

УДК 621.396.988

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771412021269255>

В. В. Аврутов¹, к.т.н., доцент, **Л. М. Рижков²**, д.т.н., професор

ПРО АЛЬТЕРНАТИВНИЙ МЕТОД АВТОНОМНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ШИРОТИ І ДОВГОТИ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Ua

У даній статті проведено аналітичний огляд літератури щодо методів вимірювання похибки стабілізації та обґрунтовано актуальність подальших досліджень і розробок у галузі шляхів підвищення точності вимірювань похибки стабілізації СС.

Сьогодні метод визначення середньої похибки СС значно змінився і має ряд переваг порівняно з відомим методом: потребує значно менше часу та використання ручної праці; має цифрову форму обробки інформації у числовому та графічному вигляді; не потребує необхідності встановлювати кінокамеру (її замінив оптико-електронний модуль, інформація з якого надходить на вхід відеомонітора, до якого приєднується через пристрій погодження *Pinnacle Movie Box Plus USB*, за допомогою якого відео зображення передається для запису на ноутбук). Після виконання випробувань інформація за спеціально розробленою програмою автоматично зберігається на комп'ютері, який за підсумками обчислення видає більш точне (порівняно із відомим методом) значення середньої похибки стабілізації по каналам горизонтального та вертикального наведення.

En

In this article, an analytical review of the literature on methods for measuring the stabilization error of stabilization systems (SS) is carried out. The relevance of further research and development in the field of ways to improve the accuracy of measurements of the stabilization error of the SS is substantiated.

The modern method for determining the median error of the SS has distinctive features and has a number of advantages: it requires much less time and the use of manual labor; performed in digital form of information processing in numerical and graphical form; does not require the need to install a movie camera (it was replaced by an optoelectronic module, information from which is fed to the input of

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського

² КПІ ім. Ігоря Сікорського

a video monitor, to which it is connected via the Pinnacle Movie Box Plus USB matching device, through which the video image is transmitted for recording to a laptop). After performing the research, information according to a specially developed program is automatically processed on a computer, which, based on the results of calculations, gives a more accurate (compared to the new method) value of the median stabilization error along the horizontal and vertical guidance channels.

The model of construction of the line of domestic SS corresponds to the principle of "dependent stabilization" rigid connection of vertical and horizontal channels of the stabilizer with the device of supervision over objects.

Вступ

Сьогодні навігаційні параметри рухомих об'єктів (широту та довготу) визначають, як правило, використовуючи супутникові навігаційні системи. Спільні комбінації різних супутникових навігаційних систем, наприклад, *GPS*, Глонасс, *BeiDou* дозволяють отримати похибку визначення місцезнаходження не гірше 6 - 8 см. При варіанті використання чотирьох систем *GPS*, Глонасс, *BeiDou* та *Galileo* похибка становить вже 3 – 4 см, що свідчить про суттєве підвищення точності визначення місцезнаходження [1]. Нажаль супутникові навігаційні системи не є автономними. Дуже часто виникає потреба автономного визначення місцезнаходження, коли сигнали супутникової навігаційної системи, недоступні із тих чи інших причин. Наприклад, об'єкт може знаходитися у ангарах, тунелях, підземних спорудах, а крім того, сигнали супутникової навігаційної системи можуть придушуватися засобами радіо-електронної протидії [2]. Останнім часом все частіше спостерігаються випадки використання спуфинга (*англ. spoofing*), коли управлінням приймачів супутникової навігаційної системи літальних апаратів встановлює третя сторона. Це загрожує безпеці руху, як військових, так і цивільних повітряних суден [3].

Для автономного визначення місцезнаходження рухомих об'єктів використовуються інерціальні навігаційні системи (ІНС) [4,5], в основі роботи яких лежить подвійне інтегрування показань акселерометрів – вимірювачів уявного прискорення об'єкта. Крім акселерометрів ІНС містять гіроскопи, за допомогою яких відбувається фізична (для платформних ІНС) або аналітична (для безплатформних ІНС) побудова тієї чи іншої системи координат.

Подвійне інтегрування вихідних сигналів акселерометрів, що містять нульові сигнали, призводить до накопичення похибок ІНС. Перший спосіб підвищення точності ІНС полягає у використанні дуже точних чутливих елементів – гіроскопів і акселерометрів. Через високу вартість такі чутливі елементи використовуються лише в ІНС підводної і космічної навігації [6]. Другий спосіб підвищення точності ІНС – інтегрування або комплексування їх зі супутниковими навігаційними системами. Однак, такі системи перестають бути повністю автономними.

У роботі [7] запропоновано метод автономного визначення широти на нерухомій основі, при якому використовуються вихідні сигнали трьох ортогонально розташованих гіроскопів та трьох акселерометрів. У роботі [8] запропоновано метод автономного визначення довготи і широти на рухомій основі, за яким використовується вимірювання абсолютної кутової швидкості об'єкта, а також розроблено математичну модель похибок даного методу. Під автономним мається на увазі метод, який не використовує астрономічні, супутникові навігаційні або радіонавігаційні системи.

У даній роботі наводяться алгоритми автономного визначення довготи і широти на рухомій основі з використанням спостерігача Луенбергера, а також наводяться результати його моделювання.

Опис методу визначення широти і довготи

Введемо до розгляду наступні системи координат: $O\xi\eta\zeta$ – географічна система координат, причому вісь $O\eta$ направлена на північ, вісь $O\xi$ – на схід, а $O\zeta$ – місцева вертикаль, $Oxyz$ – система координат, пов'язана із інерціально-вимірювальним модулем (ІВМ), який жорстко пов'язаний із об'єктом (рис. 1).

Проекції абсолютної кутової швидкості об'єкта на осі $O\eta$ и $O\zeta$ матимуть вигляд [9]:

$$\begin{aligned}\omega_{\eta} &= (\Omega + \dot{\lambda}) \cos \varphi; \\ \omega_{\zeta} &= (\Omega + \dot{\lambda}) \sin \varphi.\end{aligned}\tag{1}$$

Тут Ω – кутова швидкість обертання Землі, φ, λ – поточні значення широти і довготи відповідно.

Очевидно, що широту можна визначити за формулою

$$\varphi = \arctg \frac{\omega_{\zeta}}{\omega_{\eta}}.\tag{2}$$

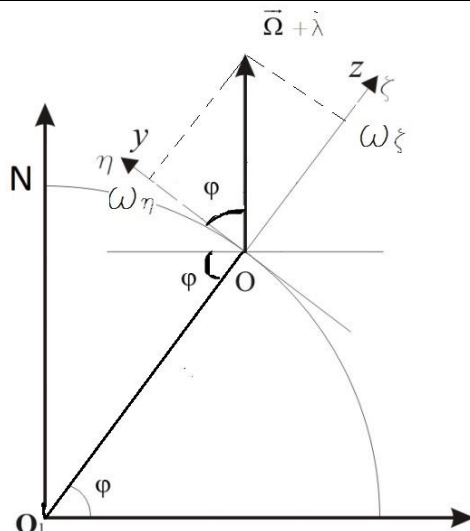


Рис. 1. Положення ІВМ відносно Землі

Для визначення поточної довготи скористаємося, наприклад, першим співвідношенням (1). Інтегруючи його, можна отримати

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(\frac{\omega_\eta}{\cos \varphi} - \Omega \right) dt, \quad (3)$$

де t_k, t_{k-1} – моменти часу на k -ому і $k-1$ кроках інтегрування. Відзначимо, що для першого інтегрування необхідно знати початкове значення довготи λ_0 .

Для визначення поточних значень широти і довготи рухомого об'єкта виникає задача визначення $\omega_\eta, \omega_\zeta$ через проекції абсолютної кутової швидкості об'єкта $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$, які вимірюються, наприклад, гіроскопами ІВМ в осях $Oxyz$.

Нехай ψ, θ, γ – кути повороту об'єкта (курс, тангаж, крен) відносно географічної системи координат $O\xi\eta\zeta$ (рис.2).

Для даної послідовності поворотів, матриця напрямних косинусів C_n^b переходу від системи координат $O\xi\eta\zeta$ до $Oxyz$ матиме вигляд:

$$C_n^b = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi - \sin \gamma \sin \theta \sin \psi & \cos \gamma \sin \psi + \sin \gamma \sin \theta \cos \psi & -\sin \gamma \cos \theta \\ -\cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \\ \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \theta \sin \psi & \sin \gamma \sin \psi - \cos \gamma \sin \theta \cos \psi & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (4)$$

або

$$C_n^b = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

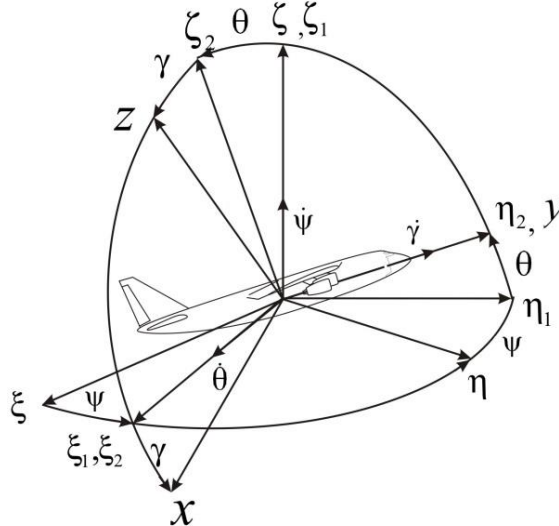


Рис. 2. Орієнтація ІВМ

Тепер проєкції абсолютної кутової швидкості об'єкта $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$, які вимірюються гіроскопами ІВМ, можна представити у вигляді

$$\begin{bmatrix} \omega_{bx} \\ \omega_{by} \\ \omega_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\xi} \\ \omega_{\eta} \\ \omega_{\zeta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\theta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \theta \sin \gamma \\ \dot{\psi} \sin \theta + \dot{\gamma} \\ \dot{\theta} \sin \gamma + \dot{\psi} \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Позначимо проєкції переносної кутової швидкості системи координат, пов'язаної із ІВМ

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\xi} \\ \omega_{\eta} \\ \omega_{\zeta} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Тепер кінематичне рівняння (6) перепишемо у вигляді

$$\begin{bmatrix} \omega_{bx} \\ \omega_{by} \\ \omega_{bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\theta} \cos \gamma - \dot{\psi} \cos \theta \sin \gamma \\ \dot{\psi} \sin \theta + \dot{\gamma} \\ \dot{\theta} \sin \gamma + \dot{\psi} \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Із кінематичного рівняння (8) отримаємо

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{bx} - \dot{\theta} \cos \gamma + \dot{\psi} \cos \theta \sin \gamma \\ \omega_{by} - \dot{\psi} \sin \theta - \dot{\gamma} \\ \omega_{bz} - \dot{\theta} \sin \gamma - \dot{\psi} \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Співвідношення (7) встановлює зв'язок між осями $O\xi\eta\zeta$ і $Oxyz$:

$$\begin{bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}. \quad (10)$$

де \mathbf{C}_b^n – транспонована матриця \mathbf{C}_n^b .

Нехай

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Із матричного рівняння (10) отримаємо шукані проекції $\omega_\eta, \omega_\zeta$:

$$\begin{aligned} \omega_\eta &= c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z, \\ \omega_\zeta &= c_{31}\omega_x + c_{32}\omega_y + c_{33}\omega_z. \end{aligned} \quad (12)$$

Отримані вирази (12) підставимо до виразу (2) для визначення широти:

$$\varphi = \arctg \frac{c_{31}\omega_x + c_{32}\omega_y + c_{33}\omega_z}{c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z}. \quad (13)$$

Аналогічно можна підставити значення із (12) до виразу (3) для визначення довготи:

$$\lambda = \lambda_0 + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(\frac{c_{21}\omega_x + c_{22}\omega_y + c_{23}\omega_z}{\cos \varphi} - \Omega \right) dt. \quad (14)$$

Отже, отримані вирази (13) і (14) дозволяють обчислювати широту і довготу об'єкта під час його руху. Відзначимо, що у порівнянні із традиційним алгоритмом БІНС обчислення широти обходиться без інтегрування показів акселерометрів, а обчислення довготи вимагає лише однократного інтегрування показів гіроскопів. Якщо для визначення широти місця достатньо мати сигнали гіроскопів ІВМ, елементи матриці напрямних косинусів, кути повороту об'єкта ψ, θ, γ та їхні похідні, то для визначення довготи необхідно, крім того, знати початкове значення довготи.

Кути повороту об'єкта ψ, θ, γ можуть бути отримані з використанням, наприклад, алгоритму гіроскопічної курсовертикалі або алгоритмів безкарданної інерціальної системи орієнтації, що входить до складу безплатформної інерціальної навігаційної системи [10, 11], побудованої на основі того ж ІВМ, який містить крім трьох гіроскопів ще три акселерометри і, можливо, три магнітометри.

Отже, для визначення проєкцій $\omega_\eta, \omega_\zeta$ необхідно знати проєкції абсолютної кутової швидкості об'єкта $\omega_{bx}, \omega_{by}, \omega_{bz}$, які вимірюються гіроскопами ІВМ, елементи матриці напрямних косинусів, кути повороту об'єкту ψ, θ, γ та їхні похідні, які отримуються з використанням алгоритму гіроскопічної курсовертикалі, побудованої на основі того ж ІВМ.

З іншого боку, проєкції $\omega_\eta, \omega_\zeta$ можна знайти, наприклад, використовуючи узагальнене рівняння Пуассона.

Використання спостерігача Луенбергера для обчислення кутової швидкості опорної системи координат

Припустимо, що відомими є матриця напрямних косинусів $\mathbf{C} = \mathbf{C}_b^n$ та абсолютна кутова швидкість $[\omega_b]$.

Узагальнене рівняння Пуассона має вигляд [11]:

$$\dot{\mathbf{C}} = \mathbf{C}[\omega_b] - [\omega_n]\mathbf{C}. \quad (15)$$

де

$$[\omega_b] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{bz} & \omega_{by} \\ \omega_z & 0 & -\omega_{bx} \\ -\omega_{by} & \omega_{bx} & 0 \end{bmatrix}, \quad [\omega_n] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_\zeta & \omega_\eta \\ \omega_\zeta & 0 & -\omega_\xi \\ -\omega_\eta & \omega_\xi & 0 \end{bmatrix}.$$

Розглянемо використання спостерігача Луенбергера [12] для визначення невідомої матриці кутової швидкості $[\omega_n]$.

Спостерігач будемо формувати у відповідності до рівняння

$$\dot{\hat{\mathbf{C}}} = \hat{\mathbf{C}}([\omega_b] + [\omega_d]) - (\hat{\mathbf{C}} - \mathbf{C}_*) \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{C}, \quad (16)$$

де \mathbf{K} – матриця коефіцієнтів підсилення;

$$[\omega_d] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{dz} & \omega_{dy} \\ \omega_z & 0 & -\omega_{dx} \\ -\omega_{dy} & \omega_{dx} & 0 \end{bmatrix} \text{ – матриця кутової швидкості дрейфів гіроскопів;}$$

де

\mathbf{C}_* – приладове значення матриці \mathbf{C} .

Вважаючи похибки вимірювання матриці \mathbf{C} малими, прийmemo

$$\mathbf{C}_* = (\mathbf{I} + \delta)\mathbf{C}, \quad (17)$$

де $\delta = \begin{bmatrix} 0 & -\delta_\psi & \delta_\theta \\ \delta_\psi & 0 & -\delta_\gamma \\ -\delta_\theta & \delta_\gamma & 0 \end{bmatrix}$ – матриця похибок вимірювання кутів.

Відніmemo від рівняння (16) рівняння (15)

$$\dot{\hat{C}} - \dot{C} = \hat{C}([\omega_b] + [\omega_d]) - (\hat{C} - C_*) \cdot K \cdot C - C[\omega_b] + [\omega_n]C \quad (18)$$

і позначимо $\Delta = \hat{C} - C$. Будемо мати таке рівняння

$$\dot{\Delta} + \Delta(K \cdot C - [\omega_b]) = [\omega_n]C + \hat{C}[\omega_d] + \delta \cdot C \cdot K \cdot C. \quad (19)$$

В усталеному режимі

$$\Delta_{cm} = \frac{1}{K \cdot C - [\omega_b]} ([\omega_n]C + \hat{C}[\omega_d] + \delta \cdot C \cdot K \cdot C). \quad (202.6)$$

Загальне рішення диференціального рівняння (19) має вигляд

$$\Delta = (\Delta_0 - \Delta_{cm}) e^{-(K \cdot C - [\omega_b])t} + \Delta_{cm}, \quad (212.7)$$

де $\Delta_0(0) = \hat{C}(0) - C(0)$.

Бачимо, що система є стійкою, коли $K \cdot C - [\omega_b] > 0$.

Перехідний процес має аперіодичний характер із сталою часу

$$\tau = \frac{1}{K \cdot C - [\omega_b]}.$$

Якщо $K \cdot C \gg [\omega_b]$ час перехідного процесу буде дорівнювати

$$t_* \approx 3\tau \approx \frac{3}{K \cdot C}.$$

Крім того в усталеному режимі знайдемо шукану матрицю кутових швидкостей

$$[\omega_n] = (\Delta_{cm} K \cdot C - \hat{C}[\omega_d] - \delta \cdot C \cdot K \cdot C) C^{-1}. \quad (222.8)$$

Тобто, можна обчислювати матрицю кутових швидкостей $[\omega_n]$, вимірюючи в схемі різницю Δ_{cm} .

З отриманих виразів можна зробити висновок, що збільшенням K можна зменшити час перехідного процесу. Але при цьому зростає вплив похибки δ .

Розглянемо приклади

Прийmemo: $\omega_{bx} = 0,1 c^{-1}$; $\omega_{by} = 0,2 c^{-1}$; $\omega_{bz} = 0,3 c^{-1}$ – проекції кутової швидкості об'єкта відносно опорної системи координат;
 $\omega_{\xi} = 4 \cdot 10^{-5} c^{-1}$; $\omega_{\eta} = 6 \cdot 10^{-5} c^{-1}$; $\omega_{\zeta} = 9 \cdot 10^{-5} c^{-1}$ – проекції кутової швидкості опорної системи координат (має порядок кутової швидкості Землі). Цю кутову швидкість треба знайти.

$\omega_{dx} = 4 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$; $\omega_{dy} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$; $\omega_{dz} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ c}^{-1}$ – проєкції кутової швидкості дрейфу (порядок $1^\circ/\text{год}$).

Для значення $K = 50$ похибка обчислення кутової швидкості $[\omega_n]$ наведена на рис. 3, а.

Для значень $\omega_{dx} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ c}^{-1}$; $\omega_{dy} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ c}^{-1}$; $\omega_{dz} = 9 \cdot 10^{-7} \text{ c}^{-1}$ (порядок $0,1 \text{ } \mu\text{p}/\text{год}$) похибки обчислення кутової швидкості $[\omega_n]$ наведено на рис. 3, б.

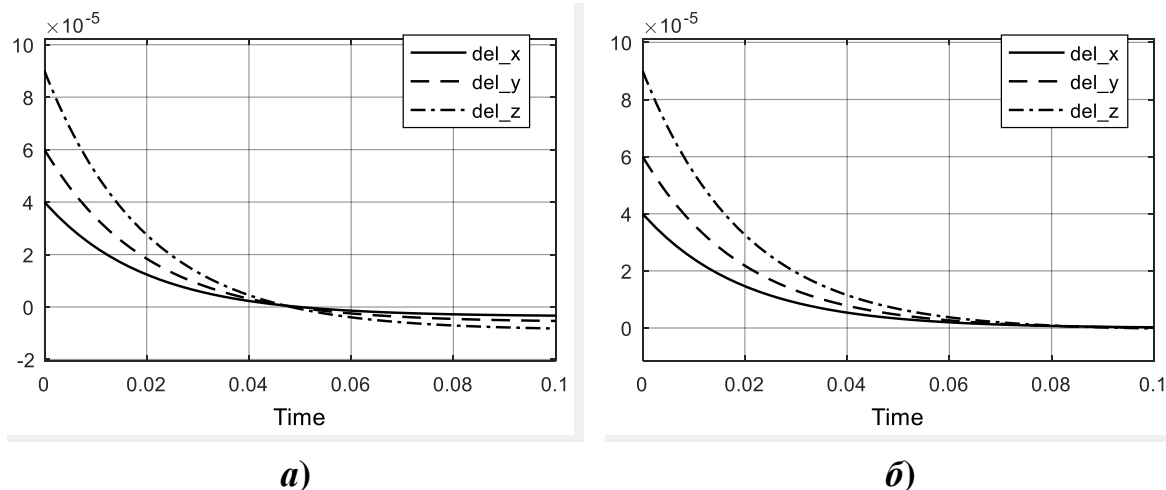


Рис. 3. Залежність похибки обчислення кутової швидкості опорної системи координат від часу

Бачимо, що використання спостерігача Луенбергера дозволяє із достатньо високою точністю обчислити кутові швидкості опорної системи координат.

Висновки

Розглядається метод автономного визначення широти і довготи рухомих об'єктів. На відміну від стандартних методів інерціальної навігації, даний метод не використовує подвійне інтегрування сигналів акселерометрів та інтегрування гіроскопів, яке використовується у БНС. Для визначення широти і довготи необхідні сигнали гіроскопів, які входять до складу інерціально-вимірювального модуля (ІВМ). Для реалізації метода автономного визначення широти достатньо мати сигнали гіроскопів ІВМ, елементи матриці напрямних косинусів, кути повороту об'єкта, та їхні похідні. Для автономного визначення довготи, крім того, знати початкове значення довготи. Як приклад, розглянуто використання спостерігача Луенбергера, що дозволило обчислити кутові швидкості опорної системи координат із достатньо високою точністю.

Список використаної літератури

1. Ривкин Б. С. Аналитический обзор состояния исследований и разработок в области навигации за рубежом: выпуск 3. – СПб.: ГНЦ РФ АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2019. – 92 с.
2. Schmidt G. T. GPS Based Navigation Systems in Difficult Environments // Gyroscopy and Navigation. – 2019. – vol. 10, N 2. – p. 41-53.
3. Baziar A. R., Moazedi M, Mosavi M. R. Analysis of single frequency GPS receiver under delay and combining spoofing algorithm // Journal of Wireless Personal Communications. – 2015. Vol. 83. No. 3. p. 1955-1970.
4. Бромберг П. В. Теория инерциальных систем навигации. – М.: Наука, 1979. – 296 с.
5. Titterton D. H. and Weston J. L. Strapdown Inertial Navigation Technology. - IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series 17, 2004. – p. 558.
6. Пешехонов В. Г. Современное состояние и перспективы развития гироскопических систем. – Гироскопия и навигация, № 1 (72), 2011. – с. 3-17.
7. Аврутов В. В. Автономное определение начальной широты с помощью инерциально-измерительного модуля // Прикл. механика. – 2018. – 54, № 5. – с. 116-122.
8. Аврутов В. В., Рижков Л. М. Про метод автономного визначення довготи та широти рухомого об'єкту // Прикл. механіка. – 2021. – 57, № 1. – с. 115-120.
9. Одинцов А. А. Теория и расчет гироскопических приборов. – К.: Вища шк., 1986. – 392 с.
10. Ривкин С. С., Берман З. М., Окон И. М. Определение параметров ориентации объекта бесплатформенной инерциальной системой. – СПб: ГНЦ РФ - ЦНИИ «Электроприбор», 1996. – 226 с.
11. Матвеев В. В., Распопов В. Я. Основы построения бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2009. – 280 с.
12. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. – М.: «Машиностроение», 1976, 184 с.