

УДК 629.783

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/0203-3771382019146935>Л. М. Рижков¹, *д.т.н., професор*, І. М. Карпенко², *інженер-конструктор***СИНТЕЗ КОМПЛЕМЕНТАРНОГО ФІЛЬТРА ГІРОСТАБІЛІЗАТОРА****En**

This paper considers the synthesis of a complementary filter designed to determine the angular position of the gyrostabilizer platform. An engineering synthesis technique allowing you to select filter parameters and evaluate its effectiveness is proposed. The question of a complementary filter synthesis in the platform is considered. It is shown that the dynamics of the platform does not significantly affect the quality of the filter, which allows the synthesis of the filter without taking into account the dynamics of the platform.

Ru

В работе рассматривается синтез комплементарного фильтра, предназначенного для определения углового положения платформы гиросtabilизатора. Предложена инженерная методика синтеза, позволяющая выбрать параметры фильтра и оценить его эффективность. Рассмотрен вопрос синтеза комплементарного фильтра в составе платформы. Показано, что динамика платформы несущественно влияет на качество работы фильтра, что позволяет выполнять синтез фильтра без учета динамики платформы.

Вступ

Комплементарні фільтри (КФ) широко використовуються для вимірювання кутового положення рухомих об'єктів у просторі [1-3] внаслідок своєї простоти та достатньо високої точності. Розроблено багато моделей таких фільтрів у залежності від їх призначення та бажаної точності вимірювань. У більшості випадків використовується кватерніонна алгебра. Внаслідок малих габаритів такі системи можуть ефективно використовуватися як вбудовані системи інших приладів. Зокрема, вони можуть бути використані у гіростабілізаторах для вимірювання кутового положення платформи гіростабілізатора.

Постановка задачі

Розглянемо питання синтезу КФ гіростабілізатора не як регістратора кутового положення платформи, а як складової частини контурів орієнтації та стабілізації цієї платформи. Будемо враховувати малість кутів повороту платформи двовісного гіростабілізатора. Це дозволяє суттєво спростити КФ за рахунок спрощення процедури інтегрування вихідного сигналу гіроскопа та використати пряме інтегрування цього сигналу. Тому спрощується

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського² ДП "ДержККБ "ЛУЧ"

ся і порівняння сигналів інтегратора та акселерометра, для чого не треба отримувати або кватерніон, або матрицю напрямних косинусів.

Синтез комплементарних фільтрів

На виході акселерометра маємо три сигнали, два з яких (для малих кутів) пропорційні кутам повороту платформи відносно горизонту. Замість порівняння вихідних сигналів акселерометра та інтегратора сигнал корекції e доцільно формувати у вигляді векторного добутку [1].

$$\vec{e} = \frac{\vec{g}_{b^*}}{g} \times \frac{\vec{g}_b}{g},$$

де \vec{g}_{b^*} – реальний вихідний сигнал акселерометра; \vec{g}_b – обчислений вихідний сигнал акселерометра, в якому використовуються вихідні сигнали КФ.

Для малих кутів у відповідності до рис. 1 маємо

$$g_{*n} = \begin{bmatrix} -\theta_* \\ \varphi_* \\ 1 \end{bmatrix}; \quad g_n = \begin{bmatrix} -\theta \\ \varphi \\ 1 \end{bmatrix}.$$

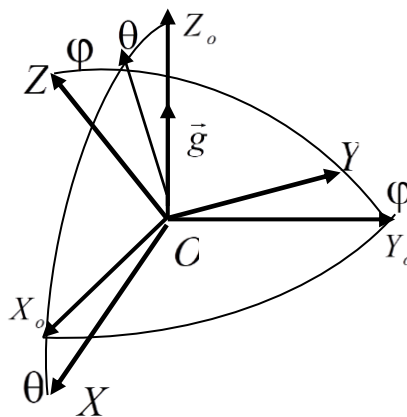


Рис. 1. Кути Ейлера

Тоді векторний добуток – це вектор

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{*ny} g_{nz} - g_{*nz} g_{ny} \\ g_{*nz} g_{nx} - g_{*nx} g_{nz} \\ g_{*nx} g_{ny} - g_{*ny} g_{nx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_* - \varphi \\ -\theta + \theta_* \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Тобто, складові цього вектор пропорційні різниці складових векторів. Узагальнена схема КФ наведена на рис. 2.

За такої постановки задачі канали керування гіростабілізатора можна розглядати окремо один від одного. Розглянемо схему, наведену на рис. 3.

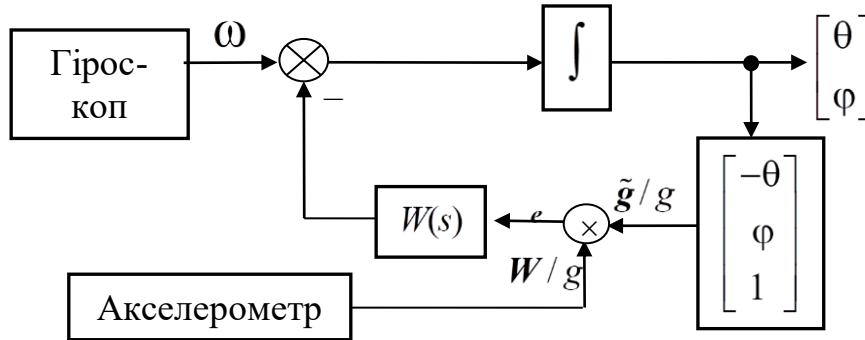


Рис. 2. Узагальнена схема КФ

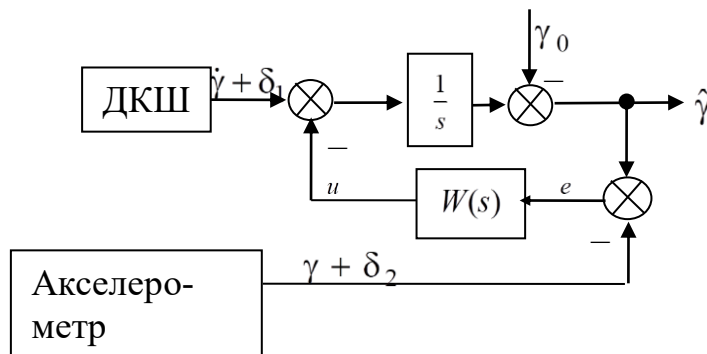


Рис. 3. Структурна схема КФ

У КФ використовуються сигнали із датчика кутової швидкості (ДКШ) та акселерометра. Введено позначення:

γ – кут, який вимірюється;

$\hat{\gamma}$ – оцінене значення кута γ ;

δ_1, δ_2 – завади ДКШ та акселерометра відповідно;

$W(s)$ – передатна функція регулятора фільтра;

γ_0 – початкове значення кута γ , введення якого буде пояснено далі.

Основні вимоги до синтезу:

- усунути нескінченне зростання похибки від інтегрування нульового сигналу інтегратора або зменшити до мінімуму його вплив;
- зменшити до мінімуму вплив відхилення акселерометра внаслідок лінійних прискорень основи у разі зміни швидкості об'єкта;
- зменшити до мінімуму вплив високочастотних завад акселерометра;
- зменшити до мінімуму вплив початкових умов.

Має місце залежність

$$\hat{\gamma} = \gamma + \delta, \quad (1)$$

де похибка вимірювань дорівнює

$$\delta = \frac{1}{s + W(s)} \delta_1 + \frac{W(s)}{s + W(s)} \delta_2 - \frac{s}{s + W(s)} \gamma_0. \quad (2)$$

Розглянемо причину введення кута γ_0 . У разі наявності початкового кута γ_0 вихідний сигнал акселерометра та інтеграл від вихідного сигналу ДКШ будуть відрізнятися на величину цього кута навіть у разі відсутності завад внаслідок того, що акселерометр вимірює кут відхилення від горизонту, а інтеграл від вихідного сигналу ДКШ – це кут повороту об'єкта відносно початкового положення. Тобто,

$$\gamma_{\text{акс}} = \gamma_{\text{инт_ДКШ}} + \gamma_0, \quad (3)$$

де $\gamma_{\text{акс}}$ – вихідний сигнал акселерометра;

$\gamma_{\text{инт_ДКШ}}$ – сигнал ДКШ після інтегрування.

Так як початкові умови більш зручно задавати на інтеграторі, у наведеній на рис. 3 схемі замість кута γ_0 акселерометра (об'єкта) введено на інтеграторі сигналу із ДКШ від'ємне значення цього кута.

Передатну функцію $W(s)$ прийемо у вигляді

$$W(s) = k_1 + \frac{k_2}{s}, \quad (4)$$

де k_1, k_2 – коефіцієнти.

Тоді

$$\delta = \frac{s}{s^2 + k_1s + k_2} \delta_1 + \frac{k_1s + k_2}{s^2 + k_1s + k_2} \delta_2 - \frac{s^2}{s^2 + k_1s + k_2} \gamma_0. \quad (5)$$

Розглянемо питання вибору параметрів k_1, k_2 та оцінки якості КФ.

Із формули (4) бачимо, що сталої складової похибки від дрейфу гіроскопа δ_1 не буде, але виникає питання чисельного вибору параметрів k_1 та k_2 .

Синтез почнемо із розгляду впливу завад акселерометра, тобто аналізу другої складової виразу (5). Для зменшення цього впливу бажано зменшувати параметри k_1, k_2 . Але тоді збільшується час перехідного процесу. Крім того, під час збільшення параметра k_2 зменшується фільтруюча ефективність ланки $\frac{k_1s + k_2}{s^2 + k_1s + k_2}$.

Врахуємо також наступне. Прискорення основи можна розглядати як короткочасний процес у порівнянні із повільним перехідним процесом у разі малих значень коефіцієнтів k_1, k_2 . Чим менша частота власних коливань системи, тим більша ефективність зменшення впливу прискорень. Тобто, з цієї точки зору доцільно зменшувати параметр k_2 .

У той же час із точки зору зменшення впливу початкових умов треба збільшувати параметр k_2 для зменшення періоду коливань, тобто, для зменшення часу перехідного процесу.

Системи та процеси керування

Таким чином, до вибору параметра k_2 висуваються вимоги як щодо його збільшення, так і його зменшення.

Прийmemo такі параметри.

- кутова швидкість дрейфу $\omega_{dr} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$;
- лінійне прискорення руху об'єкту становить $W = 0,2g = 2 \text{ м/с}^2$ протягом $\tau = 5 \text{ с}$. (тобто приріст швидкості становить 10 м/с). Зауважимо, що такому прискоренню відповідає задане у кутах збурення $W_* = 0,2 \text{ рад} = 11,46^\circ$;
- амплітуда завад акселерометра становить $W = 0,1g$, а частота завад становить 10 Гц , тобто $62,8 \text{ c}^{-1}$;
- початковий кут становить $\gamma_0 = 0,1$, тобто $5,7^\circ$.

Запишемо передатну функцію $W(s) = \frac{k_1 s + k_2}{s^2 + k_1 s + k_2}$ у вигляді

$$W(s) = \frac{\xi n s + n^2}{s^2 + \xi n s + n^2},$$

де $n = \sqrt{k_2}$ – частота власних коливань;

$\xi = \frac{k_1}{n}$ – відносний коефіцієнт згукань.

Прийmemo $k_2 = 0,001 \text{ c}^{-2}$. Тоді $n = \sqrt{k_2} = 0,0312 \text{ c}^{-1}$. Період власних коливань становить $\frac{2\pi}{n} = 198,7 \text{ с}$. Тобто умова, щоб тривалість дії лінійного прискорення (5 с) була значно менше періоду власних коливань, виконується. Прийmemo $\xi = 1$, тобто $k_1 = \xi n = 0,0312$. Прийmemo $k_1 = 0,03 \text{ c}^{-1}$. Зауважимо, що за таких параметрах ланка буде коливальною.

Реакція на дуже коротке збурення еквівалентна реакції на імпульс збурення $S = W_* \tau = 0,2 \cdot 5 = 1 \text{ c}^{-1}$. Маємо

$$\delta_e = \frac{k_1 s + k_2}{s^2 + k_1 s + k_2} \delta_2 \approx \frac{s}{s^2 + k_1 s + k_2} k_2 \frac{\delta_2}{s} \approx \frac{s}{s^2 + k_1 s + k_2} \omega_e,$$

де $\omega_e = k_2 \frac{\delta_2}{s} = k_2 \int_0^\tau \delta_2 dt \approx k_2 W_* \tau$ – еквівалентна кутова швидкість.

Таким чином, вплив короткочасного прискорення еквівалентний впливу додаткової кутової швидкості $\omega_e = 1 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$.

Максимальне значення змінної $\delta_e = \frac{s}{s^2 + k_1 s + k_2} \omega_e$ можна оцінити формулою

$$\delta_{e \max} = \frac{s}{s^2 + \xi n s + n^2} \omega_e \approx n \frac{\omega_e}{n^2} = \frac{\omega_e}{n} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{0,03} = 1,9^\circ.$$

Зауважимо, що аналогічна максимальна похибка при відсутності КФ дорівнює, приблизно, $W_* = 11,46^\circ$.

Аналогічно можна знайти максимальне відхилення від кутової швидкості дрейфу

$$\delta_{\omega_{dr}} = \frac{s}{s^2 + \xi ns + n^2} \omega_{dr} \approx \frac{\omega_{dr}}{n} = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{0,03} = 0,85^\circ.$$

Результати моделювання (у залежності від часу) представлено на рис. 4. Тут суцільна крива – реакція на кутову швидкість дрейфу у разі відсутності фільтра, точкова крива – реакція на кутову швидкість дрейфу за наявності фільтра, штрихова крива – реакція на лінійне прискорення (час наведено у секундах, кути – у градусах).

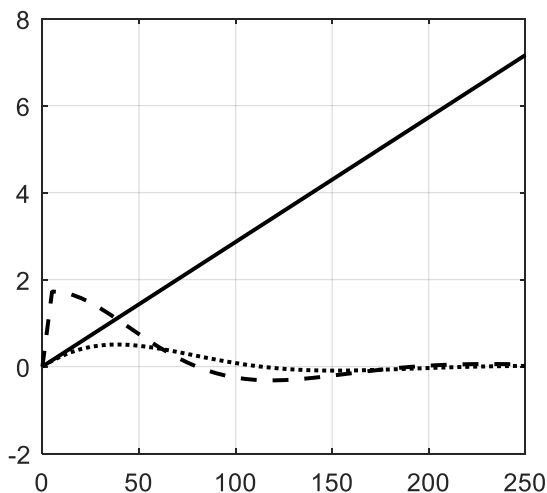


Рис. 4. Реакція КФ на кутову швидкість дрейфу гіроскопа

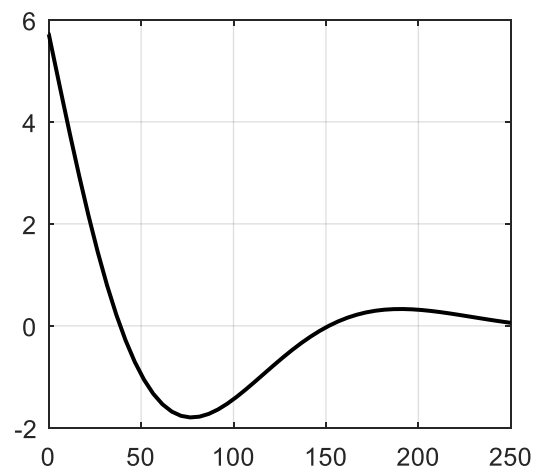


Рис. 5. Похибка КФ від початкових умов

Бачимо, що похибка від дрейфу гіроскопа прямує до нуля, тобто, виконано головне призначення КФ.

Враховуючи, що частота власних коливань фільтра дуже мала, фільтр практично повністю усуває вплив на точність показань фільтра діючих на акселерометр гармонічних збурень типу вібрації, частоти яких у десятки разів перевищують частоту власних коливань фільтра.

Результати моделювання третьої складової похибки виразу (4) наведено на рис. 5.

Бачимо, що похибка від початкових умов прямує до нуля, але внаслідок малого значення коефіцієнта k_2 це відбувається протягом кількох десятків секунд.

Розглянемо тепер функціонування КФ як складової частини контуру керування гіростабілізатора. Запишемо рівняння руху платформи гіростабілізатора. Приймемо керування платформою у вигляді

$$M_k(s) = r_1 \hat{\gamma} + r_2 (\omega + \delta_1), \quad (6)$$

де r_1, r_2 – коефіцієнти.

Тобто, кут обчислюється комплементарним фільтром, а кутова швидкість вимірюється гіроскопом. Рівняння руху платформи запишемо у вигляді

$$Is^2\gamma = -M_k(s) + M, \quad (7)$$

де I – момент інерції платформи;

M – момент збурення.

Вплив завади δ_1 у рівнянні руху платформи (6) можна оцінити таким чином. Вона призведе до додаткової похибки $\gamma_{\delta_1} \approx -(r_2/r_1)\delta_1$. Прийmemo $r_2/r_1 = 0,35$ с. Тоді під час дрейфу гіроскопа $\omega_{dr} = 5 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹ похибка буде дорівнювати $\gamma_{\delta_1} \approx -0,25 \cdot 5 \cdot 10^{-4} = -1,25 \cdot 10^{-4}$ рад. Тобто, впливом завади δ_1 у складовій моменту демпфування рівняння руху платформи можна нехтувати.

Під час моделювання розглянемо тільки питання впливу початкового кута γ_0 . Схема моделювання руху платформи у середовищі *Simulink* наведена на рис. 6. Вона відповідає рівнянню $s^2\gamma = -5s\gamma - 20\hat{\gamma}$.

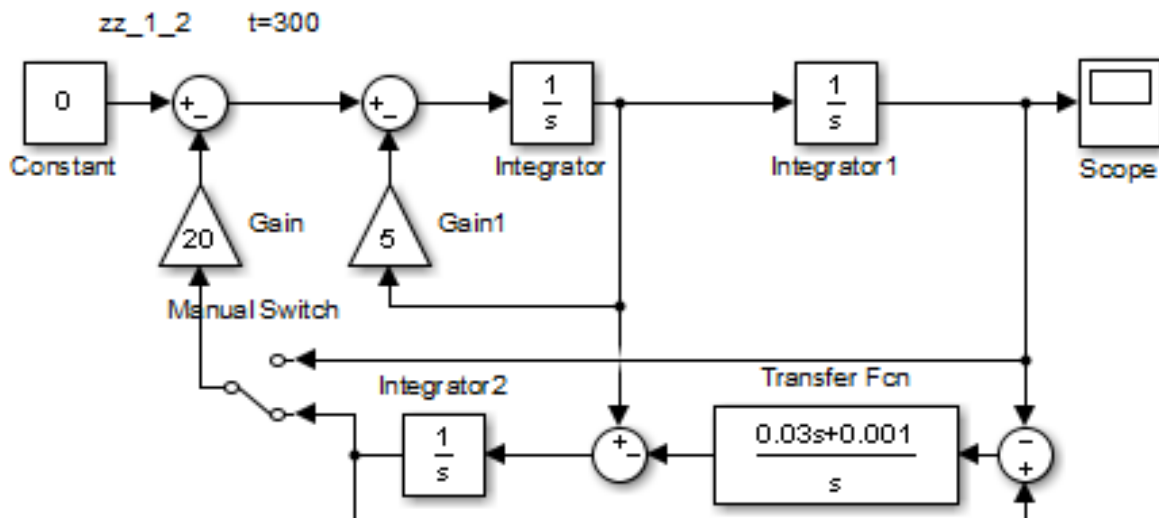


Рис. 6. *Simulink*-модель КФ

На рис. 7 наведено перехідний процес у разі відсутності КФ. На рис. 8 – за його використання. Бачимо, що час перехідного процесу суттєво збільшився.

Рис. 7. та рис. 5. практично співпадають. Це означає, що перехідний процес у платформі визначається не параметрами безпосередньо платформи, а параметрами КФ. За цього можна зробити також висновок, що синтез параметрів КФ можна виконувати без врахування динаміки платформи.

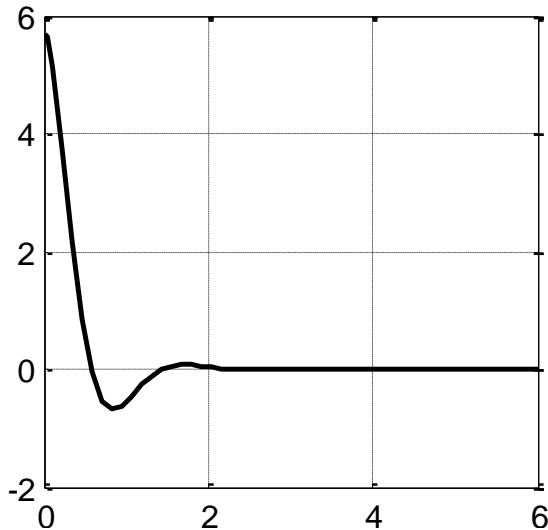


Рис. 7. Перехідний процес у разі відсутності КФ

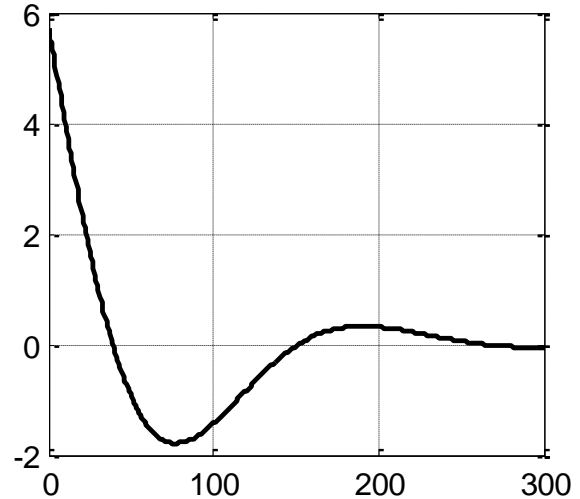


Рис. 8. Перехідний процес під час використання КФ

Висновки

Використання КФ є ефективним засобом покращення динамічних характеристик гіростабілізатора на рухомій основі. У разі використання у системах такого типу можна використовувати спрощенні схемо-технічні рішення КФ. Синтез параметрів КФ можна виконувати без врахування динаміки платформи.

Список використаної літератури

1. *Mark Euston, Paul Coote, Robert Mahony, Jonghyuk Kim and Tarek Hamel.* A Complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV // 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 22-26 Sept., 2008, pp. 340-345.
2. *R. Mahony, T. Hamel, and Jean-Michel Pflimlin.* Complementary filter design on the special orthogonal group $SO(3)$ // In Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, CDC05, Seville, Spain, December 2005. Institute of Electrical and Electronic Engineers.
3. *Fakhri Alam, Zhou ZhaiHe, Hu JiaJia.* A Comparative Analysis of Orientation Estimation Filters using MEMS based IMU // 2 nd International Conference on Research in Science, Engineering and Technology (ICRSET'2014), March 21-22, 2014 Dubai (UAE), pp. 86-91.