

УДК 531.383:629.7.054'847;621.38-022.532(075.8)+621.383(075.8)

DOI: [https://doi.org/ 10.20535/0203-3771442022284636](https://doi.org/10.20535/0203-3771442022284636)

М. М. Чепілко¹, *д.ф.-м.н., професор,*
С. О. Пономаренко², *к.т.н., доцент*

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ФЕРОМАГНІТНОГО ГІРОСКОПА З НАНОРОЗМІРНИМИ ЧУТЛИВИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

Уа Проведено теоретичний аналіз фізичних основ феромагнітного гіроскопу з нанорозмірними чутливими елементами. Відправною точкою для такого аналізу є ефект Ейнштейна – де Гааза, який полягає у тому, що феромагнетик під час намагнічування уздовж певної осі набуває відносно неї моменту імпульсу (обертального імпульсу), пропорційного набутому намагніченому моменту. Показано, що для набуття практично значимого для гіроскопії ефекту, необхідно використовувати псевдокристали побудовані із наносфер у середині яких розташовані нанорозмірні феромагнітні утворення, які перебувають у стані квантової левітації і які мають надзвичайно велику питому намагніченість. Намагнічений псевдокристал буде мати сумарний момент імпульсу нанорозмірних феромагнітних утворень, що зберігає свій напрямок при зміні орієнтації псевдокристалу у прострі. Такий псевдокристал можна розглядати, як перспективну модель феромагнітного гіроскопу.

En The theoretical analysis of the physical foundations of a ferromagnetic gyroscope with nanoscale sensing elements is carried out. The starting point for such an analysis is the Einstein-de Haas effect, which consists in the fact that a ferromagnet, when magnetized along a certain axis, acquires a momentum (rotational momentum) relative to it, proportional to the acquired magnetized momentum. It is shown that in order to obtain a practically significant effect for gyroscopy, it is necessary to use pseudocrystals constructed from nanospheres, inside of which there are nanoscale ferromagnetic formations in a state of quantum

¹ КІІ ім. Ігоря Сікорського

² КІІ ім. Ігоря Сікорського

levitation and having an extremely high specific magnetization. The magnetized pseudocrystal will have the total momentum of the nanoscale ferromagnetic formations, which retains its direction when the orientation of the pseudocrystal in the sphere changes. Such a pseudocrystal can be considered as a promising model of a ferromagnetic gyroscope.

Вступ

Останнім часом підвищений інтерес викликають наносупутники, під якими розуміють надмалі штучні супутники стандарту *CubeSat* (*cube satellite*). Це «кубики» розміром $10 \times 10 \times 10$ сантиметрів і масою до 1 кілограма. Їхні зовнішні поверхні оснащені сонячними батареями, а всередині розміщені мікроелектронні елементи живлення, системи передавання і приймання сигналів тощо. Також вони можуть бути оснащені відеокамерами для проведення космічної зйомки поверхні Землі.

Сучасний розвиток малогабаритних автоматичних та роботизованих систем підвищує актуальність пошуку та створення мікро та міні сенсорів переміщень, зокрема гіроскопів, акселерометрів, гравіметрів тощо.

У зв'язку із цим виглядає практично значущим аналіз можливостей нанофізики та нанотехнологій у розробленні нанорозмірних та енергоефективних чутливих датчиків для систем керування малогабаритних супутників.

У роботах [1] – [2] висловлювалися пропозиції використати ефекти Барнетта [3]] – [5] і Ейнштейна – де Гааза [6] – [8] (ефект Барнетта у відомому сенсі зворотний ефекту Ейнштейна – де Гааза) для побудови феромагнітних гіроскопів. Однак у випадку масивних кристалах ці ефекти, зважаючи на малість їхніх кількісних показників, мали суто академічний інтерес. Водночас у разі наноб'єктів, що мають квантові властивості, ситуація може бути якісно іншою.

Аналіз фізичних основ феромагнітного гіроскопу з нанорозмірними чутливими елементами є метою даної роботи.

Постановка задачі

Зосередимося на аналізі фізичних принципів функціонування феромагнітного гіроскопа із нанорозмірними чутливими елементами, що утворюють тривимірну, періодичну, шарувату структуру (рис. 1) заданого об'єму (штучний, шаруватий кристал із нанорозмірних чутливих елементів).



Рис. 1. Модель фероманітного гіроскопа

Відправною точкою для такого аналізу є ефект Ейнштейна – де Гааза [6] – [8], який полягає у тому, що феромагнетик під час намагнічування уздовж певної осі набуває відносно неї моменту імпульсу (обертального імпульсу) $\vec{L} = \text{const}$, пропорційного набутому намагніченому моменту \vec{M} .

Як показують теоретичні та експериментальні дослідження [9] – [13], у феромагнітних кристалах магнітний момент його атомів, унаслідок спінорбітальної взаємодії та магнітної анізотропії, буде істотно меншим, ніж сума некомпенсованих магнетонів Бора (спінових магнітних моментів електронів) цих же атомів. У той же час у нанорозмірного феромагнетика, у наслідок перебудови міжатомної взаємодії та переважаючої ролі поверхневих атомів над об'ємними, власний магнітний момент нанорозмірного феромагнетика наближається за своїм значенням до суми некомпенсованих магнетонів Бора атомів, що входять до його складу, і стає істотно більшим [11] – [12] порівняно з випадком феромагнітного кристала. Нанорозмірні феромагнітні утворення, які мають властивість надзвичайно великого питомого намагнічування (що істотно перевищує питоме намагнічування феромагнітного кристала) без виникнення гістерезису, називають суперпарамагнетиками [11] – [12]. Їх можна розглядати як «великі блоки» для створення нових матеріалів і приладів.

Модель нанорозмірного чутливого елемента феромагнітного гіроскопа

Наразі нанорозмірні феромагнітні утворення потрібного розміру конструюють, у основному, з іонів перехідних елементів. Відомо безліч [11] – [12] молекул-магнітів: V_{15} , Fe_8 , Fe_{10} , Fe_{30} , Mn_2As , Mn_6 , Mn_{12} тощо. Звернемо увагу на той факт, що нанорозмірні утворення з іонів перехідних елементів будуть наділені не тільки магнітним моментом, а й некомпенсованим електричним зарядом

Як чутливий елемент феромагнітного гіроскопа розглянемо нанорозмірну феромагнітну кулю, у якої радіус $R \leq 1$ нм. Таке утворення,

що складається із невеликої кількості атомів ($10-10^4$) (рис. 2), називається по-різному: наночастинкою, нанокристалом, штучним атомом або квантовою точкою, оскільки воно ще має квантові властивості. Далі ми будемо використовувати термін «ферромагнітна квантова точка»(ФКТ).

Будемо вважати, що ФКТ інкапсульована у наноконтейнер у вигляді сфери (рис. 3, рис. 4), у котрої радіус у кілька десятків разів перевершує радіус ФКТ, де вона буде перебувати у стані квантової левітації (див. далі).

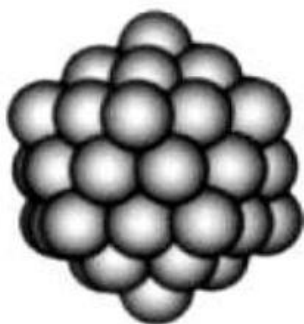


Рис. 2. Модель ФКТ

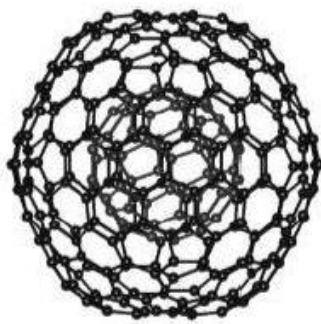


Рис. 3. Модель наноконтейнера

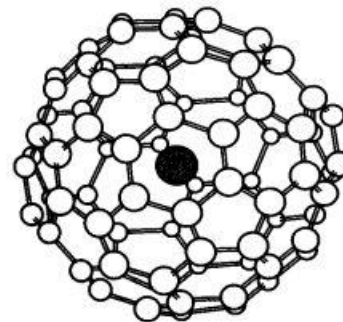


Рис. 4. ФКТ інкапсульована у наноконтейнер

Левітація ФКТ необхідна, щоб виключити вплив навколишнього середовища на її динаміку (щодо тертя, то у цьому випадку воно буде повністю відсутнім).

ФКТ цікаві тим, що наділені внутрішнім, додатковим ступенем вільності – монодоменим магнітним моментом \vec{M} , який зумовлює велике розмаїття властивостей і дає змогу зондувати й керувати їхнім станом за допомогою зовнішнього магнітного поля з напруженістю \vec{H}_0 .

Чутливий елемент ферромагнітного гіроскопа можна уявити як ФКТ, що прецесує у зовнішньому магнітному полі, перебуваючи у стані квантової левітації (див. далі), у якої магнітний момент \vec{M} значною мірою формується її некомпенсованою спіновою підсистемою.

Ферромагнітний гіроскоп буде практично значущим за умови, що квантовий момент імпульсу ФКТ \vec{S} , $S = |\vec{S}| = \frac{Nh}{2}$, що зумовлений її спіновою підсистемою, яка складається із N некомпенсованих спінів, буде істотно перевищувати її класичний механічний момент імпульсу $\vec{L}_0 = \vec{J}_0 \vec{\omega}_0$.

Тут $J_0 = \frac{2}{5} mR^2$ - класичний момент інерції ферромагнітної кулі із інертною масою m , радіусом R , що обертається із циклічною частотою класичного ефекту Ейнштейна – де Гааза ω_0 . Лише за умови виконання цієї умови, з якої випливає нерівність

$$\omega = \frac{S}{J_0} \square \omega_0, \quad (1)$$

намагнічена ФКТ перебуватиме у стані обертального руху (рис. 5) із частотою ω , тобто виникатиме суперфект Ейнштейна - де Гааза. Величина магнітного моменту ФКТ визначається ланцюжком формул

$$M = \mu_B N = \mu_B \frac{2S}{h} = g_e S, \quad (2)$$

де μ_B — магнетон Бора (елементарний магнітний момент електрона), а $g_e = \frac{e}{m_e c}$ — гіромагнітне відношення електрона.

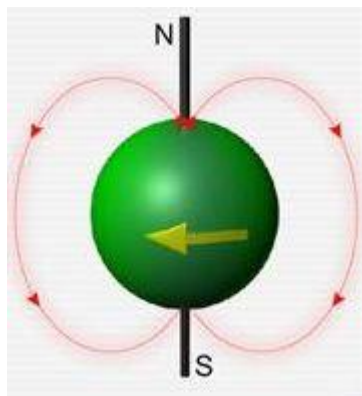


Рис. 5. Суперфект Ейнштейна – де Гааза

Для оцінки величини напруженості внутрішнього магнітного поля ФКТ $H_{\mu B}$ зумовленого її магнітним моментом M використаєм рівність $H_{\mu B} M = \hbar \omega$. Звідси, враховуючи формули (1), (2), отримаємо

$$H_{\mu B} = \frac{\hbar \omega}{g_e S} = \frac{\hbar}{g_e J_0}. \quad (3)$$

У слабкому зовнішньому полі, коли $H_0 \square H_{\mu B}$, магнітний момент ФКТ буде знаходитися у стані прецесії (аналіз див. далі).

У кінцевому підсумку механічний момент імпульсу ФКТ \vec{L} , що зберігається, буде визначається формулою

$$\vec{L} = \frac{\vec{M}}{g_e} = \vec{S} = \text{const}, \quad (4)$$

Відповідно можна вважати, що вектор $\vec{L} = \text{const}$ визначається векторною сумою некомпенсованих спінів ферромагнітної квантової точки, що раніше було відомо з експериментальних досліджень. Згідно із формулою (1) частота обертання ФКТ дорівнюватиме

$$\omega = \frac{S}{J_0} = \frac{5N\hbar}{4mR^2}, \quad N \square 1, \quad \omega \square \omega_0. \quad (5)$$

Істотно, що ФКТ буде обертатися тільки за рахунок наявності у неї однодомного магнітного моменту \vec{M} , без будь-яких енергетичних витрат (суперфект Ейнштейна - де Гааза). Таким чином знайдено фізичне обґрунтування для використання у перспективі ФКТ як чутливого елемента феромагнітного гіроскопа. Однак для побудови на цій основі приладу, що реально працює, необхідно ізолювати чутливі елементи такого гіроскопа (тобто ФКТ) від впливу навколишнього середовища. Для цього далі ми розглянемо механізм квантової левітації ФКТ.

Зміна взаємної орієнтації магнітного моменту ФКТ \vec{M} і зовнішнього магнітного поля \vec{H}_0 спричинятиме квантові переходи у енергетичному спектрі ФКТ, які супроводжуватимуться випромінюванням або поглинанням фотонів. Спектральний аналіз відповідного їм електромагнітного випромінювання може бути джерелом даних про орієнтацію фіксованого напрямку магнітного моменту ФКТ відносно мінливого напрямку зовнішнього магнітного поля \vec{H}_0 , що змінюється, джерело якого жорстко пов'язано з платформою літального апарата. Вище викладений аналіз носить якісний характер. Але, оскільки ФКТ є квантовий об'єкт, то виникає потреба в аналізі її динаміки методами квантової механіки.

Квантова механіка обертального руху феромагнітної квантової точки

ФКТ розглядатимемо як тривимірний ротатор, який часто використовується у квантовій хімії при розрахунках обертальних спектрів складних молекул. Згідно [14] кінетична енергія K тривимірного ротатора має наступний вигляд

$$K = \frac{1}{2} \left(J_0 \left(\left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \sin^2(\theta) + \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right) + J_0 \left(\frac{d\varphi}{dt} \cos(\theta) + \frac{d\chi}{dt} \right)^2 \right). \quad (6)$$

Очевидно, що орієнтація ротатора визначається полярним φ і азимутальним θ кутами, а обертання навколо напрямку його осі симетрії кутом χ . Відповідно до (6) оператор Гамільтона ФКТ [15] набуває вигляду

$$\hat{H} = - \frac{\hbar^2}{2J_0} \left(\frac{1}{\sin(\theta)} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \frac{2\cos(\theta)}{\sin 2(\theta)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \chi} + \frac{1}{\sin^2(\theta)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \chi^2} \right). \quad (7)$$

Квантові стани ФКТ визначаються розв'язками стаціонарного рівняння Шредінгера

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad (8)$$

де $\psi = \psi(\kappa, \theta, \chi)$ – хвильова функція ФКТ,

E – спектральний параметр ФКТ.

Маючи на увазі симетрію рівняння Шредінгера для ФКТ, його розв'язок будується методом розподілу змінних

$$\psi = Y(\theta) \exp(im\varphi + in\chi). \quad (9)$$

Із вимоги однозначності хвильової функції (9) випливає, що квантові числа m і n мають набувати цілочисельних значень $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. Квантові числа визначають проекції моменту імпульсу ФКТ відповідно m (магнітне квантове число) на напрямок, виділений зовнішнім магнітним полем \vec{H}_0 , а n на напрямок, виділений магнітним моментом ФКТ.

Після підстановки виразу (9) у рівняння Шредінгера (8) отримаємо звичайне диференціальне рівняння відносно азимутальної хвильової функції $Y = Y(\theta)$

$$\begin{aligned} & -\frac{\hbar^2}{2J_0} \left(\frac{1}{\sin(\theta)} \cdot \frac{d}{d\theta} \left(\sin(\theta) \frac{dY}{d\theta} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{\sin^2(\theta)} \cdot (m^2 - 2mn \cdot \cos(\theta) + n^2) Y \right) = EY. \end{aligned} \quad (10)$$

Аналогічно теорії приєднаних поліномів Лежандра [16] введемо нову змінну

$$x = \frac{1}{2}(1 + \cos(\theta)), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (11)$$

і позначення

$$w = \frac{2J_0}{\hbar^2} \cdot E. \quad (12)$$

Використовуючи вирази (11) і (12) тригонометричне диференціальне рівняння (10) можна звести до алгебраїчного вигляду

$$x(x-1) \frac{d}{dx} \left(x(x-1) \frac{dY}{dx} \right) + \left(wx(x-1) + mx + \frac{1}{4}(m+n)^2 \right) Y = 0, \quad (13)$$

де величина w має сенс спектрального параметра. За класифікацією звичайних диференціальних рівнянь [16] – [17] рівняння (13) заміною змінних

$$Y(x) = x^p (x-1)^q F(x), \quad p = \frac{1}{2}|n+m|, \quad q = \frac{1}{2}|n-m|, \quad mn = p^2 - q^2 \quad (14)$$

можна звести до гіпергеометричного рівняння [16]

$$\begin{aligned} & x(x-1) \frac{d^2 F}{dx^2} + (2p+1 - 2(p+q+1)x) \frac{dF}{dx} - \\ & - ((p+q)(p+q+1) - w) F = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

властивості несингулярних розв'язків

$$\begin{aligned} F = {}_2F_1(p+q+1, j, p+q-j, 2p-1, x), \\ p+q-j = -k, k=1, 2, 3, \dots, w = j(j+1), \end{aligned} \quad (16)$$

якого добре відомі. Функція $F = {}_2F_1(x)$ зводиться до вигляду полінома (несингулярної функції) тільки при виконанні у (16) умови $j - p - q = k$, де $k = 1, 2, 3, \dots$.

З (12) і (16) знайдемо квантування енергії ФКТ у такому вигляді

$$E_j = \frac{\hbar^2}{2J_0} \cdot j(j+1), \quad (17)$$

де $j = p + q + k$, $j = 1, 2, 3, \dots$ має сенс квантового числа повного моменту імпульсу ФКТ, величина якого дорівнює $\vec{L}^2 = \hbar^2 j(j+1)$. У зовнішньому магнітному полі ФКТ перебуватиме у стані прецесії. Кут відхилення θ_{jm} напрямку магнітного моменту \vec{M} ФКТ від напрямку зовнішнього магнітного поля $\vec{H} \sim 0$ легко визначити з урахуванням фізичного сенсу квантових чисел j і m

$$\begin{aligned} \cos(\theta_{jm}) = \frac{m}{\sqrt{j(j+1)}}, \quad -j, -j+1, \\ -j+2, \dots \leq m \leq \dots, j-2, j-1. \end{aligned} \quad (18)$$

Енергія ФКТ у магнітному полі визначатиметься формулою

$$\Delta E_{jm} = -|\vec{M}| |\vec{H}_0| \cdot \cos(\theta_{jm}) = -|\vec{M}| |\vec{H}_0| \cdot \frac{m}{\sqrt{j(j+1)}}. \quad (19)$$

Внаслідок комутативності операторів Гамильтона \hat{H} і проєкції моменту імпульсу \hat{L}_{H_0} ФКТ на напрямок зовнішнього магнітного поля \vec{H}_0 ($[\hat{H}, \hat{L}_{H_0}] = 0$), його енергія у магнітному полі дорівнюватиме

$$E_{jm} = E_j + \Delta E_{jm}. \quad (20)$$

Зміна квантових чисел j , m у виразі (20), які визначають енергетичний стан ФКТ, супроводжуватиметься випромінюванням (або поглинанням) фотонів. Спектральний аналіз відповідного їм електромагнітного випромінювання дозволяє судити про взаємну орієнтацію векторів \vec{L} і \vec{H}_0 . Визначимо енергії фотонів, які випромінюються (або поглинаються) у разі зміни взаємної орієнтації векторів \vec{L} і \vec{H}_0 . Для цього спочатку визначимо значення квантового числа j , яке відповідає частоті обертання ФКТ (5). Оскільки ФКТ квазікласичний об'єкт, то можна прирівняти вирази для «класичної енергії» і «квантової енергії» ФКТ

$$\frac{1}{2} J_0 \omega^2 \approx \frac{\hbar^2}{2J_0} \cdot j(j+1), \quad j \square 1. \quad (21)$$

Використовуючи у (21) явний вираз (5) для ω знайдемо, що $j \approx \frac{N}{2}$, де N – кількість некомпенсованих спінів у ФКТ. Спектр електромагнітного випромінювання (поглинання) ФКТ буде квазінеперервним, а його частоти визначатимуться таким виразом

$$\omega_{m_1 m_2} = \frac{1}{\hbar} (\Delta E_{j m_2} - \Delta E_{j m_1}) = |\vec{M}| \cdot |\vec{H}_0| \cdot \frac{m_2 - m_1}{\sqrt{j(j+1)}}, \quad m_1, m_2 \leq j. \quad (22)$$

Враховуючи вираз (2) та отриману оцінку $j \approx \frac{N}{2}$ для квантового числа j формулу (22) можна конкретизувати наступним чином

$$\omega_{m_1 m_2} = g_e |\vec{H}_0| (m_2 - m_1) = \omega_e (m_2 - m_1), \quad \omega_e = \frac{e |\vec{H}_0|}{m_e c}, \quad (23)$$

де величина ω_e має зміст частоти прецесії (частоти Лармора [15]) електрона у зовнішньому магнітному полі з напруженістю \vec{H}_0 . Із формули (23) витікає, що частота прецесії ФКТ співпадає із частотою $\omega_e = \frac{e |\vec{H}_0|}{m_e c}$.

Звернемо увагу також на те, що дискретність квантових рівнів енергії ФКТ можна регулювати напруженістю зовнішнього магнітного поля \vec{H}_0 . При практичному використанні феромагнітного гіроскопу його доцільно калібрувати так, щоб $m_1 = 0$. Чисто формально, як це впливає з (18), (22), під час зміни кута θ між векторами \vec{M} і \vec{H}_0 у проміжку $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ частота випромінювання змінюватиметься у діапазоні $(\omega_e, 0)$. На практиці звичайно існують апаратні обмеження на спектральний діапазон вимірювання частотних характеристик мікрохвильового випромінювання, що в свою чергу звужує актуальну область зміни кута $\theta < \pi/2$. Більш детально з виміральною технікою мікрохвильового діапазону можна ознайомитися в роботах пов'язаних з впровадженням ЕПР та ЯМР. З огляду на той факт, що ФКТ є квазікласичним об'єктом, його слід ізолювати від зовнішнього впливу за рахунок того чи іншого механізму левітації. Зазвичай у подібних випадках пропонують використовувати левітацію феромагнітних макроскопічних об'єктів над надпровідною поверхнею з використанням ефекту Мейсснера [18] – [23]. З нашої точки зору більш перспективною є квантова левітація ФКТ (яка раніше не розглядалася у науковій літературі) у підхо-

дящому наноконтейнері, що відіграватиме для ФКТ роль глибокої потенціальної ями [15].

Механізм квантової левітації феромагнітної квантової точки

Розглянемо ФКТ, що знаходиться у наносфері із радіусом r_0 , яка відіграє роль глибокої потенціальної ями

$$W = \begin{cases} \infty & \text{за } r > r_0 \\ 0 & \text{за } r \leq r_0 \end{cases}, \quad (24)$$

де r – радіальна координата ФКТ у потенціальній ямі. Оператор Гамільтона ФКТ у цьому випадку має такий вигляд

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2mr^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2 \vec{L}^2}{2mr^2} + W, \quad (25)$$

$$\vec{L}^2 = \hbar^2 l(l+1), \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots$$

де m — інертна маса ФКТ, \vec{L} – її момент імпульсу орбітального руху у потенціальній ямі, l — орбітальне квантове число. Виразам (24), (25) у межах потенціальної ями відповідає радіальне стаціонарне рівняння Шредінгера

$$\hat{H}R(r) = ER(r) \quad (26)$$

доповнене граничною умовою $R(r \geq r_0) = 0$, яке конкретизується у такому вигляді

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{dR}{dr} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) R = 0, \quad k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}, \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (27)$$

де l — орбітальне квантове число, E — кінетична енергія ФКТ, $R = R(r)$ — радіальна частина її хвильової функції, яка задовольняє умові нормування

$$\int_0^\infty R(r)^2 r^2 dr = 1. \quad (28)$$

Заміною змінної $\rho = kr$ рівняння (27) зводиться до виду рівняння Бесселя

$$\frac{d^2 R}{d\rho^2} + \frac{2dR}{\rho d\rho} + \left(1 - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right) R = 0, \quad R = R(\rho). \quad (29)$$

З двох розв'язків рівняння (29) забезпечує скінченність хвильової функції при $\rho \rightarrow 0$ сферична функція Бесселя [16]

$$R = C_j \cdot j_l(\rho), \quad j_l = \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} J_{l+1/2}(\rho), \quad (30)$$

де C_j – постійні інтегрування, значення яких визначаються з умов нормування (28), $J_{l+1/2}$ — функція Бесселя напівцілого порядку.

Нормовані радіальні хвильові функції ФКТ, згідно з (28), матимуть такий вигляд

$$R_l = 2kj_l(kr) = \sqrt{\frac{2\pi k}{r}} \cdot J_{l+1/2}(kr). \quad (31)$$

Згідно з властивостями функції $j_l = j_l(kr)$ [16] у центрі потенціальної ями хвильова функція ФКТ апроксимується виразом

$$R_l \approx \frac{2k^{l+1}}{(2l+1)!!} r^l. \quad (32)$$

При $k_p \geq 0$ хвильова функція дорівнює нулю, оскільки ФКТ не може перебувати за межами потенціальної ями. З умови неперервності хвильової функції при $k_p = r_0$ знаходимо умову квантування енергії ФКТ у потенціальній ямі

$$j_l(kr_0) = 0. \quad (33)$$

Якщо позначити корені сферичної функції Бесселя через x_{nl} , де $n = 1, 2, 3, \dots$ — головне квантове число, то з (33) отримаємо дискретні значення для енергії ФКТ

$$k \rightarrow k_{nl} = \frac{x_{nl}}{r_0}, \quad E_{nl} = \frac{\hbar^2 x_{nl}^2}{2mr_0}. \quad (34)$$

У даному випадку, з усієї множини квантових станів ФКТ у потенціальній ямі, нас цікавить її основний стан, якому відповідають квантові числа $n = 1, l = 0$ і корінь сферичної функції Бесселя $x_{10} = 6,283$. Отже, у основному стані ФКТ буде наділена кінечним значенням енергії

$$E_{10} = \frac{\hbar^2}{2mr_0} \cdot 6,283^2 \neq 0, \quad (35)$$

а її хвильова функція матиме максимум (32) у центрі потенціальної ями, монотонно зменшуючись до нуля у напрямку до її межі. Це означає, що найімовірнішим буде перебування ФКТ у центрі потенціальної ями, тобто ФКТ перебуватиме у стані квантової левітації (у безконтактному стані з будь-якими елементами зовнішнього середовища). Енергії ФКТ у наноконтейнері, який знаходиться у зовнішньому магнітному полі, в основному стані будуть визначатися таким чином

$$E_m = \frac{\hbar^2}{2mr_0} \cdot 6,283^2 + \frac{\hbar^2}{2J_0} \cdot \frac{N}{2} - \hbar m \omega_e, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (36)$$

де N — кількість несконденсованих спінів у ФКТ.

Висновки

Таким чином показано, що ФКТ, інкапсульована у наноконтейнер з характеристичним розміром, який у кілька десятків разів більший за характеристичний розмір ФКТ, може використовуватися як чутливий елемент феромагнітного гіроскопа. Сам феромагнітний гіроскоп формується як тривимірна, періодична, шарувата структура (штучний шаруватий кристал) із чутливих елементів (рис. 1), жорстко закріплена на рухомій платформі, що перебуває у зовнішньому магнітному полі, вектор напруженості якого \vec{H}_0 обирається строго перпендикулярним до рухомої платформи. Перед використанням феромагнітного гіроскопа монодоменні магнітні моменти ФКТ \vec{M} необхідно зорієнтувати вздовж вектора \vec{H}_0 зовнішнім магнітним імпульсом. Через закон збереження моменту імпульсу $\vec{L} = \text{const}$ (4), феромагнітний гіроскоп зберігатиме фіксовані напрямки магнітних моментів ФКТ \vec{M} , незалежно від зміни напрямку вектора \vec{H}_0 перпендикулярного до рухомої платформи. Однак зміна взаємної орієнтації векторів \vec{M} і \vec{H}_0 буде супроводжуватися квантовими переходами у ФКТ (22), що у свою чергу призведе до виникнення електромагнітного випромінювання. Його спектральний аналіз дозволить визначити зміну орієнтації рухомої платформи і отримати потрібні керуючі сигнали.

Кількість чутливих елементів феромагнітного гіроскопа визначається вимогами до інтенсивності електромагнітного випромінювання ФКТ, що, своєю чергою, залежить від чутливості радіоспектрометра, який використовується для спектрального аналізу.

Список використаної літератури

1. Левин Л.А. О возможности создания криогенного ферромагнитного гироскопа. ЖТФ, Т.66, Н.4, С.192 (1996)
2. Pavel Fadeev, Chris Timberlake, Tao Wang, Andrea Vinante, Y.B.Band, Dmitry Budker, Alexander O.Sushkov, Hendrik Ulbricht, and Derek F.Jackson Kimba. Ferromagnetic Gyroscopes for Tests of Fundamental Physics. arXiv:2010.08731v1 [quant-ph] 17 Oct 2020
3. Barnett S.J. On Magnetization by Angular Acceleration. Science 30 (769), P. 413, (1908). Bibcode:1909Sci....30..413B. PMID 17800024. doi:10.1126/science.30.769.413
4. Barnett S.J. Magnetization by Rotation. Physical Review 6 (4), P. 239–270 (1915). Bibcode:1915PhRv....6..239B. doi:10.1103/PhysRev.6.239
5. Barnett S.J. // Rev.Modern.Phys. Vol. 7, P. 129-166 (1935)
6. Richardson O.W. A Mechanical Effect Accompanying Magnetization. Physical Review. Series I 26(3), P. 248–253 (1908). Bibcode: 1908PhRvI..26..248R. doi:10.1103/PhysRevSeriesI.26.248

7. *Einstein A., de Haas W.J.* Experimenteller Nachweis der Ampereschen Molekularströme [Experimental Proof of Ampere's Molecular Currents]. Deutsche Physikalische Gesellschaft, Verhandlungen (German) 17, P. 152–170, (1915)
8. *Einstein A., de Haas W.J.* Experimental proof of the existence of Ampere's molecular currents. Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Proceedings 18, P. 696–711 (1915). Bibcode:1915KNAB...18..696E.
9. *Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц.* Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. 4-е изд., стереот. М.: Наука. Гл.ред. физ-мат.лит., 656 стр. (2005)
10. *С.В.Вонсовский.* Магнетизм. Магнитные свойства диа-, пара-, ферро-, антиферро и ферромагнетиков. М.: Наука, 1971
11. *С.В. Терехов, В.Н. Варюхин.* Физика нанообъектов. Донецк: ДонНУ, 418 стр. (2013)
12. *Ю.М.Поплавко, О.В.Борисов, І.П.Голубєва, Ю.В.Діденко.* Магнетики у електроніці. Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 365 стр. (2021)
13. *О.І.Товстолиткін, М.О.Боровий, В.В.Курилюк, Ю.А.Куницький.* Фізичні основи спінтроники. В.: ТОВ. «Нілан-ЛТД», 500 стр. (2014)
14. *Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшиц.* Теоретическая физика. Механика. 4-е изд., испр. М.: Наука. Гл.ред. физ-мат.лит. 214 стр. (1988)
15. *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* Теоретическая физика. Квантовая механика (нерелятивистская теория). 4-е изд., испр. М.: Наука. Гл.ред. физ.мат. лит. 752 стр. (1989)
16. *Ж.Кампе де Ферье, Р.Кемпбелл, Г.Петьо, Т.Фогель.* Функции математической физики: Справочное руководство. Пер. с франц. Н. Я. Виленкина. М., Физматгиз. 109 стр. (1963)
17. *Э.Камке.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Пер. с нем. 4-е изд., испр. М.: Наука: Гл. ред. физ-мат. лит. 576 стр. (1971)
18. *C.Zhang, H.Yuan, Z.Tang, W.Quan, and J. C. Fang,* Appl.Phys.Rev. 3, 041305 (2016)
19. *T.Wang, S.Lourette, S.R.O Kelley, M.Kayci, Y.B.Band, D.F.Jackson Kimball, A.O.Sushkov, and D.Budker,* Phys.Rev.Appl. 11, 044041 (2019)
20. *J.Gieseler, A.Kabcenell, E.Rosenfeld, J.D.Schaefer, A.Sara, M. J.A.Schuetz, C.Gonzalez-Ballester, C.C. Rusconi, O.Romero-Isart, and M.D.Lukin,* Phys.Rev.Lett. 124, 163604 (2020)
21. *A.Vinante, P.Falferi, G.Gasbarri, A.Setter, C.Timberlake and H.Ulbricht,* Phys.Rev.Appl. 13, 064027 (2020).
22. *C.Timberlake, G.Gasbarri, A.Vinante, A.Setter and H.Ulbricht,* Appl.Phys.Lett. 115, 224101 (2019) [23] *P.Huillery, T.Delord, L.Nicolas, M.Van Den Bossche, M.Perdriat and G.Hetet,* Phys.Rev B 101, 134415 (2020).