

УДК 681.3+615.89

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771482024317868>Л. М. Рижков¹, д.т.н., професор, І. Л. Рижкова², к.ф.-м.н., н.с.

ДОСЛІДЖЕННЯ РЕЖИМУ ПОПЕРЕДНЬОГО ЗАСПОКОЄННЯ СУПУТНИКА

Уа Розглядається вибір закону магнітного керування супутником в режимі його попереднього заспокоєння, що обумовлено наявністю початкових кутових швидкостей обертання супутника. Аналізуються та порівнюються два закони керування в залежності від приладового складу системи керування: система, в якій використовуються вимірювачі кутової швидкості супутника, і система, в якій здійснюється диференціювання сигналів магнітометра. Використання спрощеної моделі керованого руху супутника дозволило отримати аналітичні оцінки та виконати порівняльний аналіз ефективності систем керування. Показано, що система керування з вимірювачами кутових швидкостей є більш ефективною, ніж система з диференціюванням сигналів магнітометра. Виконане моделювання в середовищі MATLAB підтвердило теоретичні висновки.

En The choice of the law of magnetic control of the satellite in the mode of its preliminary stabilization is considered, which is due to the presence of the initial angular velocities of the satellite's rotation. Two control laws are analyzed and compared depending on the instrumentation of the control system: a system in which satellite angular velocity sensors are used, and a system in which magnetometer signals are differentiated. The use of a simplified model of the controlled movement of the satellite made it possible to obtain analytical estimates and perform a comparative analysis of the effectiveness of the control systems. It is shown that the control system with angular velocity sensors is more effective than the system with differentiation of magnetometer signals. The simulation performed in the MATLAB environment confirmed the theoretical conclusions.

Вступ

Після відділення від ракети-носія супутник може мати значні кутові швидкості, які треба згасити для подальшого функціонування супутника. Звичайно використовуються активної магнітної системи керування [1] [4]. Така побудова систем керування обумовлена тим, що внаслідок малих габаритів супутників в них практично не використовувалися датчики кутових швидкостей. Необхідна для керування інформація про кутову швидкість супутника замінювалася похідними від сигналів магнітометра, які залежать від кутових швидкостей обертання супутника [2] – [4]. Таке вирі-

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського

² ННК «Інститут прикладного системного аналізу» КПІ ім. Ігоря Сікорського

шення задачі є значній мірі є вимушеним внаслідок практичної неможливості використання в малих за габаритами супутниках вимірювачів кутової швидкості. В той же час поява малогабаритних МЕМС-вимірювачів дає можливість їх використання у супутниках із метою безпосереднього вимірювання кутових швидкостей.

Постановка задачі

Метою аналізу є оцінка ефективності різних законів керування у режимі гасіння початкової кутової швидкості супутника та їх порівняльний аналіз.

Розв'язання задачі

Розглядається рух супутника в орбітальній системі координат $O_1X_0Y_0Z_0$, центр якої співпадає із центром мас супутника; вісь OX_0 розташована у площині орбіти і направлена по вектору лінійної швидкості супутника, вісь OZ_0 направлена по радіус-вектору супутника до центру Землі і вісь OY_0 направлена так, щоб утворити праву систему координат. Вважаючи, що початкова кутова швидкість супутника значно більше, ніж оберտальна кутова швидкість супутника, будемо в рівняннях руху нехтувати обертальною кутовою швидкістю.

Запишемо теорему про зміну кінетичної енергії супутника в диференціальній формі

$$\dot{T} = \omega \cdot M, \quad (1)$$

де T – кінетична енергія супутника; ω – кутова швидкість супутника; M – момент керування.

Вважаємо, що використовується магнітна система керування. У цьому разі момент керування виникає внаслідок взаємодії магнітного поля котушок із магнітним полем Землі (МПЗ) і визначається виразом

$$M = m \times B, \quad (2)$$

де m – магнітний момент котушок, B – вектор індукції МПЗ у системі координат $OXYZ$, зв'язаної з супутником.

Тоді

$$\dot{T} = \omega \cdot (m \times B) = -m \cdot (\omega \times B). \quad (3)$$

Будемо формувати магнітний момент у вигляді

$$m = k(\omega \times B), \quad (4)$$

де k - коефіцієнт.

Вважається, що є вимірювач кутової швидкості ω та відомим є вектор індукції B у системі координат $OXYZ$,

Тоді

$$\dot{T} = -k(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}) \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}) = -k\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}\|^2 \leq 0. \quad (5)$$

Бачимо, що кінетична енергія супутника зменшується, тобто, формування магнітного моменту у вигляді (4) вирішує задачу.

Перепишемо вираз (5)

$$\dot{T} = -k\omega^2 B^2 \sin^2 \varepsilon, \quad (6)$$

де $\omega = \|\boldsymbol{\omega}\|$, $B = \|\mathbf{B}\|$. ε – кут між векторами $\boldsymbol{\omega}$ та \mathbf{B} .

Припустимо $I_x \approx I_y \approx I_z \approx I$. Тоді можна записати

$$\dot{T} + \zeta T = 0, \quad (7)$$

де

$$\zeta = \frac{2kB^2 \sin^2 \varepsilon}{I} = \frac{kB^2}{I}(1 - \cos 2 \cdot \varepsilon) \geq 0.$$

Для наближених оцінок замінимо ζ на $\hat{\zeta} = \frac{kB^2}{I}$ та прийнемо $\hat{\zeta} \approx \text{const}$. Тоді з рівняння (7) знайдемо

$$T = T_0 \cdot e^{-\hat{\zeta}t}, \quad (8)$$

де T_0 – початкове значення кінетичної енергії.

Тобто, кінетична енергія зменшується за експоненціальним законом, а змінна

$$\chi = \ln\left(\frac{T_0}{T}\right) = \hat{\zeta}t \quad (9)$$

зростає за лінійним законом.

Зауважимо, що ефективність керування можна оцінювати, використовуючи залежності

$$\omega = \omega_0 e^{-\frac{1}{2}\hat{\zeta}t} \quad \text{та} \quad \chi_1 = \ln\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right) = \frac{1}{2}\hat{\zeta}t.$$

Магнітний момент котушок \mathbf{m} можна сформулювати іншим чином. Використаємо правило диференціювання вектора, записаного в рухомій системі координат [5]. Маємо

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{\tilde{d}\mathbf{B}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}, \quad (10)$$

де $\frac{\tilde{d}\mathbf{B}}{dt}$ – відносна (локальна) похідна.

Якщо припустити, що у режимі початкового заспокоєння друга складова значно більша, ніж перша, будемо мати

$$\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B} \approx \dot{\mathbf{B}}. \quad (11)$$

Прийmemo

$$\mathbf{m} = k\dot{\mathbf{B}}. \quad (12)$$

Такий закон керування називається «*B-dot*» керуванням. Похідну $\dot{\mathbf{B}}$ звичайно знаходять диференціюванням сигналів магнітометра.

Тоді

$$\dot{T} = -\mathbf{m} \cdot (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B}) \approx -k\dot{\mathbf{B}} \cdot \dot{\mathbf{B}} = -k\|\dot{\mathbf{B}}\|^2 \leq 0. \quad (13)$$

Тоді оцінки у вигляді (8) або (9) залишаються.

Виконаємо моделювання руху для законів керування (4) та (12). МПЗ будемо описувати дипольною моделлю, для якої в орбітальній системі маємо такі вирази [6]

$$\mathbf{B}^o = \begin{bmatrix} B_{xo} \\ B_{yo} \\ B_{zo} \end{bmatrix} = \frac{\mu_e}{r^3} \begin{bmatrix} \cos u \sin i \\ \cos i \\ -2\sin u \sin i \end{bmatrix}, \quad (14)$$

де $\mu_e = 7,812 \cdot 10^6 \text{ км}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$ – стала земного магнетизму, r – відстань від центра Землі до супутника (під час моделювання прийнято $r = 7000 \text{ км}$); u – аргумент широти, i – нахил орбіти.

Для знаходження вектора \mathbf{B} використовується залежність $\mathbf{B} = \mathbf{R}\mathbf{B}^o$. Матриця напрямних косинусів \mathbf{R} знаходиться із рівнянь Пуассона.

$$\dot{\mathbf{R}} = -\boldsymbol{\Omega}_E \mathbf{R}, \quad (15)$$

$$\text{де } \boldsymbol{\Omega}_E = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Для диференціювання вектора \mathbf{B} у кожному каналі керування вводиться передавальна функція $W(s) = \frac{s}{s+1}$.

Кутові швидкості знаходяться інтегруванням динамічних рівнянь Ейлера (16) (\mathbf{I} – тензор інерції)

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M} \quad (16)$$

за початкових умов $\omega_{0x} = \omega_{0y} = \omega_{0z}$.

Числове дослідження виконано для орбіти із $i = 98^\circ$. Час однієї орбіти становить 5800 с. Початкові кутові швидкості такі $\omega_{0x} = \omega_{0y} = \omega_{0z} = 0,03, 1/\text{с}$. Тензор інерції супутника становить

$J = \text{diag}[0,4 \ 0,7 \ 0,3]$, кг·м². Коефіцієнт k у законах керування (4) та (12) вибрано рівним $k = 2 \cdot 10^5$, А²·м²·с³·кг⁻¹.

На рис. 1 та рис. 2 наведено графіки зміни кутової швидкості супутника для законів керування (4) та (12) відповідно.

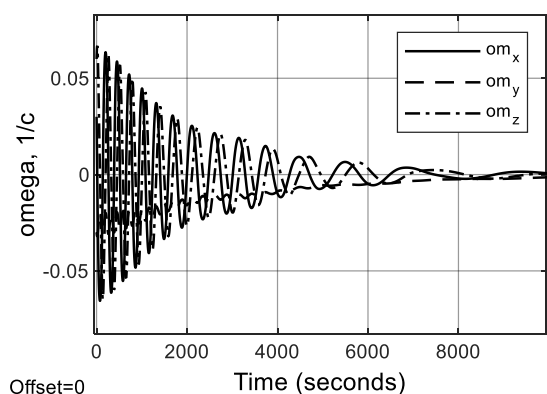


Рис. 1. Кутові швидкості

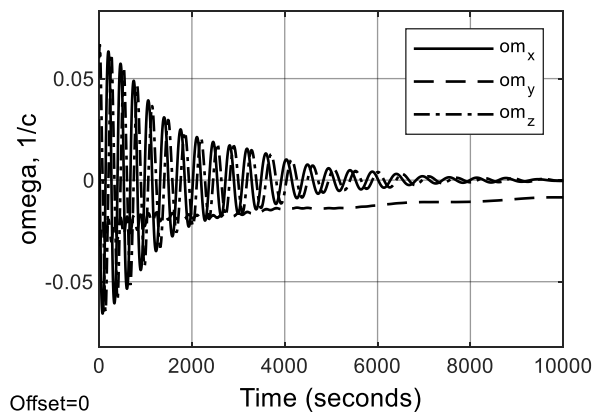


Рис. 2. Кутові швидкості

На рис. 3 наведено графіки залежності $T(t)$ для законів керування (4) (суцільна крива) та (12) (штрихова крива).

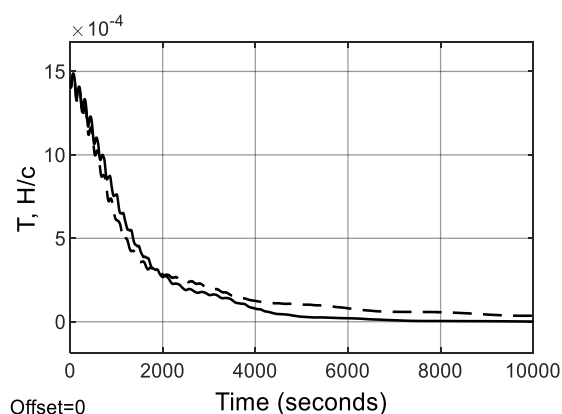
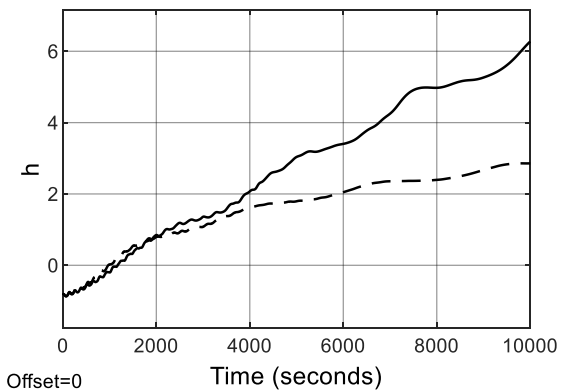


Рис. 3. Кінетична енергія

Рис. 4. Залежність $\chi(t)$

На рис. 4 наведено графіки залежності $\chi(t)$ для законів керування (4) (суцільна крива) та (12) (штрихова крива).

Бачимо достатньо хорошу відповідність результати моделювання теоретичним розрахункам. Причому, ця відповідність краща для закону керування (4). Для закону керування (12) відмінність проявляється більше при зменшенні кутової швидкості супутника. Це пояснюється тим, що вираз (11) є наближенням.

На рис. 5 наведено графік залежності

$$\mu = \frac{T_1}{T_2},$$

де T_1 – кінетична енергія у разі використання закону керування (12); T_2 – кінетична енергія у разі використання закону керування (4).

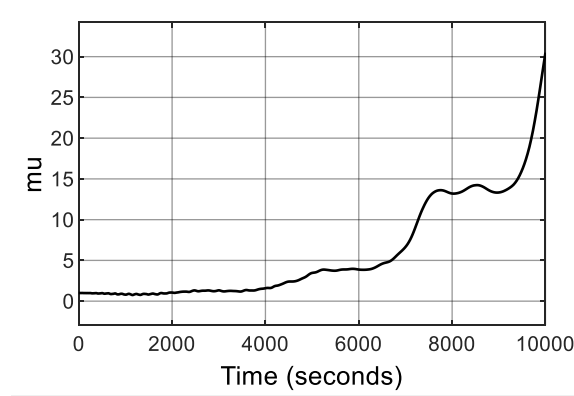


Рис. 5. Залежність $\mu(t)$

Бачимо, що закон керування (4) є більш ефективним, ніж закон керування (12). Причому, різниця ефективності зростає у разі зменшення кутової швидкості обертання.

Таким чином, вдається за допомогою магнітних котушок погасити початкову кутову швидкість супутника, отриману ним під час відокремлення від носія.

Висновки

Отримано прості розрахункові моделі для оцінки ефективності магнітних систем керування у режимі попереднього заспокоєння супутника для різних законів керування. Показано, що керування із безпосереднім вимірюванням кутової швидкості супутника є більш ефективним ніж керування із диференціюванням сигналів магнітометрів, причому, різниця ефективності тим більша, чим менша кутова швидкість супутника.

Список використаної літератури

1. *Wisniewski R.* Satellite Attitude Control Using Only Electromagnetic Actuation. – Aalborg University: Department of Control Engineering, 1997. – 150 p.
2. *Fauske K. M.* NCUBE Attitude Control. – NTNU: Department Of Engineering Cybernetics, 2002. – 150 p.
3. *G. Juchnikowski, T. Barcinski, J. Lisowski* Optimal control gain for satellite detumbling using B-dot algorithm // Proceedings of the EuroGNC 2013, 2-nd CEAS Specialist Conference on Guidance, Navigation & Control, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, April 10-12, 2013.

4. *Leotanni M.* Comparison of Control Laws for Magnetic Detumbling. Research Gate (2012).
5. *Павловський М. А.* Теоретична механіка: Підручник. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
6. *Коваленко А. П.* Магнітні системи керування космічними летальними апаратами. – Машиностроение, 1975. – 247 с.