

УДК 629.056.6

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771462023302692>

В. В. Мелешко¹, *к.т.н., доцент*, **С. Л. Лакоза**², *к.т.н., доцент*

ПРИСКОРЕНА ДОВИСТАВКА ІНЕРЦІАЛЬНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ НА РУХОМІЙ ОСНОВІ

Уа Запропонований та досліджений алгоритм прискореної довиставки у русі інтегрованої навігаційної системи, яка складається з безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС) та супутникової навігаційної системи (СНС). Розглядається така штатна СНС, у якій не визначають кути орієнтації, тобто курс, тангаж, крен. Алгоритм придатний для використання на об'єктах, де вектор швидкості співпадає із поздовжньою віссю об'єкта, тобто кут курсу співпадає з шляховим кутом. Це можуть бути наземні транспортні засоби, інші засоби при нульових кутах дрейфу (знос). У роботі досліджується оцінка похибки виставки по курсу, тому що саме виставка по курсу (гірокомпасування) зазвичай є

¹ КПП ім. Ігоря Сікорського

² КПП ім. Ігоря Сікорського

найбільш складною процедурою початкової виставки. Під час визначення похибки по курсу за еталон береться курс, який можна визначити по показаннях швидкості супутника або гібридної навігаційної системи, що будується на алгоритмі БІНС, де не визначають швидкість, а використовують швидкість із СНС.

Дослідження проведене шляхом моделювання. Враховані стандартні характеристики СНС, гіроскопів та акселерометрів. Для порівняння також проведене моделювання широковідомої інтегрованої БІНС за слабозв'язаною розімкнутою схемою інтегрування (схемою компенсації) із використанням фільтра Калмана (ФК).

Показано, що визначення похибки можна виконати протягом декілька секунд, якщо СНС вже працює у штатному режимі. Точність визначення збільшується у разі збільшення швидкості руху та частоти видачі вхідних даних. Запропонований алгоритм показує більш високу точність, ніж алгоритм із ФК. У наведеному прикладі для наземного об'єкта за 30 с точність виставки менше 5 кут.хв.

En

It is proposed and researched algorithm of accelerated alignment in motion of an integrated navigation system, which consists of a strapdown inertial navigation system (SINS) and a satellite navigation system (SNS). Such a standard SNS is considered, in which orientation angles are not determined, that is, heading, pitch, roll. The algorithm is suitable for use on objects where the velocity vector coincides with the longitudinal axis of the object, that is, the heading angle coincides with the path angle. These can be ground vehicles, other vehicles at zero drift (yaw) angles. The paper examines the estimation of the error of the heading alignment, because the heading alignment (gyrocompassing) is usually the most difficult procedure of the initial alignment. When determining the heading error, the benchmark is the heading that can be determined from the satellite speed readings or from the readings of the hybrid navigation system, which is built on the SINS algorithm, in which the speed is not determined, but the speed from the SNS is used.

The study was conducted by modeling. At the same time, the standard characteristics of SNS, gyroscopes and accelerometers are taken into account. For comparison, a simulation of the well-known integrated SINS was also carried out using a weakly coupled open integration scheme (compensation scheme) using the Kalman filter (FK).

It is shown that the determination of the error can be performed in a few seconds, if the SNS is already working in normal mode. The accuracy of the determination increases with an increase in the speed of movement and the frequency of issuing input data. The proposed algorithm shows higher accuracy than the FK algorithm. In the given example, for a ground object in 30 s, the accuracy of the alignment is less than 5 arc.min.

Вступ

Початкову виставку інерціальної навігаційної системи (ІНС) розділяють на два етапи: груба і точна виставка. Виставка може виконуватися, як на нерухомому, так і на рухомому об'єкті. Виставка може бути автономною (використовуючи гіроскопи та акселерометри інерціального блока) і неавтономною (із залученням зовнішніх систем різного типу). Точна виставка, зазвичай, доповнює грубу виставку і називається довиставкою. Си-

стеми, в яких взаємодіють інерціальна та неінерціальна системи, називають комплексними або інтегрованими. Системи навігації, що складаються із двох систем, які працюють за єдиним алгоритмом роботи, називають гібридними. Проте інколи визначення «інтегрована» та «гібридна» вважаються синонімічними.

Існує ряд об'єктів, умови роботи яких не дозволяють виконати початкову виставку на нерухомій основі, наприклад, крилаті ракети та керовані авіабомби, морські об'єкти в умовах хитаючи.

Крім того, повна початкова виставка ІНС є досить тривалим процесом для об'єктів, від яких вимагається малий час готовності до роботи. З вищевказаних причин актуальним є завдання початкової виставки за умов руху об'єкта. Це можна досягти шляхом комплексування із навігаційними системами інших типів. Точна виставка проводиться після грубої. Значення, що отримані після грубої виставки, дозволяють звести похибки точної виставки до мінімально можливих значень. Результати точної виставки залежать від результатів грубої виставки.

Розглянемо початкову виставку безплатформної інерціальної навігаційної системи (БІНС).

Один із найпростіших методів початкової виставки на рухомій основі використовує принцип разової передачі поточних навігаційних параметрів та параметрів орієнтації у БІНС від іншої навігаційної системи на борту носія. Такий метод отримав назву трансферної виставки (*transfer alignment*) [1]. Проте цей алгоритм є першим етапом виставки і не дозволяє виконати точну виставку.

Інколи похибка вимірювання кутової швидкості гіроскопами значно перевищує допустиму для гірокомпасування похибку вимірювання кутової швидкості обертання Землі. Це не дає можливості використовувати «традиційну» грубу виставку для корабельних БІНС, навіть у випадку пришвартованого корабля. Для такого роду об'єктів застосовують алгоритм грубої виставки *IFCA* [2] на нерухомій основі, використовуючи швидкості об'єкта в інерціальній СК (отримують від зовнішньої системи), і його модифікації [3 - 5].

Для точної виставки широко використовується метод оптимального оцінювання, який використовує алгоритм фільтра Калмана (ФК) [6 - 8]. Для цього у якості еталонної інформації використовується швидкість, координати, параметри кутової орієнтації об'єкта, що вимірюються зовнішньою системою. У разі використання еталонної швидкості та координат (від звичайної супутникової навігаційної системи) кут курсу важко оцінити через погану спостережуваність азимутальної похибки. Алгоритм ФК є чутливим до похибок чутливих елементів БІНС, що може призводити до розходження оцінки похибки виставки системи [9]. Груба виставка із високою точністю знижує вплив систематичних похибок на оцінку похибки виставки, особливо на початковому етапі [10]. Як альтернативне рішення засто-

совують зменшення коефіцієнта підсилення ФК, збільшуючи діагональні елементи матриці коваріації шуму вимірювання, щоб гарантувати стабільність алгоритму точної виставки за рахунок погіршення його продуктивності [11]. Також необхідно відмітити, що при традиційному способі реалізації алгоритму БНС похибки системи, особливо похибка визначення курсу, пропорційні як похибкам координат, так і тангенсу широти [12-14].

Прискорена виставка може виконуватися з використанням оптимізаційного алгоритму ОВА, якщо виконується інтеграція із доплерівським абсолютним лагом [15]. Особливістю цього методу є те, що один і той же запис сигналів чутливих елементів використовується як для грубої, так і для точної виставки. Це дозволяє значно зменшити час виставки. У результаті процесу виставки протягом 600 с (за точністю грубої виставки курсу із похибкою $0,2^\circ$ (1σ)) були отримані похибки точної виставки у русі до $0,08^\circ$ (1σ) по курсу і $0,007^\circ$ (1σ) у горизонтальних каналах під час натурних випробувань.

Постановка задачі

Розробка та дослідження алгоритму прискореної довивставки БНС під час руху об'єкта для досягнення малого часу довивставки у разі прийнятній точності.

Основні визначення і відомості

Основні системи координат (СК) показані на рис. 1.

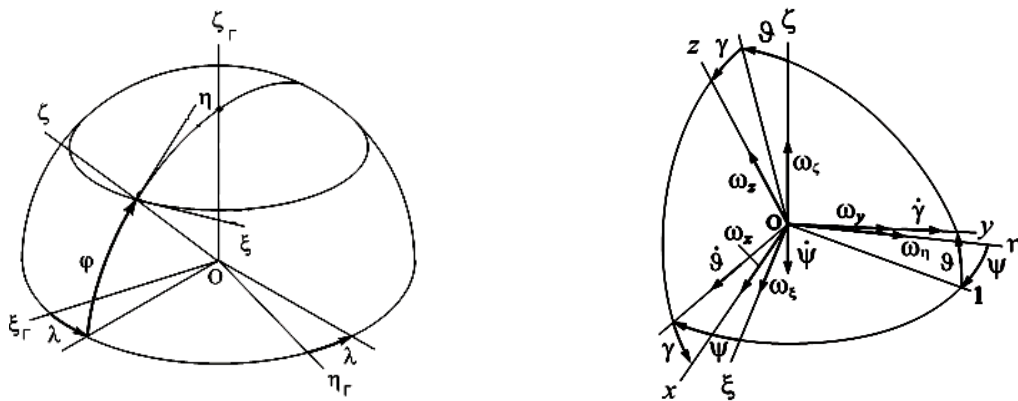


Рис. 1. Системи координат

На рис. 1 використано наступні позначення:

$O\xi_{\Gamma}\eta_{\Gamma}\zeta_{\Gamma}$ - геоцентрична СК (умовно інерціальна СК), коротко позначається i ;

$O\xi\eta\zeta$ - географічний супроводжуючий базис (опорна навігаційна СК), коротко позначається g ;

$Oxyz$ - зв'язана із рухомим об'єктом СК, коротко позначається b .

Нехай у склад інтегрованої навігаційної системи входять БІНС і СНС.

Курс об'єкта може бути довільним. Він визначається під час грубої початкової виставки БІНС із азимутальною похибкою δ_0 . Співвідношення між курсом БІНС і СНС (припускаючи, що шляховий кут СНС дорівнює курсу) показано на рис. 2.

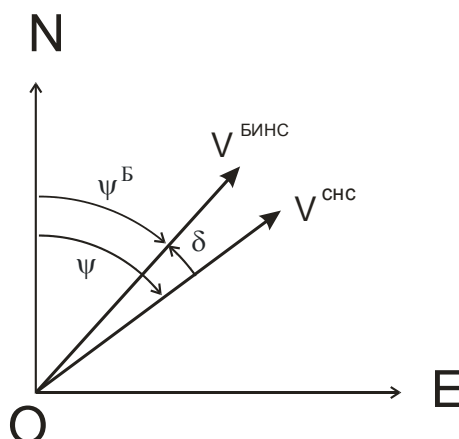


Рис. 2. Вектори швидкості БІНС і супутникової системи

З часом роботи БІНС у її показах курсу накопичуються похибки (шулерівські і добові). У разі стандартних характеристик чутливих елементів за 1 хвилину азимутальна похибка змінює значення із 30 кут. хв. (початкова похибка) до 29,5 кут. хв. За 15 с похибка змінюється на 0,1 кут.хв. Очевидно, що для зменшення пливу дрейфу БІНС бажано скорочувати інтервал вимірювання.

Значення вимірюного БІНС початкового курсу $\psi_0 = \psi - \delta_0$, де ψ — істинний курс. Цьому курсу відповідають східна і північна проекції швидкості руху V^B , які вимірює БІНС:

$$v_E^B = V^B \sin(\psi - \delta_0), \quad v_N^B = V^B \cos(\psi - \delta_0).$$

Як еталонні приймаємо проекції швидкості, які вимірює супутникова навігаційна система

$$v_E^d = V^C \sin \psi, \quad v_N^d = V^C \cos \psi,$$

де V^C — модуль швидкості за вимірюваннями СНС.

Значення курсу можна отримати за показами супутникової системи

$$\psi^{dv} = \operatorname{arctg} \frac{v_E^d}{v_N^d}, \quad (1)$$

За показами швидкості БІНС

$$\psi^{Bv} = \operatorname{arctg} \frac{v_E^B}{v_N^B} \quad (2)$$

Зрозуміло, що різниця курсів в основному відповідає початковій азимутальній похибці (рис. 2).

$$\hat{\delta}_0 = \psi^{dv} - \psi^{Bv}.$$

Для забезпечення паспортних характеристик точності супутникової системи швидкість руху має бути не менше 5 м/с.

Таке визначення азимутальної похибки δ_0 дає відносно невисоку точність оцінки, що залежить від частоти вимірювання швидкості руху об'єкта. Кращу точність можна отримати при інтеграції БНС із гібридною інерціальною навігаційною системою (ГНС).

Алгоритм роботи гібридної інерціальної навігаційної системи

Алгоритм ГНС будується на основі алгоритму БНС у географічному супроводжуючому базисі [15]. Вхідною інформацією є сигнали чутливих елементів: про абсолютну кутову швидкість із гіроскопів $\vec{\omega}_b = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$; лінійну швидкість і шляховий кут рух об'єкта (із СНС). *Сигнали акселерометрів не використовуються.*

Приймемо, що кут курсу відповідає шляховому куту. Найчастіше це виконується у наземній навігації.

Для опису орієнтації осей зв'язаної СК \mathbf{b} відносно супроводжуючого базису \mathbf{g} використаємо матрицю напрямних косинусів C^{gb} . Для отримання C^{gb} використаємо рівняння Пуассона у вигляді [17]:

$$\dot{C}^{gbd} = C^{gbd} \Omega_b^{ib} - \Omega_g^{igd} C^{gbd}. \quad (3)$$

Тут $\Omega_b^{ib} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$ така сама, як і у БНС.

$$\Omega_g^{igd} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\zeta^d & \omega_\eta^d \\ \omega_\zeta^d & 0 & -\omega_\xi^d \\ -\omega_\eta^d & \omega_\xi^d & 0 \end{bmatrix} \text{ — матриця проєкцій на осі базису } \mathbf{g}$$

вектора кутової швидкості географічного супроводжуючого базису \mathbf{g} відносно інерціального \mathbf{i} . Даній матриці відповідає вектор

$$\vec{\omega}_g^d = [\omega_\xi^d \quad \omega_\eta^d \quad \omega_\zeta^d]^T$$

тут верхній індекс d означає, що параметри отримані із використанням вимірювань швидкості та шляхового кута (кута курсу) від СНС. Будемо припускати, що СНС безпосередньо не вимірює кути орієнтації об'єкта.

Початкові значення кутів орієнтації об'єкта $\vartheta_0, \gamma_0, \psi_0$, координат φ_0, λ_0 , швидкості V_0 для ГІНС і БІНС однакові.

Відмінністю алгоритму орієнтації ГІНС від БІНС є те, що *в алгоритмі орієнтації ГІНС використовуються швидкості із супутникової системи* v_E^d, v_N^d *замість швидкостей* БІНС v_E^b, v_N^b .

Тоді

$$\begin{aligned}\omega_\xi^d &= -v_N^d / (R_N^d + H^d); & H^d &= H_0 + v_H^d t; \\ \omega_\eta^d &= v_E^d / (R_E^d + H^d) + u \cos \varphi^d; \\ \omega_\zeta^d &= (v_E^d / (R_E^d + H^d)) \operatorname{tg} \varphi^d + u \sin \varphi^d,\end{aligned}$$

де R_N^d і R_E^d – радіуси кривизни земного еліпсоїда у площині меридіана і у площині першого вертикала відповідно:

$$R_E^d = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi^d}}, \quad R_N^d = \frac{R_E^d (1 - e^2)}{1 - e^2 \sin^2 \varphi^d} = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi^d)^{3/2}}.$$

Для розв'язання рівняння (3) потрібна матриця початкових значень напрямних косинусів C_0^{gbd} , яку приймають рівною C_0^{gb} .

У ГІНС у робочому режимі не використовуються акселерометри. Відповідно, за їх сигналами не обчислюються швидкості і на вихідні характеристики не впливають похибки акселерометрів.

Широту та довготу ГІНС знаходять за виразами

$$\varphi^d = \int_0^t \frac{v_N^d}{R_N^d} dt + \varphi_0, \quad \lambda^d = \int_0^t \frac{v_E^d}{R_E^d \cos \varphi^d} dt + \lambda_0.$$

Кути орієнтації об'єкта знаходять за напрямними косинусам із матриці C^{gbd} , аналогічно БІНС [1, 2],

$$\psi^d = \operatorname{arctg} \left(\frac{C_{12}^{gbd}}{C_{22}^{gbd}} \right), \quad \gamma^d = -\operatorname{arctg} \left(\frac{C_{31}^{gbd}}{C_{33}^{gbd}} \right), \quad \vartheta^d = \operatorname{arctg} \left(\frac{C_{32}^{gbd}}{\sqrt{(C_{31}^{gbd})^2 + (C_{33}^{gbd})^2}} \right).$$

Інформацію про курс можна також отримати за формулою (1). Значення ψ^d та ψ^{dv} практично співпадають.

Інтегрована інерціальна навігаційна система

Прискорена довиставка в азимуті виконується у режимі інтегрованої інерціальної навігаційної системи (ІНС).

Структурна схема алгоритма ІНС із корекцією азимутальної похибки, наведена на рис. 3. На ній позначено: SNS – приймач СНС, GYRO –

блок гіроскопів, *Accel* – блок акселерометрів, *Alignment SINS* – алгоритм грубої початкової виставки, *SINS* – алгоритм БІНС, *GINS* – алгоритм ГІНС.

Як початкове значення курсу, що отримується від супутникової системи, береться осереднене значення курсу (1) протягом 5 сек (за кроком $h=1$ с будемо мати 5 відліків). У разі зменшення кроку число відліків може бути збільшено.

За необхідності, довиставка може бути виконана також у горизонтальних каналах.

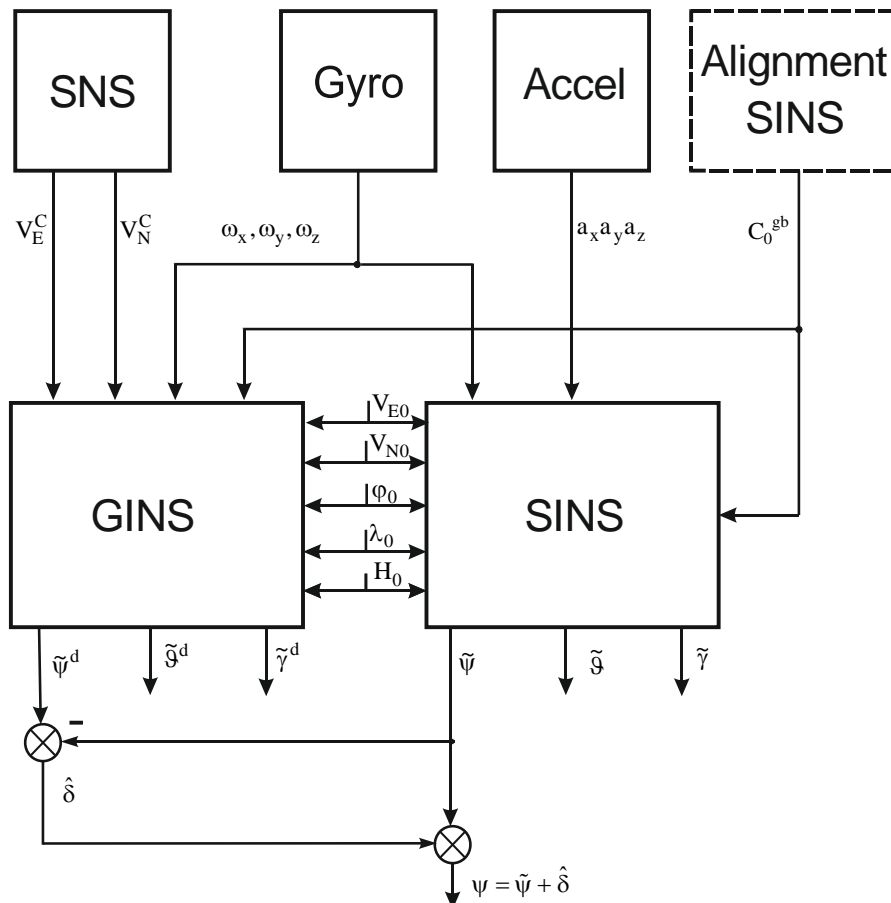


Рис. 3. Структурна схема алгоритма інтегрованої інерціальної навігаційної системи (ІНС) у режимі виставки курсу

Алгоритм довиставки у русі з використанням фільтра Калмана

Розглянемо інший варіант довиставки у русі. Пропонується наступний алгоритм довиставки із використанням фільтра Калмана:

- Довиставка виконується після «грубої» виставки [17, 18].
- БІНС включається у режим «навігація» – основний режим руху об'єкта.
- Об'єкт рухається, тобто його кути курсу, тангажа та крену змінні, швидкість об'єкта змінна, на об'єкт впливають хитами та вібрації.
- Обробка інформації виконується за допомогою фільтра Калмана.

Для побудови фільтра Калмана використаємо загальноприйнятту модель

$$\dot{\bar{x}} = \mathbf{A}\bar{x} + \mathbf{G}\bar{w}. \quad (4)$$

де \bar{x} – n -мірний вектор стану системи; \bar{w} – k -мірний вектор випадкових збурень; \mathbf{A} – матриця стану розмірності $n \times n$, яку складають за рівняннями похибок БІНС; \mathbf{G} – матриця передачі випадкових впливів розмірності $n \times k$.

Дискретний фільтр Калмана для моделі (4) має наступний вид [17] (h – інтервал дискретизації відліків):

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \tilde{\mathbf{x}}_k, \\ \mathbf{F}_k &= \mathbf{I} + \mathbf{A}_k h + (\mathbf{A}_k \cdot h)^2 / 2, \quad \mathbf{I} \text{ – одинична матриця,} \\ \mathbf{K}_k &= \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T [\mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k]^{-1}, \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \tilde{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \tilde{\mathbf{x}}_k], \\ \hat{\mathbf{P}}_k &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k] \tilde{\mathbf{P}}_k, \\ \tilde{\mathbf{P}}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}_k. \end{aligned} \quad (5)$$

$\hat{\mathbf{x}}_k$ – вектор оцінок змінних стану.

Вектор стану

$$\vec{x} = (\beta, \alpha, \delta, \Delta v_E, \Delta v_N, \Delta v_h, \Delta \phi, \Delta \lambda, \Delta H, \Delta \omega_x^c, \Delta \omega_y^c, \Delta \omega_z^c, \Delta a_x^c, \Delta a_y^c, \Delta a_z^c)^T$$

відповідає рівнянням похибок БІНС [1, 2, 17]:

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= -\omega_\eta \delta + \omega_\zeta \alpha - \Delta v_N / R_N - c_{11} \Delta \omega_x - c_{12} \Delta \omega_y - c_{13} \Delta \omega_z, \\ \dot{\alpha} &= -\omega_\zeta \beta + \omega_\xi \delta + \Delta v_E / R_E - u \sin \phi \cdot \Delta \phi - c_{21} \Delta \omega_x - c_{22} \Delta \omega_y - c_{23} \Delta \omega_z, \\ \dot{\delta} &= -\omega_\xi \alpha + \omega_\eta \beta + \Delta v_E \operatorname{tg} \phi / R_E + (v_E / (R_E \cos^2 \phi) + u \cos \phi) \Delta \phi - \\ &\quad - c_{31} \Delta \omega_z - c_{32} \Delta \omega_x - c_{33} \Delta \omega_y, \\ \Delta \dot{v}_E &= \delta \cdot a_N - \alpha \cdot a_H + c_{11} \Delta a_x + c_{12} \Delta a_y + c_{13} \Delta a_z, \\ \Delta \dot{v}_N &= -\delta \cdot a_E + \beta \cdot a_H + c_{21} \Delta a_x + c_{22} \Delta a_y + c_{23} \Delta a_z, \\ \Delta \dot{v}_H &= \alpha \cdot a_E - \beta \cdot a_N + c_{31} \Delta a_x + c_{32} \Delta a_y + c_{33} \Delta a_z, \\ \Delta \dot{\phi} &= \Delta v_N / R_N, \\ \Delta \dot{\lambda} &\approx \frac{1}{R_E \cos \phi} (\Delta v_E + v_E \operatorname{tg} \phi \Delta \phi), \\ \Delta \dot{H} &= \Delta v_H, \end{aligned} \quad (6)$$

де β, α, δ – похибки кутової орієнтації у навігаційному базисі (у північному, східному та азимутальному каналах відповідно); $\Delta v_E, \Delta v_N, \Delta v_h$ – похибки вимірювання швидкості у східному, північному і вертикальному кана-

лах БНС відповідно; $\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta H$ – похибки вимірювання широти, довготи і висоти БНС відповідно; $\Delta\omega_x^c, \Delta\omega_y^c, \Delta\omega_z^c$ – систематичні похибки гіроскопів (вимірювання кутової швидкості); $\Delta a_x^c, \Delta a_y^c, \Delta a_z^c$ – систематичні похибки акселерометрів (вимірювання лінійного прискорення).

Прийемо, що похибки приладів мають систематичну і випадкову складові

$$\Delta a_i = \Delta a_i^c + \sigma_{i1} w_{i1}, \quad \Delta \omega_i = \Delta \omega_i^c + \sigma_{i2} w_{i2}, \quad i=x,y,z \quad (7)$$

і σ_{ij} – середньоквадратичні похибки відхилення від систематичних складових, w_{ij} – породжуючі білі шуми одиничної інтенсивності, $j = 1, 2$.

До рівнянь похибок (6) додаємо диференціальні рівняння зміни постійних складових похибок акселерометрів і гіроскопів

$$\begin{aligned} \Delta \dot{a}_i^c &= \varepsilon_{ai}, \\ \Delta \dot{\omega}_i^c &= \varepsilon_{oi}. \end{aligned} \quad (8)$$

ε_{ai} і ε_{oi} – флуктуації систематичних складових, $\varepsilon_{ai} = \sigma_{i1}^c w$, $\varepsilon_{oi} = \sigma_{i2}^c w$, w – породжуючий білий шум одиничної інтенсивності.

У моделі похибок відсутні похибки компенсації переносних і коріолісових прискорень, тому що ці прискорення незначні для розглядуваних прикладів.

Для виконання алгоритму фільтра Калмана (5) потрібно:

А) скласти кореляційну матрицю початкових похибок. У нашому випадку вона має вид

$$P_0 = \text{diag}[\sigma_{\beta 0}^2, \sigma_{\alpha 0}^2, \sigma_{\delta 0}^2, \sigma_{ve0}^2, \sigma_{vn0}^2, \sigma_{vh0}^2, \sigma_{\phi 0}^2, \sigma_{\lambda 0}^2, \sigma_{H0}^2, \sigma_{\Delta \omega x 0}^2, \sigma_{\Delta \omega y 0}^2, \sigma_{\Delta \omega z 0}^2, \sigma_{\Delta a x 0}^2, \sigma_{\Delta a y 0}^2, \sigma_{\Delta a z 0}^2],$$

де по діагоналі розташовуються дисперсії похибок змінних стану у початковий момент часу. Похибки відповідають виконаному режиму первинної «грубої» виставки, паспортним даним СНС (за швидкостями і координатами) і результатам калібровки гіроскопів та акселерометрів;

Б) задати матрицю інтенсивностей шумів збурень

$$Q = kQ \cdot \text{diag}[\sigma_{\omega x}^2, \sigma_{\omega y}^2, \sigma_{\omega z}^2, \sigma_{ax}^2, \sigma_{ay}^2, \sigma_{az}^2, 0, 0, 0, (\sigma_{x1}^c)^2, (\sigma_{y1}^c)^2, (\sigma_{z1}^c)^2, (\sigma_{x2}^c)^2, (\sigma_{y2}^c)^2, (\sigma_{z2}^c)^2],$$

kQ – коефіцієнт налаштувань,

$(\sigma_{x1}^c)^2, (\sigma_{y1}^c)^2, (\sigma_{z1}^c)^2, (\sigma_{x2}^c)^2, (\sigma_{y2}^c)^2, (\sigma_{z2}^c)^2$ – дисперсії шуму відповідно (8);

В) задати матрицю вимірювань.

Вимірювана інформація описується наступним рівнянням:

$$\bar{y} = \mathbf{H}\bar{x} + \bar{v},$$

де \bar{y} - m -мірний вектор вимірювання; \bar{v} - m -мірний вектор завад вимірювань; \mathbf{H} - матриця вимірювання розмірності $m \times n$.

У розглядуваному випадку вектор вимірювання складається з різницевих сигналів БІНС та інерціально-швидкісної навігаційної системи (ІШНС)

$$\bar{y}_k = (\vartheta - \vartheta^d, \gamma - \gamma^d, \psi - \psi^d, v_E - v_E^d, v_N - v_N^d, v_h - v_h^d, \phi - \phi^d, \lambda - \lambda^d, H - H_0)^T.$$

Для перетворення похибок горизонтальних каналів БІНС (подовжнього і поперечного) $\Delta\vartheta$, $\Delta\gamma$ у похибки β , α горизонтальних каналів (північного і східного), відповідних змінних стану, для малих ϑ введемо матрицю AP :

$$AP = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}, \quad [\beta \ \alpha]^T = AP \cdot [\Delta\vartheta \ \Delta\gamma]^T,$$

ψ - курс БІНС.

Тоді матриця вимірювань буде

$$H_{9 \times 16} = \begin{bmatrix} H11 & H12 \\ H21 & H22 \end{bmatrix},$$

де $H11 = AP$, $H12 = 0_{2 \times 13}$, $H21 = 0_{7 \times 2}$, $H22 = I_{7 \times 13}$.

Г) Задати матрицю інтенсивностей шумів вимірювань

$$R = kR \cdot \text{diag}(\sigma_\vartheta^2, \sigma_\gamma^2, \sigma_\delta^2, \sigma_{v_e}^2, \sigma_{v_n}^2, \sigma_{v_h}^2, \sigma_\phi^2, \sigma_\lambda^2, \sigma_h^2),$$

kR - налаштувальний коефіцієнт.

Корекція БІНС. Отримані оцінки \hat{x}_k використовуються для корекції сигналів БІНС шляхом віднімання їх із вихідних сигналів (слабкозв'язана розімкнута схема).

Моделювання

Під час моделювання були прийняті наступні моделі похибок сигналів вимірювачів:

- похибки гіроскопів і акселерометрів містять постійне зміщення і білошумову складову;
- похибки вимірювання координат СНС представлені білим шумом із середньоквадратичною похибкою $\sigma_{\phi, \lambda} = 5$ м;
- похибки вимірювання швидкості СНС представлені у вигляді суми білошумової складової $\sigma_{v1} = 0,03$ м/с і експоненціально корельованою складовою $\sigma_\varepsilon = 0,03$ м/с.

Кореляційна функція цієї складової має вид

$$K_{\varepsilon}(\tau) = \sigma_{\varepsilon}^2 e^{-\mu|\tau|},$$

тут коефіцієнт затухання $\mu = 0,5 \text{ 1/c}$.

Рівняння формуючого фільтра, що відповідає цій функції

$$\dot{\varepsilon} = -\mu\varepsilon + \sqrt{2\sigma_{\varepsilon}^2\mu} \cdot w(t),$$

де $w(t)$ – породжуючий білий шум одиничної інтенсивності із рівним нулю математичним сподіванням і кореляційною функцією [18]

$$M[w(t) \cdot w(t)] = \delta(t - \tau).$$

Для чисельного інтегрування рівнянь було використано метод Ейлера першого порядку. Очевидно, що використання більш точного метода приведе до покращення результатів.

Після отримання курсів ГНС ψ^d і БНС ψ^B обчислюємо азимутальну похибку (виконуємо оцінку) початкової виставки

$$\tilde{\delta} = \psi^d - \tilde{\psi}^B.$$

Нижче приведено *графіки похибки оцінки* (рис. 4)

$$\Delta\delta = \tilde{\delta} - \delta$$

На рис. 4 показано графіки осереднених похибок оцінки $\Delta\hat{\delta}$ на різних курсах. У верхньому вікні наведено графік $\Delta\hat{\delta}$ у разі визначення $\hat{\delta}$ за допомогою ГНС.

У нижньому вікні на рис. 4 показано графік $\Delta\hat{\delta}$ під час визначення $\hat{\delta}$ за допомогою фільтра Калмана.

Моделювання проведено для наступних даних:

- азимутальна похибка $del0 = 0.5$ град. (30 кут.хв.),
- швидкість руху $V = 15$ м/с,
- крок відліку $h = 0,1$ с,
- інтервал відліку (осереднення) $tosr = 30$ с,
- кількість осереднених значень $intosr = 30$ (вікно, максимум – 300),
- зміщення нуля гіроскопів $om0 = 0,1$ град./год,
- згладжений шум вимірювань гіроскопів $sлом = 3$ град./год (1σ),
- зміщення нуля акселерометрів $ac0 = 2e-3$ м/с²,
- шум вимірювання акселерометрів $slac = 2e-3$ м/с² (1σ),
- шум вимірювання швидкості СНС $sve, svn = 0,03$ м/с (1σ),
- коефіцієнт затухання експоненціально корельованої складової шума СНС $my3 = 0,5$ 1/с.

Результати обробки графіків дали наступні оцінки:

- похибка (*rms*) оцінки із фільтром Калмана ***rmsfk*** = 2,68 кут.хв.,
- середня похибка із фільтром Калмана ***averagefk*** = 1,65 кут.хв.,
- похибка (*rms*) оцінки у ГНС ***rmsb*** = 2,00 кут.хв.,

- середнє значення похибки оцінки у ІССНС $averageb = -0,11$ кут.хв.

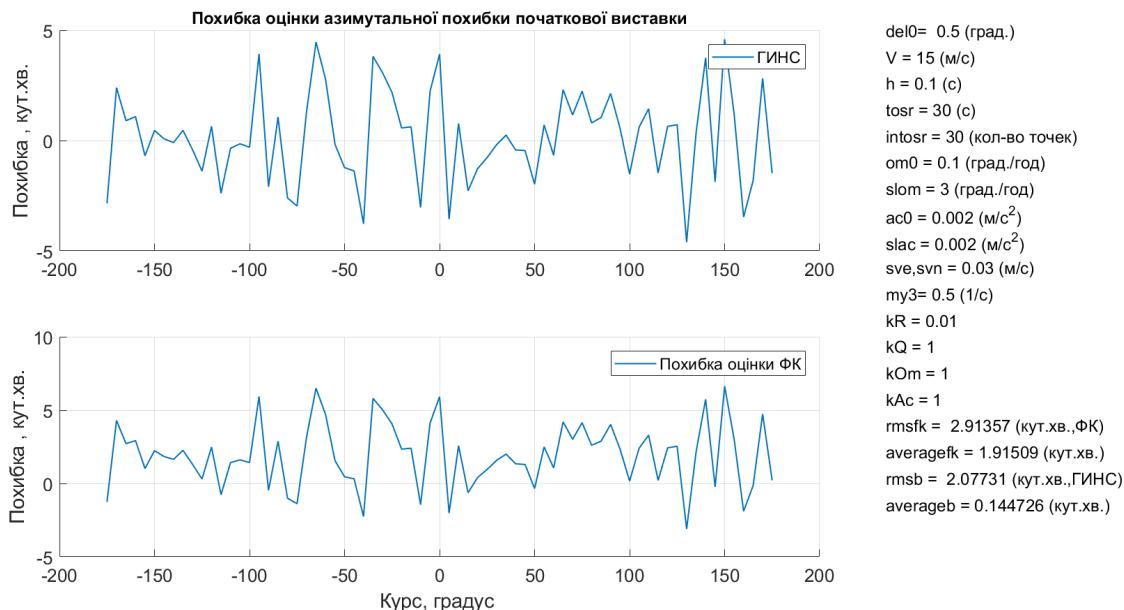


Рис. 4. Похибки оцінки азимутальної похибки виставки

З графіків видно, що зміна курсу не впливає на результат, тобто об'єкт може рухатися будь-яким курсом.

Зменшення кроку відліків (збільшення числа відліків) дозволяє покращити осереднення сигналу як у ГІНС, так і під час довивставки із ФК. Графіки зміни rms у залежності від кроку h (або частоти дискретизації $f=1/h$) приведено нижче (рис. 5).

Збільшення швидкості руху (особливо у діапазоні 10...50 м/с) суттєво (від 2 до 4 разів) зменшує похибку.

Під час налаштування ФК (використання коефіцієнтів налаштування kQ , kR) можна підвищити точність алгоритму із ФК. Так, за $kR = 1e-4$, максимальній частоті відліків СНС 50 Гц, реальному шумі гіроскопів $slom = 27$ град./год (1σ) [15] отримані характеристики:

- похибка (rms) оцінки із фільтром Калмана $rmsfk = 0,33$ кут.хв.,
- середнє значення похибки із фільтром Калмана $averagefk = -0,014$ кут.хв.,
- похибка (rms) оцінки у ІССНС $rmsb = 0,65$ кут.хв.,
- середнє значення похибки оцінки у ІССНС $averageb = -0,006$ кут.хв.

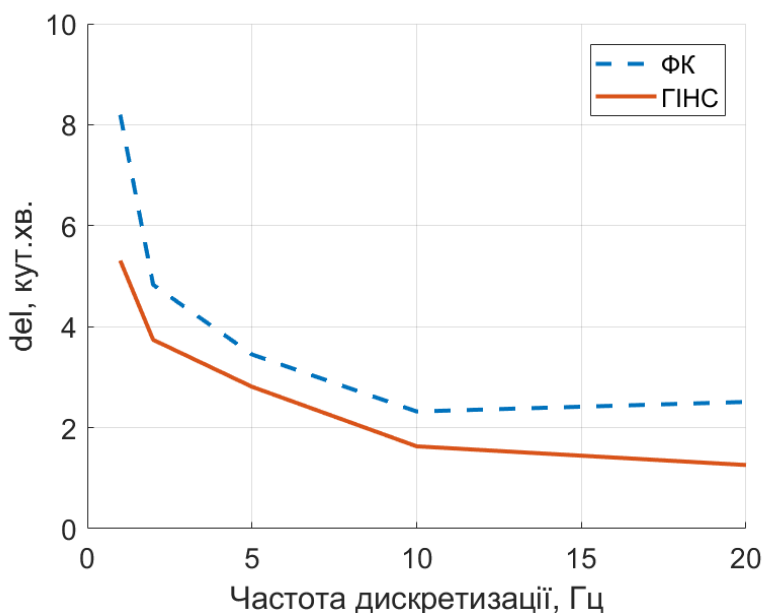


Рис. 5. Залежність похибки оцінки (rms) від частоти дискретизації (швидкість 15 м/с, інтервал осереднення 30 сек)

Проте у разі зменшення шуму за рахунок налаштувань збільшується зміщення нуля. Середнє значення похибки залишається кращим у першому алгоритмі, шум оцінки менше у алгоритмі з ФК.

Для інтегрованої системи із мікромеханічними гіроскопами ($slom=270$ град./час) переваги використання ГНС у порівнянні з алгоритмом із ФК залишаються.

Висновки

У роботі представлено і виконано порівняння двох алгоритмів інтеграції БНС із СНС. Перший використовує гібридну інерціальну навігаційну систему (ГНС), у якій під час розрахунку переносних кутових швидкостей обертання географічного базису використовують не інтеграли сигналів акселерометрів, а вимірювання швидкості СНС. Другий алгоритм являє собою слабкозв'язану розімкнуту систему із фільтром Калмана (ФК).

У інтегрованій навігаційній системі ПНС, що складається із безплатформної навігаційної системи і супутникової навігаційної системи у разі використання алгоритму роботи ГНС через 30 с після старту із грубо виставленою БНС (похибка грубої азимутальної виставки 0,5 градуса, 5 с розгін до швидкості не менше 5 м/с, рух зі швидкістю 15 м/с, крок відліків 1 с) ми можемо отримати похибку початкової виставки менше 5 кут. хв. (3 сігма), не використовуючи довиваєрку із ФК. Похибка виставки зменшується зі збільшенням частоти дискретизації (зменшення кроку відліків) і збільшенням швидкості руху об'єкта.

Список використаної літератури

1. *Titterton, D., Weston, J. L., and Weston, J.* (2004). Strapdown inertial navigation technology. IET. (Vol. 17).
2. *Yueyang, B., Yin, G., Gao, W., and Sun, F.* (2009, May). IEEE Computer Society. Inertial frame coarse alignment for strapdown inertial navigation system. In Proceedings of the 2009 International Forum on Information Technology and Applications-Volume 01 , pp. 647-651.
3. *Li, Q., Ben, Y., and Yang, J.* (2014). "Coarse alignment for fiber optic gyro SINS with external velocity aid". *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*, 125(16), pp. 4241-4245.
4. *Sun, F., and Sun, W.* (2010). "Mooring alignment for marine SINS using the digital filter". *Measurement*, 43(10), 1489-1494.
5. *Guan, D., Cheng, J., Zhao, L. and Fei, Z.* (2016, July). IEEE. "Inertial-frame-based coarse initial alignment for marine strapdown inertial navigation system using wavelet de-noising". In 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), pp. 5596-5600.
6. *X. Liu, X. Liu, and Q. Song,* (November, 2015). "A novel self-alignment method for SINS based on three vectors of gravitational apparent motion in inertial frame". *Measurement*, vol. 62, pp. 47-62.
7. *H. S. Hong, J. G. Lee, and C. G. Park,* (May, 2004). "Performance improvement of in-flight alignment for autonomous vehicle under large initial heading error". *IEE Proceedings - Radar Sonar and Navigation*, vol. 151, no. 1, pp. 57-62.
8. *K. Kim and G. P. Chan.* (January, 2010). "Non-symmetric unscented transformation with application to in-flight alignment". *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 8, no. 4, pp. 776-781.
9. *Y. Wu, H. Zhang, and M. Wu.* (September, 2011). "Observability of Strapdown INS Alignment: A Global Perspective". *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, vol. 48, no. 1, pp. 78-102.
10. *Y. F. Jiang.* (May, 1998). "Error analysis of analytic coarse alignment methods". *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, vol. 34, no. 1, pp. 334-337.
11. *J. Li, N. Song, and G. Yang,* "Fuzzy adaptive strong tracking scaled unscented Kalman filter for initial alignment of large misalignment angles", *Review of Scientific Instruments*, vol. 87, no. 7, pp. 75118, July, 2016.
12. *O. S. Salychev,* *Inertial Systems in Navigation and Geophysics.* Moscow, Russia: Bauman Moscow State Tech. Univ., 1998.
13. *J. Cheng, T. Wang, and D. Guan,* "Polar transfer alignment of shipborne SINS with a large misalignment angle", *Measurement Science & Technology*, vol. 27, no. 3, pp. 035101, January, 2016.

14. *M. Liu, Y. Gao, G. Li, X. Guang, and S. Li, "An Improved Alignment Method for the Strapdown Inertial Navigation System (SINS)", Sensors, vol. 16, no. 5, pp. 621, April, 2016.*
15. *Wanli Li, Wenqi Wu, Jinling Wang and Liangqing Lu. A fast SINS initial alignment scheme for Underwater Vehicle Applications. THE JOURNAL OF NAVIGATION (2013), 66, 181–198.*
16. *Zbrutsky O., Lakoza S., Meleshko V., Chornomorets R. Autonomous alignment of strapdown inertial navigation system on oscillating base. 2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON). doi:10.1109/ukrcon.2019.8879993*
17. *Мелешко В. В., Нестеренко О. И. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы. Учебное пособие. – Кировоград: ПОЛИМЕД - Сервис, 2011. – 172с.*
18. *Интегрированные инерциально-спутниковые системы ориентации и навигации/ Г. И. Емельянец, А. П. Степанов/ Под общей ред. акад. РАН В.Г.Пешехонова – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2016. – 394 с.*