УДК 629.7.05

DOI: <u>https://doi.org/10.20535/0203-3771482024317967</u> **Є. Є. Хижняк¹**, *студент PhD*, **М. Г. Черняк²**, *к.т.н.*, *доцент*

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ БЕСПЛАТФОРМНОЇ ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ ПРИ ШВИДКОМУ ОБЕРТАННІ ПО КРЕНУ

Ua Запропонований метод корекції масштабного коефіцієнта гіроскопа крену бесплатформної інерціальної навігаційної системи, за сигналами одновісного індикаторного гіростабілізатора побудованого на мікромеханічному гіроскопі. Метод дозволяє суттєво підвищити точність вимірювання кутової швидкості крену літального апарату, що швидко обертається по крену.

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського

² КПІ ім. Ігоря Сікорського

En The article addresses the problem of enhancing the accuracy of an autonomous strapdown inertial navigation system (SINS) for aircraft with rapid rotation about their longitudinal axis. This rapid rotation stabilizes the aircraft's position along the longitudinal axis while imposing strict requirements on the roll gyroscope's scale factor (SF) error in the SINS. This is essential to ensure that the roll angle error remains on par with the pitch and yaw angle errors.

A novel method for periodic correction of the roll gyroscope's SF within an autonomous SINS is proposed. The method utilizes signals from a single-axis indicator gyrostabilizer based on a microelectromechanical system (MEMS) gyroscope. The correction involves determining the numerical value of the roll gyroscope's SF error during flight and subsequently compensating for its influence on the roll angular velocity measurements.

The functional scheme of the method is presented, along with formulas for calculating the correction coefficient. The efficiency of the proposed approach in improving the accuracy of the SINS is evaluated using a typical inertial module and an indicator gyrostabilizer with a MEMS gyroscope as an example.

The method significantly enhances the accuracy of roll angular velocity and coordinate measurements in an autonomous SINS without requiring expensive precision gyroscopes.

Вступ

У сучасній техніці широко розповсюджені безпілотні літальні апарати (ЛА), кутова стабілізація яких навколо поздовжньої вісі та зменшення їх відхилення від програмної траєкторії у польоті, здійснюється шляхом їх примусового швидкого обертання навколо поздовжньої вісі. Як правило таке обертання відбувається на частотах 5 ... 15 Гц, що відповідає дуже великим кутовим швидкостям зміни кута крену ЛА у діапазоні 1800 ... 5400 град/с [1].

Цей факт створює велику проблему для автономної навігації таких ЛА за допомогою безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС), оскільки висуває дуже жорсткі вимоги до гіроскопу крену БІНС за діапазоном вимірювання (повинен бути на порядок більшим, ніж у двох інших гіроскопів БІНС) і за допустимою похибкою його масштабного коефіцієнту (МК) (повинна бути десь на порядок меншою, ніж у двох інших гіроскопів системи). Тільки за умовою одночасного виконання цих двох суперечливих вимог можливо забезпечити похибку визначення в БІНС кута крену такого ЛА на рівні похибок визначення його кутів тангажу та ковзання [2].

В публікаціях відомі наступні шляхи вирішення цієї проблеми для БІНС ЛА, що швидко обертаються по крену: корекція БІНС у польоті за сигналами супутникових навігаційних систем, однак у більшості випадків такий шлях не є прийнятним, оскільки лишає навігаційну систему ЛА її автономності; використання у якості гіроскопу крену прецизійних, а відповідно і дуже дорогих і габаритних, лазерних або оптоволоконних гіроскопів, таких як *IMUF*100 *Wuxi Jobrey Technology* [3]; розташування усієї БІНС на платформі індикаторного гіростабілізатора, що дозволяє суттєво зменшити кутову швидкість обертання БІНС по відношенню до швидкості обертання ЛА, а, відповідно і зменшити вимоги до гіроскопу крену до рівня інших гіроскопів системи [4]. За всієї привабливості третій шлях має суттєві недоліки – конструкція такої гібридної БІНС буде мати набагато більші розміри, які у багатьох випадків можуть перевищувати допустимі.

Тому актуальною є задача пошуку інших шляхів вирішення зазначеної проблеми для БІНС ЛА, що швидко обертаються по крену, без застосування дуже прецизійного і коштовного гіроскопу крену, або складної конструкції подібної описаної вище гібридної БІНС.

Постановка задачі

Мета статті є розробка методу періодичної корекції безпосередньо у польоті масштабного коефіцієнта гіроскопа крену БІНС ЛА, що швидко обертається.

Метод корекції

Будемо розглядати у якості еталонного за точністю результату вимірювання (PB), по відношенню до БІНС, вимірювача поточного кута крену ЛА, малогабаритний одновісний індикаторний гіростабілізатор (ГС) на основі МЕМС гіроскопа. МЕМС гіроскоп у такому ГС виконує функцію нуль-індикатора положення платформи ГС, що стабілізується, відносно корпусу ЛА [5].

Нехай у польоті існує можливість синхронно вимірювати кутову швидкість крену ω_x за допомогою гіроскопу крену БІНС (вимірювання PB1) і фактичний кут крену $\gamma_{\Gamma C}$ за допомогою ГС (вимірювання PB2), та періодично порівнювати між собою інтеграл за часом від PB1 із PB2 відповідно до функціональної схеми методу, показаної на рис. 1.



Рис. 1. Функціональна схема методу корекції

Корекція полягає у визначенні числового значення похибки масштабного коефіцієнта гіроскопа крену в польоті і подальшому усуненні її впливу на результат вимірювання у БІНС кутової швидкості крену шляхом множення цього результату на визначений коефіцієнт корекції.

Спільна обробка інтегралу від результату вимірювання БІНС і РВ2 ГС полягає у визначенні в конкретний момент часу ($t_i = t_{i-1} + \Delta t$, де Δt – період корекції) різниці вимірів кута крену $\Delta \gamma_i$ за формулою

$$\Delta \gamma_i = \gamma_{Ei} - \gamma_{\Gamma Ci}, [^{\circ}]. \tag{1}$$

Передбачається, що ГС є еталонним вимірювачем кута крену по відношенню до БІНС.

Оцінімо похибку масштабного коефіцієнта гіроскопа крену для *i*-го моменту часу. Приймемо наступний вигляд математичної моделі РВ кутової швидкості обертання ЛА навколо осі крену, який формується гіроскопом крену.

$$\omega_x = \Delta_0 + (1 + \Delta_1)\omega_{ist} \approx (1 + \Delta_1)\omega_{ist}, [^{\circ}/c],$$

де: ω_x , [°/c] – PB1; ω_{ist} , [°/c] – істинна кутова швидкість; Δ_0 [°/c] – адитивна похибка гіроскопа крену; Δ_1 – відносна похибка масштабного коефіцієнта гіроскопа крену. Врахуємо, що для об'єктів, що швидко обертаються по крену, виконується умова $\Delta_0 \ll \Delta_1 \omega_{ist}$.

Оскільки виміряна кутова швидкість ω_x та ω_{ist} близькі за значенням, похибку масштабного коефіцієнта гіроскопа крену Δ_{1i} за t_i проміжок часу можна розрахувати за наближеною формулою

$$\Delta_{1i} \approx \frac{\nabla \gamma_i}{\omega_x \cdot \Delta t} . \tag{2}$$

Для усунення цієї розрахованої похибки масштабного коефіцієнта гіроскопа крену, за методом пропонується постійно домножати результат вимірювання PB1 за наступний проміжок часу $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ на коефіцієнт корекці $K_i^{\kappa op}$, розрахований за формулою:

$$K_i^{\kappa op} = 1 - \Delta_{1i} \; .$$

Результат скорегованого вимірювання кутової швидкості крену $\widehat{\omega}_{x(i+1)}^{\text{кор}}$ за час t_{i+1} набуває вигляду

$$\widehat{\omega}_{x(i+1)}^{\text{kop}} = \mathbf{K}_{i}^{\text{kop}} \cdot \widehat{\omega}_{x(i+1)} = \left(1 - \widehat{\Delta}_{1i}\right) \cdot \widehat{\omega}_{x(i+1)} \,, \left[^{\circ}/\mathbf{c}\right]. \tag{3}$$

Згідно із (3) ефективність запропонованого методу корекції залежить від точності розрахунку $K_i^{\kappa op}$, а, відповідно, і від $\widehat{\Delta \gamma_i}$.

Оцінимо похибки визначення кута крену автономною БІНС $\Delta\gamma_{\text{Бi}}$ та ГС $\Delta\gamma_{\text{\GammaCi}}.$

За принципом роботи автономної БІНС, розрахунок кута крену відбувається за формулою

$$\hat{\gamma}_{E} \approx \int_{0}^{t} \omega_{x} dt \approx \int_{0}^{t} (1 + \Delta_{1}) \omega_{ist} dt \approx \gamma_{ist} + \Delta_{1} \hat{\omega}_{x} t \approx \gamma_{ist} + \Delta \gamma_{E} , [^{\circ}], \qquad (4)$$

де: $\Delta \gamma_{\rm b}, [^{\circ}]$ – похибка результату вимірювання кута крену у БІНС; $\gamma_{ist}, [^{\circ}]$ – істинне значення кута крену.

Під час ідеальної роботи ГС, гіроскоп у його складі фіксує наявність кутової швидкості і працює в вимірювальному діапазоні близькому до своєї порогової чутливості. Відповідно, похибка визначення кута крену за сигналами ГС залежить від похибки зміщення нуля $\Delta_{0\Gamma C}$ та позиційної похибки енкодера у його складі – Δ_{enc} , тому, $\Delta \gamma_{\Gamma C}$ можна оцінити за формулою

$$\Delta \gamma_{\Gamma C} = \Delta_{0\Gamma C} \Delta t + \Delta_{enc}, [\circ].$$

Оскільки похибки $\Delta \gamma_{Ei}$ та $\Delta \gamma_{\Gamma Ci}$ не корельовані між собою, похибку вимірювання різниці кута крену $\Delta \gamma_i$ за проміжок часу Δt можна розрахувати за формулою

$$\Delta \gamma_i = \Delta_1 \cdot \hat{\omega}_{xi} \cdot \Delta t - (\Delta_{0\Gamma C} \cdot \Delta t + \Delta_{enc}), [\circ]$$
⁽⁵⁾

Приймемо, що алгоритм буде ефективним, якщо відносна похибка коефіцієнта корекції $\delta_{K_i^{\text{кор}}} \ll 1$.

$$\delta_{\mathbf{K}_{i}^{\mathrm{KOP}}} = \frac{\mathbf{K}_{i}^{\mathrm{KOP}} - \mathbf{K}_{i\,icm}}{\mathbf{K}_{i\,icm}} \,.$$

Підставивши рівняння (5) в рівняння (2) отримаємо наступний вигляд формули для оцінки похибки визначення коефіцієнта корекції $\delta_{K_i^{\text{кор}}}$:

$$\delta_{\mathbf{K}_{i}^{\mathrm{kop}}} \approx \frac{\Delta_{0\Gamma\mathrm{C}} \cdot \Delta t + \Delta_{enc}}{\omega_{x} \cdot \Delta t} \approx \frac{\Delta_{0\Gamma\mathrm{C}} \cdot \Delta t}{\Delta \gamma_{i}} + \frac{\Delta_{enc}}{\Delta \gamma_{i}}.$$

Розглянемо ситуацію, коли стабілізатор має перерегулювання, або не може повністю відпрацювати кутову швидкість крену ЛА, що обертається. Така ситуація є реальною, оскільки описана у звіті *Sanda National Laboratories* [4]. У джерелі описуються результати випробування з можливості розв'язати БІНС від обертання ЛА по крену шляхом застосування ІГ. За кутової швидкості крену 3600 [°/c] та перевантаженнях у 50 g, не скомпенсована кутова швидкість склала ≈ 360 [°/c]. У звіті зазначено, що серед причин неідеальної роботи може бути збільшення сухого тертя у підшипниках під час понаднормових перевантаженнях та неоптимальність регулятора оборотів електроприводу.

Покращимо метод обчислення кута крену шляхом інтегрування виміряної МЕМС гіроскопом у складі ІГ (ДКШІГ) не скомпенсованої кутової швидкості. Функціональна схема ІГ, що вимірює кут крену за покращеним методом, зображена на рис. 2. За такої схеми похибка визначення нескомпенсованої кутової швидкості суттєво впливає на формування керуючої напруги та стійкість системи, адже проходить крізь інтегральну ланку *PI*-регулятора.



Рис. 2. Функціональна схема ГС

На рис. 2 позначено: W_p – кутова швидкість ротору електропривода відносно корпусу ЛА; ω_{μ} , – нескомпенсована кутова швидкість ІГ; γ_{μ} , – нескомпенсований кут крену; γ_{ehk} , – абсолютний кут повороту енкодера ГС відносно корпусу ЛА; $\hat{\gamma}$, – виміряний ГС кут крену.

Відповідно до наведеної функціональної схеми, у разі не ідеальної роботи ГС, розрахункова похибка визначення кута крену набуває вигляду

$$\Delta \gamma_{\Gamma C} \approx \Delta_{0\Gamma C} \cdot \Delta t + \int_{t_i}^{t_{i+1}} \Delta_{1\Gamma C} \cdot \omega_{\rm H}(t) \cdot dt + \Delta_{enc}, \tag{6}$$

Підставивши рівняння (6) у формулу (1) отримаємо наступну формулу приблизної оцінки похибки визначення коефіцієнта корекції для неідеальної роботи ГС

$$\delta_{\mathbf{K}_{i}^{\mathrm{kop}}} \approx \frac{(\Delta_{0\Gamma\mathrm{C}} + \Delta_{1\Gamma\mathrm{C}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{H}}) \cdot \Delta t + \Delta_{enc}}{\Delta \gamma_{i}} \approx \frac{(\Delta_{0\Gamma\mathrm{C}} + \Delta_{1\Gamma\mathrm{C}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{H}})}{\boldsymbol{\omega}_{x}} + \frac{\Delta_{enc}}{\Delta \gamma_{i}}.$$
 (7)

Запропонований метод корекції масштабного коефіцієнта гіроскопа крену у складі БІНС рухомого об'єкту, що швидко обертається, суттєво не змінює і не ускладнює алгоритм вирішення навігаційної задачі. Збільшення інтервалу часу між корекціями та вибір енкодера більшої роздільної здатності дозволять зробити корекцію більш ефективною.

Відповідно до рис. 3, наявність похибки визначення кута крену $\Delta \gamma_{\rm b}$, призводить до невірного розрахунку проекцій уявного прискорення, на бокову вісь *z* рухомого об'єкту [6], [7], [8], що у першому наближенні залежить від прискорення сили тяжіння



Рис. 3. Проекція прискорення вільного падіння на вимірювальні вісі осі акселерометрів у складі БІНС

Ця похибка призводить до бокового відхилення по координаті під час вирішення навігаційної задачі автономної БІНС. У першому наближення розрахунок відхилення ЛА по боковій координаті через вплив похибки визначення кута крену можна оцінити за виразом

$$\Delta r_z(t) \approx g \iiint_0^t \Delta_1 \omega_x dt^3 \approx g \Delta_1 \omega_x \frac{t^3}{6}, \qquad (8)$$

де: Δa_z – розрахункова похибка визначення проекції g, що за принципом дії БІНС призводить по похибки розрахунку бокової координати Δr_z . Із формули (8) видно, що похибка Δr_z кубічно зростає від часу.

Оцінімо величину відхилення ЛА по боковій координаті за відповідний час польоту типового інерціального модуля — *Collins Aerospace SIIMU*02 [9], метрологічні характеристики якого наведені в табл. 1.

Таблиця 1.

Метрологічні характеристики гіроскопа крену інерціального модуля *SIIMU*02

Динамічний діапазон	±9000[°/s]
Нестабільність зміщення нуля (1σ)	100[°/hr]
Похибка масштабного коефіцієнта (1σ)	600 ppm

За формулою (4) похибки визначення кута крену $\Delta \gamma_{\rm b}$ за PB гіроскопу крену у складі *SIIMU*02 та відхилення по боковій координаті Δr_z у пуску з кутовою швидкістю крену $\omega_{ist} = 3600[^{\circ}/{\rm s}]$, наведені у табл. 2.

Таблиця 2.

	10	5 5 5	
<i>t</i> , [c]	10	60	120
$\Delta \gamma_{\rm b}, [^{\circ}]$	21,6	129,6	259,2
Δr_{z} , [км]	21,25	4590	36730

Оцінка похибки визначення кута крену та відхилення ЛА по боковій координаті у пуску за час *t*

Аналіз табл. 2 показує, що навіть за малий час польоту відхилення ЛА Δr_z через Δ_1 становить кілометри, що унеможливлює використання МЕМС гіроскопу крену у складі автономній БІНС.

Із формули (8) видно, що єдина можливість зменшення відхилення Δr_z – мінімізація похибки Δ_1 , чим і обумовлене використання прецизійних оптоволоконних гіроскопів заміст МЕМС гіроскопів.

Запропонований метод дозволяє зменшити похибку обчислення координати, використовуючи ГС на МЕМС гіроскопі як еталонне джерело вимірювання кута крену. Припустимо, що у склад автономної БІНС інтегровано одновісний ГС із МЕМС гіроскопом *GYPRO*4300 фірми *Troniks* [10], метрологічні характеристики наведені у табл. 3, що працює у режимі нуль індикатора, та датчик кута повороту платформи відносно корпусу ЛА. В якості датчика кута використаємо оптичний енкодер *AEDB*-9340 *Avago Tehnologeis* [11], позиційна похибка якого на один оберт становить $\pm 20'$.

Таблиця 2.

Метрологічні характеристики гіроскопу GYPRO4300 Troniks у складі ГС

Динамічний діапазон	±300 [°/s]
Невідтворюваність зміщення нуля Δ_{rep} , (1 σ)	10 [°/hr]
Стабільність зміщення нуля у пуску Δ_{stab} , (1 σ)	7 [°/hr]
Похибка масштабного коефіцієнта Δ_1 , (1 σ)	280 [ppm]

Наведені похибки зміщення нуля є некорельованими між собою, тому сумарна адитивна похибка Δ_{0IC} буде

$$\Delta_{0\Gamma C} = \sqrt{\Delta_{rep}^2 + \Delta_{stab}^2}.$$

За ідеальної роботі ГС, гіроскоп у його складі вимірює кутову швидкість, що близька до порогу його чутливості. Відповідно, основна складова похибки визначення кута крену $\Delta \gamma_{\Gamma C}$ за допомогою ГС буде залежить від $\Delta_{0\Gamma C}$. Результат обчислення за формулою (9) похибки $\Delta \gamma_{\Gamma C}$ за різні інтервали часу t наведені у табл. 4

$$\Delta \gamma_{\Gamma C} = \Delta_{0\Gamma C} \cdot t + \Delta_{enc} \,. \tag{9}$$

Таблиця 3.

· ·	J I J /IC			
<i>t</i> , [c]	10	60	120	
$\Delta_{_{0\Gamma C}}\cdot t$, [°]	0,033	0,198	0,396	
$\Delta \gamma_{\Gamma C}, [^{\circ}]$	0,363	0,528	0,726	

Оцінка похибки визначення кута крену $\Delta \gamma_{\Gamma C}$ за сигналами ІГ

Порівняння похибок $\Delta \gamma_{\rm b}$ та $\Delta \gamma_{\rm \Gamma C}$ показує, що величина похибки вимірювання кута крену за сигналами ГС в сотні разів менша у порівнянні із похибкою вимірювання кута крену автономної БІНС із МЕМС вимірювачем. Відповідно, ГС може використовуватись, як еталонний вимірювач кута крену по відношенню до БІНС у складі ЛА, що швидко обертається.

Оцінімо ефективність методу корекції, розрахувавши за формулою (7) відносну похибку визначення коефіцієнта корекції $K_i^{\text{кор}}$ під час неідеальній роботі ГС. Приймемо, що період корекції $\Delta t = 5 [c]$, не скомпенсована кутова швидкість $\widehat{\omega}_{\text{н}}$ менша за діапазон вимірювання МЕМС гіроскопу *GYPRO*4300, а кутова швидкість крену ЛА становитиме 900 [°/c]. Тоді:

$$\delta_{K_{i}^{\text{kop}}} \approx \frac{3.3 \cdot 10^{-3} \left[^{\circ}/c\right] + 280 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \left[^{\circ}/c\right]}{900 \left[^{\circ}/c\right]} + \frac{0.33 \left[^{\circ}\right]}{900 \left[^{\circ}/c\right] \cdot 5[c]} \approx 0,093.$$

Отримана оцінка відносної похибки $\delta_{K_i^{\text{кор}}}$ показує, що за неідеальної

роботи ГС на МЕМС гіроскопі, запропонований метод компенсує 90% похибки вимірювання кутової швидкості крену автономної БІНС, спричиненої похибкою масштабного коефіцієнта гіроскопу крену.

Висновки

Запропонований метод корекції дозволяє проводити періодичне уточнення у польоті масштабного коефіцієнта гіроскопу крену. Корекція здійснюється шляхом помноження кожного наступного результату вимірювання гіроскопу крену на розрахований коефіцієнт корекції.

Ефективність методу підтверджена на прикладі сучасного інерціального модуля *Collins Aerospace SIIMU*02 та гіроскопу *GYPRO*4300, в якому похибка гіроскопу крену зменшена на 90%.

Список використаної літератури

1. *Liu, X., Wu, X., Yin, J.*, (2019), "Aerodynamic characteristics of a dual-spin projectile with canards", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G Journal of Aerospace Engineering, vol. 233, no. 12, pp. 1-13.

- Zheng, T., Xu, A., Xu, X., & Liu, M., (2023), "Modeling and Compensation of Inertial Sensor Errors in Measurement Systems", Electronics, vol. 12, pp. 1-14.
- IMUF100 Series Fibre Optical Inertial Measurement Unit FOG IMU RS422 [Електронний ресурс]. [Режим доступу]: http://jobrey.com/en/FOG-IMU_IMUF100H_IMUF100M.html.

4. *Beader, M. E.* (2000), Application of Roll-Isolated Inertial Measurement

- Bedder, M. E. (2000), Application of Ron-Isolated merital Measurement Units to the strumentation of Spinning Vehicles, [Електронний ресурс]. [Режим доступу]: <u>https://www.osti.gov/biblio/772048</u>
- 5. Imbault, J. J., Tjulin, H., Kinney, R., Kohler, S. (1986), "Mini-RIMS: a miniature roll-stabilized inertial measurement system", Westlake Village, CA (USA)
- 6. *Titterton*, *D. H.*, *Weston*, *J. L.* (2004) Strapdown Inertial Navigation Technology. 2nd ed., The Institution of Engineering and Technology, London, UK.
- 7. *Britting*, *K. R.* (1971), Inertial Navigation Systems Analysis. Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, USA.
- 8. *Chatfield*, A. B. (1997), Fundamentals Of High Accuracy Inertial Navigation, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Virginia, USA.
- 9. Inertial Measurement Units [Електронний ресурс]. [Режим доступу]: <u>https://prd-sc102-cdn.rtx.com/-/media/ca/s/silmu02/silmu02-</u> <u>gun.pdf?rev=74e4ea83b9ca4a6b83c0c4bead43ff53&hash=453D4B9E37C3</u> <u>EA8CB511B63336D1BAFF</u>
- 10. GYPRO®4300 High Stability ± 300 °/s digital MEMS Gyro [Електронний pecypc]. [Режим доступу]: <u>https://www.tronics.tdk.com/inertial-sensors/high-performance-mems-inertial-sensors/gypro-high-performance-mems-gyroscopes/gypro4300-high-stability-gyro/</u>.
- AEDB-9340 Series 1250/2500 CPR Commutation Encoder Modules with Codewhee [Електронний ресурс]. [Режим доступу]: <u>https://docs.broadcom.com/doc/AV02-0075EN</u>.