 - m_6l_{C_6} = 0, \\ -m_kl_k + m_{1-6}l_6 - m_6l_{C_6} + m_{1-4}l_4 = 0.$$

Ці рівності дозволяють знайти положення такої точки K , розміщення у якій центра жорсткості СВЗ дозволяє уникнути появи взаємозв'язаних кутових і поступальних коливань корпусу, викликаних розподілом потенціальних сил. Зазначимо, що положення вказаної точки можна знайти з виразів

$$O_C K = m_k^{-1}(m_{1-4}l_4 - m_4l_{C_4})$$

та

$$O_C K = m_k^{-1}(-m_4 l_{C_4}),$$

які легко отримати із формули для положення центра мас гіроскопічної системи у разі відсутності збурень:

$$\overrightarrow{O_C C} = m^{-1}(m_k \vec{\rho}_k + m_{1-6} \vec{\rho}_6 + m_6 \vec{\rho}_{C_6} + m_{1-4} \vec{\rho}_4 + m_4 \vec{\rho}_{C_4}) = 0, \quad (18)$$

де $m = m_k + m_{1-6}$ – маса гіроскопічної системи.

Умови (17) одночасно виконуються, якщо, наприклад, центри підвісу осей повороту рам і платформи знаходяться в одній точці $\vec{\rho}_4 = \vec{\rho}_5 = 0$.

Зазначимо, що доданки у лівих частинах рівнянь (16) включають похідні від моментів кількості руху точок із масами елементів підвісу в обертальному русі навколо точки O_C . Разом із похідними по часу від кінетичних моментів тих частин підвісу гіроскопічної системи, які у рівняннях (16) виражаються через моменти інерції корпусу $I_{k\xi_C}$, $I_{k\eta_C}$, $I_{k\zeta_C}$, зовнішньої I_{6x_6} , I_{6y_6} та внутрішньої рам I_{5y_5} , і обертаються одночасно із корпусом навколо відповідної осі, вони визначають динамічні характеристики кутових коливань корпусу.

Рівняння поступального руху корпусу прилада отримаємо із формули (4). Для визначення прискорень відповідних центрів мас скористаємось залежностями (13) та (14), у яких кутові швидкості та кутові прискорення елементів приладу виразимо через кутову швидкість $\vec{\omega}_k$ та кутове прискорення $\vec{\varepsilon}_k$ корпусу

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_6 &= \vec{\omega}_k + \vec{\omega}_{k6} = \vec{\omega}_k + \vec{\alpha}_e, & \vec{\varepsilon}_6 &= \vec{\varepsilon}_k + \vec{\varepsilon}_{k6} = \vec{\varepsilon}_k + \vec{\alpha}_e, \\ \vec{\omega}_5 &= \vec{\omega}_k + \vec{\omega}_{k5} = \vec{\omega}_k + \vec{\alpha}_e + \vec{\beta}_e, & \vec{\varepsilon}_5 &= \vec{\varepsilon}_k + \vec{\varepsilon}_{k5} = \vec{\varepsilon}_k + \vec{\alpha}_e + \vec{\beta}_e, \\ \vec{\omega}_4 &= \vec{\omega}_k + \vec{\omega}_{k4} = \vec{\omega}_k + \vec{\alpha}_e + \vec{\beta}_e + \vec{\gamma}_e, & \vec{\varepsilon}_4 &= \vec{\varepsilon}_k + \vec{\varepsilon}_{k4} = \vec{\varepsilon}_k + \vec{\alpha}_e + \vec{\beta}_e + \vec{\gamma}_e. \end{aligned}$$

Тоді, збираючи коефіцієнти при $\vec{\omega}_k$ та $\vec{\varepsilon}_k$, із використанням формули (18), отримаємо

$$\begin{aligned} m \vec{\omega}_{O_C} + m_6 \left[\vec{\alpha}_e \times \vec{\rho}_{C_6} + \vec{\omega}_k \times (\vec{\alpha}_e \times \vec{\rho}_{C_6}) + \vec{\alpha}_e \times (\vec{\omega}_k \times \vec{\rho}_{C_6}) \right] + \\ + m_{1-4} \left[\vec{\varepsilon}_{k5} \times \vec{\rho}_4 + \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_{k5} \times \vec{\rho}_4) + \vec{\omega}_{k5} \times (\vec{\omega}_k \times \vec{\rho}_4) + \right. \\ \left. + \vec{\varepsilon}_{k4} \times \vec{\rho}_{C_4} + \vec{\omega}_k \times (\vec{\omega}_{k4} \times \vec{\rho}_{C_4}) + \vec{\omega}_{k4} \times (\vec{\omega}_k \times \vec{\rho}_{C_4}) \right] + m_1 \frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_1 = \vec{F}_k^e + \vec{R}_k. \end{aligned} \quad (19)$$

У формулах (19) другий та третій доданки лівої частини визначають вплив кутового руху елементів підвісу на поступальний рух корпусу приладу.

У проекціях на осі рівняння (19) подамо так:

$$m(\ddot{\xi} + w_{B\xi_C}) + m_4 l_{C_4} \ddot{\gamma}_e + m_1 \ddot{x}_1 = F_{\xi_C}^e - R_{k\xi_C}^\pi - R_{k\xi_C}^\Phi - \Phi_\xi,$$

$$m(\ddot{\eta} + w_{B\eta_C}) - m_4 l_{C_4} \ddot{\beta}_e + m_1 \ddot{y}_1 = F_{\eta_C}^e - R_{k\eta_C}^\pi - R_{k\eta_C}^\Phi - \Phi_\eta,$$

$$m(\ddot{\zeta} + w_{B\zeta_C} - g) + m_1 \ddot{z}_1 = F_{\zeta_C}^e - R_{k\zeta_C}^\pi - R_{k\zeta_C}^\Phi - \Phi_\zeta,$$

де Φ_ξ , Φ_η , Φ_ζ включають доданки другого та вище порядку малості.

Сили \vec{R}_k та моменти сил \vec{L}_{kO_C} взаємодії віброізованого корпусу із об'єктом (основою) можна визначити через потенціальну енергію Π та функцію розсіювання Φ згідно із [1]:

$$\vec{R}_k^\pi = \left\{ -\frac{\partial \Pi}{\partial \xi}, -\frac{\partial \Pi}{\partial \eta}, -\frac{\partial \Pi}{\partial \zeta} \right\}, \quad \vec{R}_k^\Phi = \left\{ -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\xi}}, -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\eta}}, -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\zeta}} \right\}, \quad (20)$$

$$\vec{L}_{kO_C}^\pi = \left\{ L_{k\xi_C}^\pi, L_{k\eta_C}^\pi, L_{k\zeta_C}^\pi \right\}, \quad \vec{L}_{kO_C}^\Phi = \left\{ L_{k\xi_C}^\Phi, L_{k\eta_C}^\Phi, L_{k\zeta_C}^\Phi \right\},$$

де

$$L_{k\xi_C}^\pi = -\frac{d\Pi}{d\vartheta} \cos \varphi + \frac{d\Pi}{d\psi} \sin \varphi \cos \vartheta, \quad L_{k\eta_C}^\pi = -\frac{d\Pi}{d\varphi} - \frac{d\Pi}{d\psi} \sin \vartheta,$$

$$L_{k\zeta_C}^\pi = -\frac{d\Pi}{d\vartheta} \sin \varphi - \frac{d\Pi}{d\psi} \cos \varphi \cos \vartheta,$$

$$L_{k\xi_C}^\Phi = -\frac{d\Phi}{d\dot{\vartheta}} \cos \varphi + \frac{d\Phi}{d\dot{\psi}} \sin \varphi \cos \vartheta, \quad L_{k\eta_C}^\Phi = -\frac{d\Phi}{d\dot{\varphi}} - \frac{d\Phi}{d\dot{\psi}} \sin \vartheta,$$

$$L_{k\zeta_C}^\Phi = -\frac{d\Phi}{d\dot{\vartheta}} \sin \varphi - \frac{d\Phi}{d\dot{\psi}} \cos \varphi \cos \vartheta,$$

причому потенціальна енергія Π та функція розсіювання Φ записується у залежності від деформацій пружних елементів системи віброзахисту.

Висновки

У роботі подано уточнення методики складання рівнянь руху системи пасивного віброзахисту гіроскопічної системи. Ці рівняння пропонуються записувати в осях системи координат, яка зв'язана із центром мас гіроскопічної системи та віброізованого корпусу. Одержані рівняння обертального руху дозволяють отримати умови (17) мінімізації впливу поступальних прискорень (вібропереміщень) на кутовий рух корпусу, визначати вимоги до раціонального монтажу системи віброзахисту та надають можливість оцінювати вплив гіроскопічної системи на кутові коливання віброізованого корпусу гіроскопічного приладу. У свою чергу, рівняння поступального руху корпусу можна записати у більш компактній формі та виділити доданки, які визначають вплив гіроскопічної системи на поступальний рух корпусу.

Список використаної літератури

1. *Ганиев Р. Ф.* Колебания твердых тел / Р. Ф. Ганиев, В. О. Кононенко // М.:Наука, 1976. – 432 с.
2. *Кононенко В. О.* О погрешностях амортизированных гироскопов, вызванных пространственными колебаниями / В. О. Кононенко, М. А. Павловский // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1977.– №4.- С.9-19.
3. *Рижков Л. М.* Исследование уходов амортизированного гироскопа при поступательной вибрации основания / Л. М. Рижков, А. А. Майструк // Механіка гіроскопічних систем. – 1984. – №3. – С. 80-83.
4. *Іванов С. В.* Експериментальне дослідження однієї схеми віброзахисту коректованого гірокомпасу / С. В. Іванов, В. Ф. Кришталь, Л. М. Рижков // Механіка гіроскопічних систем. – 2000. – №15-16. – С.
5. *Семенов И. В.* Влияние системы пространственной амортизации на точность стабилизации авиационного градиентометра // Гироскопия и навигация – 2011 – №2 – С. 92-96.
6. *Безвесільна О. М.* Система ударо- і віброзахисту системи стабілізації навігаційного комплексу легкої броньованої техніки / О. М. Безвесільна, В. Г. Цірук // Науковий журнал «Технологічні комплекси» № 2 (10), 2014.– С. 134-141.
7. *Курчичук Yu.* System designed for shock and vibration protection using dry friction, Universal Journal of Engineering Science 2 (4), page 69-72, 2014, DOI: [10.13189/ujes.2014.020401](https://doi.org/10.13189/ujes.2014.020401).
8. *Ишлинский А. Ю.* Механика гироскопических систем. – М.: АН СССР, 1963.– 482 с.
9. *Павловский М. А.* Теория гироскопов / М. А. Павловский // К.: Вища школа, 1986.–303 с.
10. *Лазарев Ю. Ф.* Основы теории чувствительных элементов систем ориентации / Ю. Ф. Лазарев, П. М. Бондарь // К.: НТУУ «КПІ», 2011.– 644 с.
11. *Кришталь В. Ф.* Методика синтезу рівнянь руху віброізолюваної гіроскопічної системи / В. Ф. Кришталь, Л. М. Рижков // Механіка гіроскопічних систем. – 2016. – №32. – С.39-47. DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/0203-3771322016102884>.