

УДК 537.312.62

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771412021269108>

А. С. Довгополий<sup>1</sup>, д.т.н., професор, О. О. Токалін<sup>2</sup>, О. О. Білобородов<sup>3</sup>,  
В. М. Сенаторов<sup>4</sup>

## РОЗРОБКА ТЕОРІЇ ТА СХЕМОТЕХНІЧНИХ РІШЕНЬ ГІРОСКОПА НА ОСНОВІ НАДПРОВІДНИХ КВАНТОВИХ ІНТЕРФЕРОМЕТРІВ

**Ua**

На основі принципу еквівалентності загальної теорії відносності та визначення неевклідової метрики простору в неінерціальній системі відліку, пов'язаної з обертанням, знайдено геометричну (топологічну) фазу, що виникає при обході будь-якого замкненого контуру. Такий підхід дозволив встановити глибоку фізичну аналогію між різними хвильовими ефектами (як класичними, так і квантовими) у замкнених хвилеводах, що виникають в умовах їх обертання. Завдяки когерентності хвильової функції безспінових носіїв заряду (куперівських пар електронів провідності з протилежно спрямованими спінами) у надпровідниках в основному квантовому стані (стан надпровідності), виникнення геометричної фази в замкнених контурах в умовах обертання може призводити до інтерференційних ефектів при наявності слабких зв'язків. Для реєстрації інтерференційних ефектів було запропоновано використання надпровідних квантових інтерферометрів, які розміщені в електричному полі циліндричного або сферичного конденсатора. Відповідно до загальної теорії геометричної фази обертання в дослідженні отримані основні співвідношення між геометричною фазою обертання і фазою хвильової функції, індукованої зовнішнім магнітним полем, і отримана оцінка їх значень при прийнятних величинах кутової швидкості обертання, розмірах надпровідних квантових інтерферометрів і напруги. На підставі отриманих результатів запропонований новий метод вимірювань магнітних полів з використанням двох надпровідних квантових інтерферометрів з різними значеннями обмежених замкненими контурами в умовах обертальних рухів, що дозволяє компенсувати вплив обертань на магнітні вимірювання, а також одночасно визначати магнітну індукцію і кутову швидкість обертання.

**En**

Based on the principle of equivalence of the general theory of relativity and the definition of the non-Euclidean metric of space in a non-inertial frame of reference associated with rotation, a geometric (topological) phase is found that occurs when traversing any closed loop. This approach made it possible to establish a deep physical analogy between various wave effects (both classical and quantum) in closed waveguides that arise under the conditions of their rotation. Due to the coherence of the wave function of spinless charge carriers (Cooper pairs of conduction electrons with oppositely directed spins) in superconductors in the ground quantum state (superconducting state), the appearance of a geometric phase in closed loops under rotation conditions can lead to interference effects in the

<sup>1</sup> ЦНДІ ОВТ ЗСУ

<sup>2</sup> Інститут проблем реєстрації інформації НАНУ

<sup>3</sup> ЦНДІ ОВТ ЗСУ

<sup>4</sup> ЦНДІ ОВТ ЗСУ

presence of weak bonds in the loop. To register interference effects, it was proposed to use superconducting quantum interferometers placed in the electric field of a cylindrical or spherical capacitor. In accordance with the general theory of the geometric phase of rotation, the study obtained the basic relations between the geometric phase of rotation and the phase of the wave function induced by an external magnetic field, and an estimate of their values was obtained for acceptable values of the angular velocity of rotation, dimensions of superconducting quantum interferometers, and voltages on the capacitor. The errors in measuring the magnetic flux during the rotation of the measuring complex are determined. Taking into account the dependence of the magnitude of the geometric phase of rotation on the voltage across the capacitor and the size of the superconducting quantum interferometers, and also taking into account the specific range of angular velocities of rotation, the sensitivity of superconducting quantum interferometers to the angular velocity can be regulated by a rational choice of these parameters. Based on the results obtained, a new method for measuring magnetic fields was proposed using two superconducting quantum interferometers with different values of areas bounded by closed contours under conditions of rotational movements, which makes it possible to compensate for the disturbing influence of rotations on magnetic measurements, as well as to simultaneously determine the magnetic induction and angular velocity of rotation.

## **Вступ**

Тенденції розвитку систем управління та навігації, роботизації озброєння та військової техніки вимагають мініатюризації та одночасного підвищення точності компонентів зазначених систем, у тому числі й гіроскопів для автономної навігації в умовах впливу засобів радіоелектронної боротьби противника.

Механічні гіроскопи досягли своїх граничних можливостей з точки зору точності, швидкодії та масогабаритних характеристик за відносно високої вартості. Найбільш досконалими з точки зору точності є поплавкові гіроскопи (дрейф близько  $10^{-3}$  град/год) та електростатичні гіроскопи (дрейф близько  $10^{-4}$  град/год) [1]. Гіроскопи, що динамічно настроюються, мають середні значення точності (дрейф близько  $10^{-2}$ - $10^{-1}$  град/год) [1]. Лазерні гіроскопи та волоконно-оптичні гіроскопи на основі ефекту Саньяка на сьогодні мають широкий діапазон характеристик точності (дрейф близько  $10^{-4}$ - $10^{-1}$  град/год) у разі прийнятних масогабаритних характеристиках [2]. Також сьогодні виробляються твердотільні хвилеві гіроскопи низької точності (дрейф близько 1 град/год) та твердотільні хвильові гіроскопи з випадковим дрейфом (дрейф близько  $10^{-2}$  град/год). Мікромеханічні гіроскопи у вигляді вібраційних гіроскопів розробляються на базі технологій напівпровідникових технологій (дрейф близько 0,1 град/год) [1, 3].

Таким чином, гіроскопи, що знаходяться у серійному виробництві, вичерпали свої потенційні можливості кардинального підвищення точності з одночасною мініатюризацією масогабаритних характеристик.

У роботі [4] показано, що обертання СКВІДа (надпровідниковий квантовий інтерферометр; *SQUID*, англ. *Superconducting Quantum Interference Detector*) навколо нормалі до його площини, як і магнітне поле, викликає у вихідному сигналі складову різниці фаз хвильової функції за умови розташування СКВІДа між обкладками конденсатора з постійною напругою. Реєстрація різниці фаз хвильової функції (ХФ) дозволяє визначити характеристики обертання, що дозволяє використовувати запропоновану технологію як гіроскопи. Зважаючи на те, що інтерференція когерентних хвильових процесів можлива лише за їх суперпозиції та наявності зсуву фази ХФ, виникає проблема теоретичного опису фазового зсуву ХФ під час обертання та визначення його залежності від кутової швидкості, а також оцінка чутливості СКВІДа до обертання та побудова загальної концепції гіроскопа на основі СКВІДа.

### **Постановка проблеми**

Мета цієї роботи полягає у розробці теорії гіроскопічного датчика для одночасного вимірювання кутової швидкості та проекції вектора магнітної індукції на основі надпровідного квантового інтерферометра, а також у розробці основ схмотехнічних рішень такого датчика.

### **Короткий аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми**

Перспективним напрямом створення малогабаритних високоточних гіроскопів можуть стати технології гіроскопів на нових фізичних принципах, зокрема використання ефектів надпровідності. На даний час найбільш досліджено наступні типи надпровідникових (криогенних) гіроскопів (датчиків кутової швидкості):

1. Гіроскопи на основі ядерного магнітного резонансу, в яких використовується суміш газів  $^4\text{He}$  та  $^3\text{He}$  всередині надпровідних магнітних екранів [5].
2. Гіроскопи на основі використання моменту Лондона, в яких надпровідникове тіло швидко обертається в електростатичному підвісі [6].
3. Гіроскопи на основі використання ефекту Барнета, в яких використовується тіло, що обертається, із феромагнітного (парамагнітного) матеріалу [6].

У зазначених гіроскопах кутові переміщення визначаються через зміну магнітного потоку, що вимірюється СКВІдами. Вони являють собою два півкільця із надпровідника, з'єднані у кільце за допомогою слабких зв'язків, наприклад, за допомогою тунельних переходів Джозефсона [7]. До таких елементів відносяться тунельні переходи Джозефсона або містки [7, 8]. На даний час СКВІДи є приладами найбільш чутливими до магні-

тних полів. Залежно від технічної реалізації чутливість СКВІДів становить від  $3,7 \cdot 10^{-17}$  Тл [9] до  $10^{-13}$  Тл [10], для тривалих вимірювань усереднених значень протягом кількох днів можна досягти значень чутливості  $5 \cdot 10^{-18}$  Тл [11], високотемпературні СКВІД-датчики постійного струму із граничною роздільною здатністю  $15$  фТл/Гц<sup>1/2</sup> [12], типові –  $100$  фТл/Гц<sup>1/2</sup> [13, 14]. У найкращих екземплярів СКВІДів на постійному струмі (ПС) чутливість по магнітному полю наближається до  $3 \cdot 10^{-18}$  Тл/Гц<sup>1/2</sup>. Чутливість високочастотних СКВІДів по енергії складає  $\varepsilon = 10^{-28} \dots 10^{-30}$  Дж/Гц, чутливість ПС СКВІДів  $\varepsilon = 10^{-30} \dots 10^{-31}$  Дж/Гц [15]. Комплекс *MPMS SQUID VSM* компанії *Quantum Design* має чутливість  $10^{-8}$  Гс см<sup>3</sup> за  $H = 0$  Тл [16]. А зразок О1 виробництва групи компаній (ФІАН, *Stanford Research*, *SHE*, *LakeShore*) має чутливість по магнітному моменту  $2 \cdot 10^{-9}$  Гс см<sup>3</sup> за  $H = 0$  Тл [17]. Чутливість СКВІД без надпровідного трансформатора потоку – близько  $10$  пТл/Гц<sup>1/2</sup> [18]. У разі використання багат шарового багатовиткового трансформатора можна досягти чутливості до  $30$  фТл/Гц<sup>1/2</sup> на частотах  $10$  Гц та близько  $10$  фТл/Гц<sup>1/2</sup> на частоті  $1$  Гц.

У основі роботи СКВІДів лежать два основні квантові ефекти у надпровідниках [4, 19, 20]. Це ефект квантування магнітного потоку у замкнених контурах і залежність без дисипативного струму через слабкий зв'язок від різниці фаз ХФ надпровідних носіїв заряду на берегах, з'єднаних слабким зв'язком. Інтерференція ХФ можлива завдяки тому, що носіями заряду у стані надпровідності є пов'язані електрони провідності з протилежно спрямованими спінами (куперівські пари), які всі знаходяться в основному стані і як результат цього є так званим бозе-конденсатом, що має одну загальну для всіх без спінових носіїв ХФ принаймні у межах довжини когерентності.

### **Виклад основного матеріалу дослідження**

Основні положення теорії датчика кутової швидкості та магнітної індукції на основі СКВІДа. В основі роботи інтерферометрів лежить використання когерентних хвиль, амплітуди яких у вибраному місці складаються або віднімаються залежно від різниці фаз хвиль, що інтерферують. Різниця фаз зустрічних хвиль може бути отримана різними способами. У разі замкнених контурів хвилеводів їхнє обертання в площині контуру призводить до появи різниці фаз зустрічних хвиль. На цьому принципі працюють квантові оптичні гірометри. Аналогічний зсув фаз хвильової функції при такий квантовим системам, що описуються за допомогою оператора Гамільтона (гамільтоніана), що залежить від набору параметрів  $\hat{H}(x^i)$  у разі циклічної адіабатичної еволюції у просторі цих параметрів  $x^i$  по замкненому контуру, що не змінює квантового стану системи. Він був назва-

ний геометричною (або топологічною) фазою [7, 21] і може бути отриманий у вигляді інтеграла по замкненому контуру  $C$ , який відповідає еволюції системи, або відповідно до теореми Стокса, як потік ротора калібрувального потенціалу через обмежену контуром  $C$  поверхню  $S_C$  у просторі параметрів  $x^i$ :

$$\Delta\theta_C = \frac{1}{\hbar} \oint_C A_i dx^i = \frac{1}{\hbar} \iint_{S_C} \left( \frac{\partial A_j}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^j} \right) d\sigma^{ij}, \quad (1)$$

де  $\hbar = h/2\pi$  – приведена постійна Планка або квант дії;

$A_i = i\hbar(\psi; \vec{\nabla}_x \psi)$  – індукований хвильовою функцією  $\psi(x^i)$  калібрувальний потенціал;

$\vec{\nabla}_x \psi$  – градієнт ХФ у просторі параметрів  $x^i$ ,  $S_C$  – будь-яка натягнута на контур  $C$  поверхня, а  $d\sigma^{ij}$  – тензорний елемент цієї поверхні. У формулі (1) та наступних виразах, відповідно до загальноприйнятих у загальній теорії відносності і теорії полів у неевклідових просторах скороченнями, що збігаються верхнім і нижнім індексам, мається на увазі підсумовування. Внаслідок калібрувальної інваріантності, таким чином побудована геометрична фаза ХФ не залежить від вибору власних ХФ гамільтоніану  $\hat{H}(x^i)$  і визначається лише анголономністю простору параметрів. У разі обертання анголономність становить звичайний тривимірний простір, який пов'язаний із системою відліку, що обертається. Тому такий підхід дає просте фізичне трактування різних ефектів обертання, як, наприклад, ефект Саньяка в оптиці або «ефект інерції стоячих акустичних хвиль» у твердотільних хвильових гіроскопах [16, 17]. Теоретичні основи прояву геометричної фази ХФ для заряджених без спінових частинок у системі відліку, що обертається, за наявності зовнішнього електромагнітного поля описані у роботі [18]. Там же було запропоновано використовувати надпровідні квантові інтерферометри (СКВІДи) для реєстрації інтерференції ХФ надпровідних носіїв заряду.

Як показано у роботах [4, 19, 20], зміна фази хвильової функції записується у вигляді:

$$\Delta\theta_C = \Delta\theta_A - \Delta\theta_R = \frac{q}{\hbar c} \left[ \Phi_{S_C}(\vec{A}) - \iint_{S_C} \left( 2\phi \frac{\vec{\Omega}}{c} - \vec{\beta} \times \vec{\nabla} \phi \right) \cdot d\vec{S} \right]. \quad (2)$$

Тому, у разі осесиметричного або центрально-симетричного скалярного потенціалу  $\phi$  другий член підінтегрального виразу (2) дорівнює нулю в силу паралельності векторів  $\vec{\nabla} \phi$  і  $\vec{r}$ . Перший член у (2) відповідає зміні фази ХФ у магнітному полі, що проявляється в ефекті Ааронова-Бома [19] або в надпровідних контурах, що охоплюють якусь порожнину [4], а дру-

гий член відповідає безпосередньо геометричній фазі обертання, що має місце у відсутності зовнішнього магнітного поля. Зрозуміло, що у разі надпровідника в основному стані  $q = 2e$ , де  $e$  – елементарний заряд. Розмірний множник у виразі (2), виходячи безпосередньо з визначення кванта магнітного потоку, можна подати у вигляді:

$$\frac{q}{\hbar c} = \pi \frac{q}{e} \Phi_0^{-1},$$

де  $\Phi_0 = \pi \hbar c / e = 2,068 \cdot 10^{-7}$  Мкс (Гс см<sup>2</sup>) (СГС) або  $\Phi_0 = \pi \hbar / e = 2,068 \cdot 10^{-15}$  Вб (СІ) – квант магнітного потоку. Розмірність цього множника, виходячи з розмірності кванта дії  $[\hbar] = [E] \cdot [t] = [q] \cdot [U] \cdot [t]$ , де  $[E]$  і  $[t]$  – відповідно розмірності енергії та часу, а  $[q]$  і  $[U]$  – розмірності заряду та потенціалу, можна у вигляді  $[q/\hbar c] = [U]^{-1} \cdot [l]^{-1}$ . Враховуючи те, що розмірність відношення  $[\Omega/c] = [l]^{-1}$ , фази ХФ у (2) виявляються безрозмірними.

Як було описано вище, інтерференцію ХФ носіїв заряду можна спостерігати у СКВІДах, що складаються із двох частин замкненого надпровідного контуру зі слабкими зв'язками у місцях їх з'єднань, наприклад, Джоузефсонівськими тунельними переходами. Без дисипативний струм у замкненому таким чином контурі визначається різницею фаз ХФ надпровідних носіїв заряду на обох берегах переходу. Для створення різниці фаз ХФ, обумовленої обертанням, згідно із (2) СКВІД повинен бути поміщений у зовнішнє електричне поле, наприклад, поле зарядженого циліндричного конденсатора (рис. 1), де  $d_{in}$  – діаметр внутрішнього електрода,  $D_{ex}$  – діаметр зовнішнього електрода,  $D_{SQID}$  – діаметр СКВІДа.

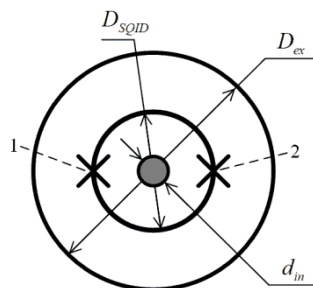


Рис. 1. Схема розміщення СКВІДу у зарядженому циліндричному конденсаторі

У цьому випадку обчислення інтеграла в (2) значно спрощується. Залежність скалярного потенціалу від відстані  $r$  від осі симетрії конденсатора має вигляд [8]:

$$\phi(r) = U \frac{\ln 2r - \ln d_{in}}{\ln D_{ex} - \ln d_{in}}, \quad (3)$$

де  $U$  – подана на електроди напруга.

Підставляючи (3) до (2) і вважаючи, що СКВІД має форму кільця, центрований із віссю конденсатора так, що їх осі симетрії збігаються, отримаємо:

$$\iint_{S_c} 2\phi(r) \frac{\vec{\Omega}}{c} \cdot d\vec{S} = 2 \frac{\ln(D_{SQID}/d_{in})}{\ln(D_{ex}/d_{in})} \left[ 1 - \frac{1 - s_{in}/S_{SQID}}{\ln(D_{SQID}/d_{in})} \right] U \frac{\Omega}{c} \times \\ \times S_{SQID} \cos \psi = KU \frac{\Omega}{c} S_{\perp}, \quad (4)$$

де  $D_{SQID}$  – діаметр СКВІДа,  $S_{SQID}$  – площа, що охоплюється контуром СКВІДа,  $s_{in}$  – площа перерізу внутрішнього електрода,  $S_{\perp} = S_{SQID} \cos \psi$  – площа, охоплювана проекцією контуру СКВІДу на перпендикулярну до вектора  $\vec{\Omega}$  площину,  $\psi$  – кут між віссю симетрії конденсатора та вектором  $\vec{\Omega}$ ,  $K$  – коефіцієнт, що залежить тільки від співвідношень розмірів елементів конденсатора і СКВІДу, у межах 1-2:

$$K = 2 \frac{\ln(D_{SQID}/d_{in})}{\ln(D_{ex}/d_{in})} \left[ 1 - \frac{1 - s_{in}/S_{SQID}}{\ln(D_{SQID}/d_{in})} \right].$$

Таким чином, сумарна фаза ХФ із урахуванням формули (4) і того, що для куперівських пар  $q = 2e$ , дорівнює:

$$\Delta\theta = 2\pi \left[ \frac{\Phi_{S_{\perp}}(\vec{A})}{\Phi_0} - K \frac{U\Omega S_{\perp}}{c\Phi_0} \right], \quad (5)$$

де коефіцієнт  $1 \leq K \leq 2$  визначається лише формою та відносними розмірами електродів конденсатора, а у разі тонкого внутрішнього електрода ( $d_{in} < D_{SQID} \leq D_{ex}$ ) дуже слабо залежить від відношення логарифмів розмірів СКВІДа та зовнішнього електрода конденсатора:

$$K = 2 \frac{\ln(D_{SQID}/d_{in})}{\ln(D_{ex}/d_{in})} = 2 \left[ 1 - \frac{\ln(D_{ex}/D_{SQID})}{\ln(D_{ex}/d_{in})} \right] \leq 2. \quad (6)$$

Модельний експеримент. Результати розрахунку залежності коефіцієнта від діаметра внутрішнього електрода для СКВІД площею  $1 \text{ см}^2$  для різних співвідношень діаметрів зовнішнього електрода та СКВІДу відповідно до (6) показано на рис. 2.

Оцінки величини магнітного потоку при швидкості обертання  $\Omega = 0,1$  град/с, розраховані (за  $K = 1$ ) для різних значень площі, що охоплюється контуром СКВІДу, і різних величин напруги на конденсаторі, а також величини геометричних фаз, представлені у табл. 1.

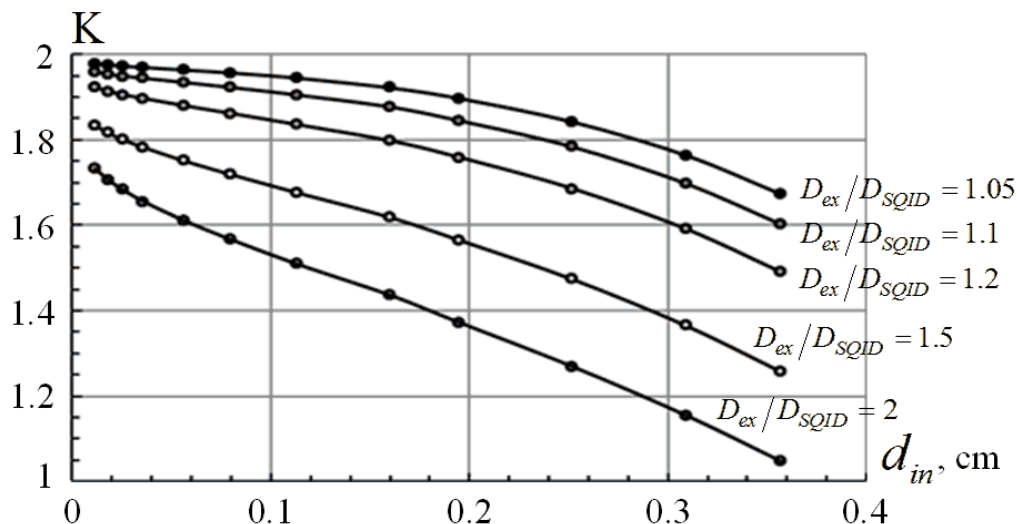


Рис. 2. Залежність коефіцієнта  $K$  для циліндричного конденсатора від діаметра внутрішнього електрода  $d_{in}$  за різних співвідношеннях  $D_{ex}/D_{SQID}$  діаметра зовнішнього електрода та СКВІДа

Таблиця 1.

Похибка вимірювання магнітного потоку  $\Delta\Phi_S$  за різних площак контурів ( $S_{SQID}$ ), напруги на конденсаторі ( $U$ ) і фазах ( $\Delta\theta_R$ )

$U$ (В)	Одиниці виміру	$S_{SQID}$ (см <sup>2</sup> )			
		0,1	0,3	1,0	10,0
1	$\Delta\theta_R$ (град)	$2,5 \cdot 10^{-6}$	$7,4 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$
	$\Delta\Phi_S$ (Мкс)	$5,1 \cdot 10^{-10}$	$1,5 \cdot 10^{-9}$	$5,1 \cdot 10^{-9}$	$5,1 \cdot 10^{-8}$
10	$\Delta\theta_R$ (град)	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$
	$\Delta\Phi_S$ (Мкс)	$5,1 \cdot 10^{-9}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$	$5,1 \cdot 10^{-8}$	$5,1 \cdot 10^{-7}$
100	$\Delta\theta_R$ (град)	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$
	$\Delta\Phi_S$ (Мкс)	$5,1 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	$5,1 \cdot 10^{-7}$	$5,1 \cdot 10^{-6}$

Розглянемо формулу (5). Магнітна індукція поля Землі становить 25-65 мкТл. Із загальної формули відношення потоку, обумовленого проаналізованим ефектом, до кванта магнітного потоку отримуємо із другого доданку (5) у дужках:

$$\frac{\Phi_{\Omega}}{\Phi_0} = 2\pi K \frac{U\Omega S_{\perp}}{c\Phi_0}, \quad (1)$$



Для конкретних співвідношень діаметрів зовнішнього електрода і СКВІД можна визначити внесок кутової швидкості в зміну магнітного потоку для оцінювання чутливості до кутових швидкостей (рис. 3).

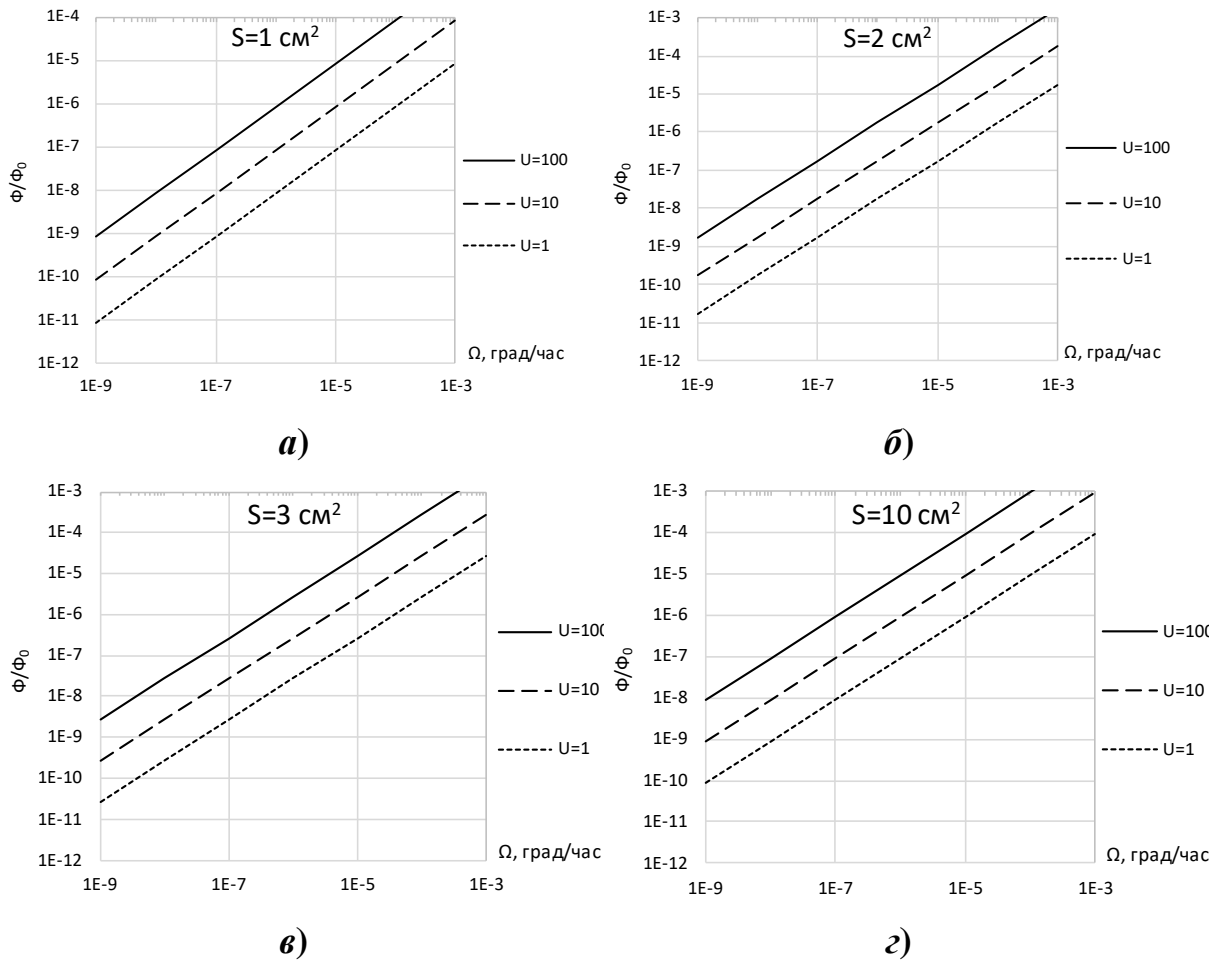


Рис. 3.  $\Phi_{\Omega}/\Phi_0 = f(\Omega)$  при різних площах СКВІДів та різних напру-  
гах на конденсаторі (вхідні дані – табл. 2)

Таблиця 2.

Вхідні дані для розрахунків

$U$ , В	$S_{SQID} = S_{\perp}$ , $\text{cm}^2$	$D_{SQID} = \sqrt{\frac{4S_{\perp}}{\pi}}$ , см	$d_{in}$ , см	$D_{ex}$ , см	Номер рис.	Познач.
1	1	1,35	0,3	1,13	3 а	
	2	1,91	0,3	1,60	3 б	
	3	2,35	0,3	1,95	3 в	-----
	10	4,28	0,3	3,57	3 г	
10	1	1,35	0,3	1,13	3 а	
	2	1,91	0,3	1,60	3 б	---
	3	2,35	0,3	1,95	3 в	

## Системи та процеси керування

$U, \text{В}$	$S_{SQID} = S_{\perp}, \text{см}^2$	$D_{SQID} = \sqrt{\frac{4S_{\perp}}{\pi}}, \text{см}$	$d_{in}, \text{см}$	$D_{ex}, \text{см}$	Номер рис.	Познач.
100	10	4,28	0,3	3,57	3 г	
	1	1,35	0,3	1,13	3 а	
	2	1,91	0,3	1,60	3 б	
	3	2,35	0,3	1,95	3 в	—
	10	4,28	0,3	3,57	3 г	

З рис. 3 можна оцінити чутливість зазначеного СКВІДа до кутової швидкості. Якщо вибрана схемна реалізація дозволяє реєструвати зміну магнітного потоку  $(\Phi_{\Omega}/\Phi_0)_{\min} = 10^{-6}$ , то значення чутливості до швидкості, обчислені за формулою  $\Omega_{\min} = (2\pi Kc\Phi_0/US_{\perp})(\Phi_{\Omega}/\Phi_0)_{\min}$  (для вхідних даних з табл. 2), представлені у табл. 3.

Таблиця 3.

Чутливість до швидкості у разі  $(\Phi_{\Omega}/\Phi_0)_{\min} = 10^{-6}$ 

$\Omega_{\min}, \text{град/година} \searrow$	$S_{SQID} = S_{\perp}, \text{см}^2$			
	1	10	100	
$U, \text{В}$	1	$1,41 \cdot 10^{-2}$	$1,41 \cdot 10^{-3}$	$1,41 \cdot 10^{-4}$
	2	$7,25 \cdot 10^{-3}$	$7,25 \cdot 10^{-4}$	$7,25 \cdot 10^{-5}$
	3	$4,89 \cdot 10^{-3}$	$4,89 \cdot 10^{-4}$	$4,89 \cdot 10^{-5}$
	10	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$

Враховуючи залежність величини геометричної фази обертання від напруги на конденсаторі та розмірів СКВІДу, а також зважаючи на конкретний діапазон кутових швидкостей обертання, чутливість СКВІДу до кутової швидкості можна регулювати раціональним вибором цих параметрів (рис. 4).

Таким чином, у СКВІД, розміщеному між обкладками конденсатора, вихідний сигнал визначається різницею фаз  $X\Phi$  і має дві складові. Перша з них пропорційна проекції вектору магнітної індукції на нормальну до площини СКВІДу вісь, друга – проекції вектору кутової швидкості на ту ж вісь.

Розробка схемотехнічних рішень сенсора, що вимірює одночасно кутову швидкість та магнітну індукцію. В основу побудови може бути покладено принцип двоканальності вимірювань вихідного сигналу СКВІДа [22], суть якого полягає у тому, що  $\Omega$  і  $B$  вимірюються у двох каналах із відомими параметрами СКВІДів, а отримана інформація обробляється за спеціальним алгоритмом.

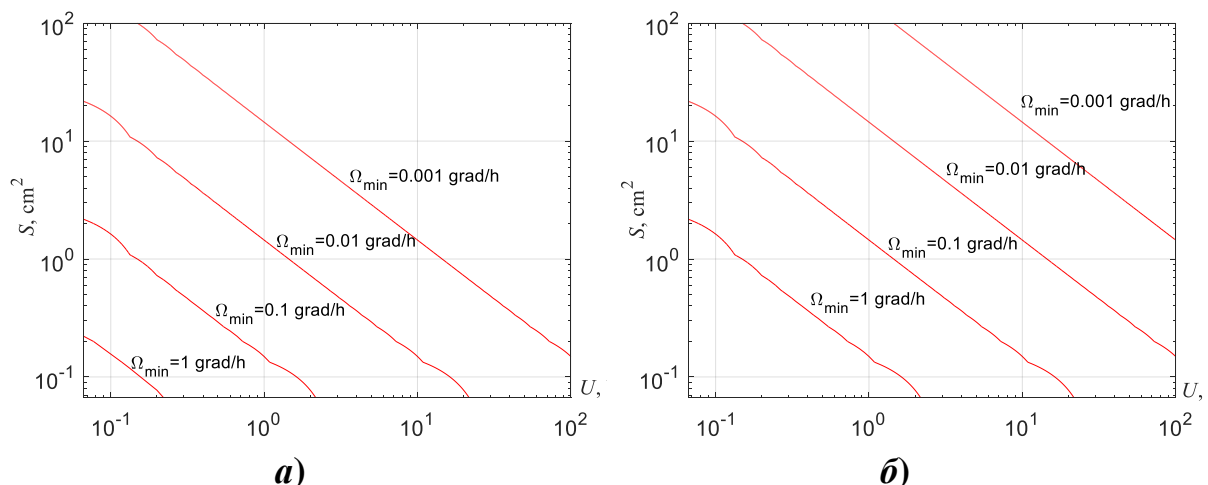


Рис. 4. Область зміни параметрів СКВІД для забезпечення заданої чутливості до швидкості (для  $K=1,8$ ): **a)** у разі  $(\Phi_{\Omega}/\Phi_0)_{\min} = 10^{-6}$ , **б)** у разі  $(\Phi_{\Omega}/\Phi_0)_{\min} = 10^{-5}$

Як відомо [14], без дисипативний струм у тунельному переході СКВІД визначається різницею фаз ХФ на його берегах і зазвичай може бути представлений у вигляді:

$$I = I_0 \sin \Delta\theta,$$

де  $I_0$  – критичний струм переходу, при перевищенні якого на переході виникає різниця потенціалу. За відсутності гістерезису:

$$\Delta\theta = \arcsin \frac{I}{I_0}. \quad (7)$$

З рівнянь (5) та (7) з урахуванням того, що  $\Phi_s(\vec{A}) = B_{\Omega} S_{\perp}$ , де  $B_{\Omega}$  – середнє за площею СКВІД значення проекції вектору магнітної індукції на вісь обертання, отримаємо:

$$K_1 B_{\Omega} - K_2 \Omega = \frac{\Delta\theta}{2\pi}, \quad (8)$$

де  $K_1 = IS_{SQID}/\Phi_0$  і  $K_2 = KUS_{SQID}/c\Phi_0$  – розмірні масштабні коефіцієнти, які можуть бути визначені експериментально на етапі виготовлення та калібрування СКВІДа.

Двоканальний сенсор кутової швидкості та індукції на основі СКВІДів із різними  $S$  [23]. Вимірюючи магнітні потоки та кутову швидкість обертання двома різними за площею СКВІДАми, отримаємо різні значення фаз  $\Delta\theta_1$  і  $\Delta\theta_2$ , які відповідають одним і тим же величинам магнітного потоку та кутової швидкості. Це можна уявити як систему рівнянь щодо  $B_{\Omega}$  і  $\Omega$ :

$$\begin{cases} K_{11}B_{\Omega} - K_{21}\Omega = \frac{\Delta\theta_1}{2\pi} \\ K_{12}B_{\Omega} - K_{22}\Omega = \frac{\Delta\theta_2}{2\pi} \end{cases}, \quad (9)$$

де  $K_{11}$ ,  $K_{22}$  – масштабні коефіцієнти для першого СКВІДа,  $K_{12}$  і  $K_{21}$  – те саме для другого СКВІДа. Рішення для лінійної системи рівнянь (9) з визначником  $\Delta = -(K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21})$  дає:

$$\left. \begin{aligned} B_{\Omega} &= \frac{K_{22}\Delta\theta_1 - K_{21}\Delta\theta_2}{2\pi\Delta} \\ \Omega &= \frac{K_{11}\Delta\theta_2 - K_{12}\Delta\theta_1}{2\pi\Delta} \end{aligned} \right\}.$$

Таким чином, використання двох СКВІДів із різними площами, які можна розмістити один над одним у одному конденсаторі, дозволяє вимірювати кутову швидкість та індукцію.

Двоканальний сенсор  $\Omega$  і  $B$  на основі ідентичних СКВІДів, поміщених у конденсатори із різними ємностями [24]. Скориставшись рівнянням (8) запишемо систему рівнянь щодо невідомих  $B$  і  $\Omega$  для двоканального сенсора на основі СКВІДів, поміщених у конденсатори із різними ємностями у вигляді:

$$\begin{cases} K_{11}B_{\Omega} - LU_1\Omega = \frac{\Delta\theta_3}{2\pi}, \\ K_{12}B_{\Omega} - LU_2\Omega = \frac{\Delta\theta_4}{2\pi}, \end{cases} \quad (10)$$

де  $L = \frac{KS}{C\Phi_0}$ ,  $LU_1 = K_{21}$ ,  $LU_2 = K_{22}$ .

Вирішивши систему (10), отримаємо:

$$\begin{cases} B = \frac{1}{2\pi K_{11}} \cdot \frac{\Delta\theta_3 U_2 - \Delta\theta_4 U_1}{U_2 - U_1}, \\ \Omega = \frac{1}{2\pi K_{11}} \cdot \frac{\Delta\theta_4 - \Delta\theta_3}{U_2 - U_1}. \end{cases}$$

Таким чином, двоканальний сенсор на основі ідентичних паралельно встановлених СКВІДів, поміщених у конденсатори з різними ємностями, принципово забезпечує одночасне вимірювання проекцій векторів кутової швидкості обертання на нормаль до площини СКВІДів та вектору індукції магнітного поля.

Калібрування параметрів окремого СКВІДа. Розглянуті вище схеми двоканальних сенсорів на основі СКВІДів припускають наявність апріор-

них даних про масштабні коефіцієнти  $K_{1i}$ ,  $K_{2i}$  ( $i=1, 2$ ), які необхідно отримати шляхом їх калібрування.

Отримаємо вирази масштабних коефіцієнтів  $K_{1i}$ ,  $K_{2i}$ .

Виходячи із рівняння (8), вважатимемо, що  $B$  і  $\Omega$  можуть мати заздалегідь відомі величини, а  $K_1$  і  $K_2$  невідомі. Вимірявши різниці фаз ХФ при заданих  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $\Omega_1$  і  $\Omega_2$  запишемо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} K_1 B_1 - K_2 \Omega_1 = \frac{\Delta\theta^{(1)}}{2\pi}, \\ K_1 B_2 - K_2 \Omega_2 = \frac{\Delta\theta^{(2)}}{2\pi}. \end{cases} \quad (11)$$

Вирішивши (11) відносно  $K_1$ ,  $K_2$ , отримаємо:

$$K_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\Delta\theta^{(2)}\Omega_1 - \Delta\theta^{(1)}\Omega_2}{B_2\Omega_1 - B_1\Omega_2},$$

$$K_2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{B_1\Delta\theta^{(2)} - B_2\Delta\theta^{(1)}}{B_2\Omega_1 - B_1\Omega_2}.$$

Таким чином, при заздалегідь заданих значеннях  $B_i$  і  $\Omega_i$ , масштабні коефіцієнти кожного окремого СКВІДа  $K_1$ ,  $K_2$  можуть бути відкалібровані.

### **Висновки**

Теоретичні дослідження впливу обертання на фазу хвильової функції без спінових носіїв заряду в умовах надпровідності призводять до таких результатів:

1. Встановлено фізичну аналогію між інтерференційними ефектами обертання для без спінових носіїв заряду у надпровідниках та когерентних світлових хвиль у кільцевих лазерах.
2. Показано, що в умовах обертання надпровідних квантових інтерферометрів за наявності електромагнітного поля різниця фаз хвильових функцій є сумою фаз, обумовлених впливом магнітного поля та геометричної фази обертання.
3. На підставі отриманих результатів запропоновано методи вимірювання магнітного потоку та кутової швидкості обертання з використанням двох СКВІДів для компенсації взаємних похибок вимірювань.

## Список використаної літератури

1. The author of precision gyroscope. Peshekhonov V. G. Gyroscopy and Navigation. 2020. Т. 11. № 2. с. 188-192.
2. Schmidt G. T. NATO RTO Lecture Series, RTO-EN-SET-116, Low-Cost Navigation Sensors and Integration Technology. NATO; Brussels, Belgium: 2011. INS/GPS Technology Trends; p. 1–24.
3. Юльметова О. С., Щербак А. Г., Челпанов И. Б. Специальные технологии изготовления прецизионных узлов и элементов гироскопических приборов: Учебное пособие/ под ред. Валетова В. А. - Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2017. – 131 с.
4. Довгопольй А. С., Токалин О. А. О геометрической фазе вращения и ее наблюдении в условиях квантовой интерференции. Письма в ЖТФ. 1991. Т. 17. Вып. 5. С. 44-48.
5. Vershovskii A. K., Litmanovich Y. A., Pazgalev A. S. et al. Nuclear Magnetic Resonance Gyro: Ultimate Parameters. Gyroscopy Navig. 9, 162–176 (2018). <https://doi.org/10.1134/S2075108718030100>.
6. Урман Ю. М. Влияние эффекта Барнетта-Лондона на движение сверхпроводящего ротора в неоднородном магнитном поле. Журнал технической физики. 1998, т. 68, № 8, с. 10–14.
7. Шмидт В. В. Введение в физику сверхпроводников. Изд. 2, испр. и доп. М.: МЦНМО. 2000. –XIV. 402 С.
8. Гинзбург В. Л. О сверхпроводимости и сверхтекучести. (Нобелевская лекция. Стокгольм, 8 декабря 2003 г.). УФН. Т. 174, №11. – 2004 г.
9. Woodman K. F., Franks P. W., Richards M. D. // Rev. J. Navigation. 1987. Vol. 40. N 3. P. 366-384.
10. Сквид-магнитометр // URL: <https://web.archive.org/web/20030622093107/http://www.kirensky.ru/equipment/skvid.htm>
11. Ran, Shannon K’doah. Gravity Probe B: Exploring Einstein’s Universe with Gyroscopes (англ.). – National Aeronautics and Space Administration, 2004. – P. 26. URL: [http://einstein.stanford.edu/content/education/GP-B\\_T-Guide4-2008.pdf](http://einstein.stanford.edu/content/education/GP-B_T-Guide4-2008.pdf)
12. Faley M. I., Poppe U., Urban K., Paulson K. and Fagaly K. A New Generation of the HTS Multilayer DC-SQUID Magnetometers and Gradiometers, Journal of Physics: Conference Series 43, 2006, p. 1199-1202.
13. Cantor R., Lee L. P., Teepe M., Vinetskiy V. and Longo J. Low-noise single-layer YBaCuO DC-SQUID magnetometers at 77K, IEEE Trans. Magn., 1991, v. 27, N 2, p. 1434-1437.
14. Lee L. P., Longo J., Vinetskiy V. and Cantor R. Monolithic 77K dc SQUID magnetometer, Appl. Phys. Lett., 1991, V. 59, N 23, p. 3051-3053.

15. СКВИД-магнітометр для структуроскопії конструкційних матеріалів / А. В. Федорченко, В. Ю. Ляхно, В. И. Шнырков // Вопросы атомной науки и техники. 2010. №1. Серия: Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение (95), с. 150-156.
16. СКВИД магнітометр. URL: <https://researchpark.spbu.ru/equipment-dfm-rus/710-dfm-squid-rus>.
17. СКВИД-магнітометр для измерений в малых полях. URL: <https://lebedev.ru/ru/oborudovanie/izmeritelnoe-2/item/23.html>.
18. Измерительные системы на ВТСП СКВИД / М. И. Фалей, Ю. В. Масленников, В. П. Кошелец // Радиотехника, 2012, № 12. – С. 5-24.
19. Довгополий А. С., Токалін О. О., Білобородов О. О. 2020. Sensitivity of superconducting quantum interferometers to rotational motions. Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля, (8 (264)), р.27-33.
20. Белобородов О. А., Довгополий А. С., Токалін О. А. О точности измерений при мониторинге локальных магнитных полей с помощью сверхпроводящих квантовых интерферометров // Інформаційні технології та безпека. Матеріали XXI Міжнародної науково-практичної конференції ІТБ-2021.-Київ: Інжиніринг. -228 с. ISBN: 978-966-2344-84-4/ С. 165-169.
21. Великанов Дмитрий Анатольевич. Высокочувствительные методы исследования магнитных свойств кристаллических и плёночных магнитных систем. Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук 01.04.01 – приборы и методы экспериментальной физики.
22. Многорежимные и нестационарные системы автоматического управления / Б. Н. Петров, А. Д. Александров, В. П. Андреев и др. – Москва : Машиностроение, 1978. – 239 с.
23. Спосіб вимірювання зовнішньої магнітної індукції та кутової швидкості об'єкта / О. О. Білобородов, А. С. Довгополий, В. М. Сенаторов, О. О. Токалін // Пат. 149381 Україна, МПК G01P 3/44 (2006.01), G01R 33/00, G01C 19/56 (2012.01). Номер заявки: u202103774; Дата подання заявки: 01.07.2021; Патент опубліковано 10.11.2021, бюл. № 45/2021
24. Спосіб вимірювання зовнішньої магнітної індукції та кутової швидкості об'єкта / О. О. Білобородов, А. С. Довгополий, В. М. Сенаторов, О. О. Токалін // Пат. 150156 Україна, МПК G01P 3/44 (2006.01), G01R 33/00, G01C 19/56 (2012.01). Номер заявки: u202104888, Дата подання заявки: 30.08.2021, Патент опубліковано 05.01.2022, бюл. № 1/2022.