

УДК 629.7: 531.383

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771422021268465>

Л. М. Рижков¹, д.т.н., професор, С. Д. Зорін², магістрант

КОМПЛЕМЕНТАРНИЙ ФІЛЬТР ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ОРІЄНТАЦІЇ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

Ua Розглядається вибір структури та параметрів комплементарного фільтра для визначення орієнтації рухомих об'єктів з метою зменшення його похибок за наявності дрейфу гіроскопа та значних лінійних прискорень. Для аналізу прийнято комплементарний фільтр, побудований за схемою фільтрації. Порівнюються фільтри першого та другого порядку. Для фільтра другого порядку розглядаються два варіанти побудови фільтра в залежності від того, яку саме заваду бажано зменшити в першу чергу.

En The choice of the structure and parameters of the complementary filter for determining the orientation of moving objects in order to reduce its errors in the presence of gyroscope drift and significant linear accelerations is considered. For the analysis the complementary filter constructed according to the filtration scheme is accepted. First- and second-order filters are compared. For the second-order filter, two variants for constructing a filter are considered, depending on which disturbance it is desirable to reduce in the first place.

Вступ

На даний час комплементарні фільтри на основі датчика кутової швидкості та акселерометра набули широкого використання для визначення орієнтації рухомих об'єктів внаслідок їх простоти і достатньо високої точності [1 - 5]. Основною метою їх використання є компенсація впливу сталого зміщення нуля гіроскопа і високочастотних завад у сигналі акселерометра. В той же час у реальних умовах експлуатації на точність показань акселерометрів впливають не тільки гармонічні збурення (вібрації), а й лінійні прискорення об'єкта, обумовлені зміною величини і напрямку вектора швидкості об'єкта. У роботі [1] аналізується компенсація у комплементарному фільтрі доосьового прискорення, яке має місце під час віражу літака (для цього треба мати інформації про його швидкість).

¹ КПІ імені Ігоря Сікорського

² КПІ імені Ігоря Сікорського

Постановка задачі

Метою аналізу є дослідження впливу лінійних прискорень на точність комплементарного фільтра та вибір структури фільтра із цієї точки зору.

Розв'язання задачі

На даний час для вимірювання кутового положення об'єкта найбільш часто використовується схема комплементарного фільтра, наведена на рис. 1.

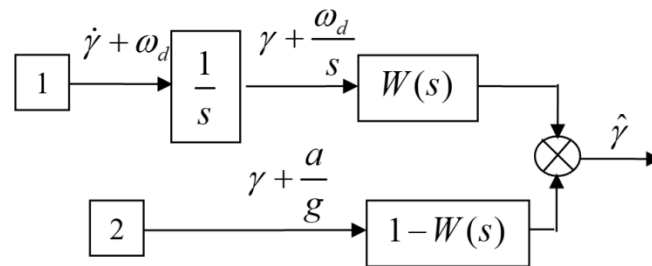


Рис. 1. Схема комплементарного фільтра

Тут 1 – гіроскоп (датчик кутової швидкості), 2 – акселерометр. γ – кут повороту об'єкта; $\hat{\gamma}$ – вихідний сигнал; ω_d – кутова швидкість дрейфу гіроскопа; a – прискорення об'єкта.

Якщо прийняти $W(s) = \frac{s}{Ts+1}$, будемо мати таку схему (рис. 2)

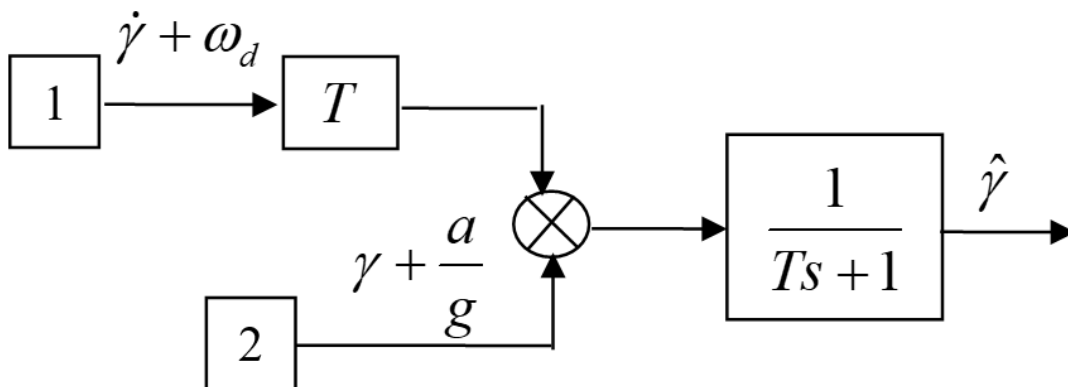


Рис. 2. Комплементарний фільтр першого порядку

Запишемо вираз для похибки фільтра

$$\delta = \frac{T}{Ts+1} \omega_d + \frac{1}{Ts+1} \frac{a(t, \tau)}{g}. \quad (1)$$

Прийmemo, що протягом короткого проміжку часу τ (кількох секунд) має місце сталe прискорення

$$a(t, \tau) = \begin{cases} a, & t \leq \tau \\ 0, & t > \tau \end{cases} = a(t) - a(t - \tau).$$

Тоді другу складову виразу (1) можна записати так

$$\delta_2(t, \tau) = \frac{a}{g} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) - \frac{a}{g} \left(1 - e^{-\frac{t-\tau}{T}} \right) = \frac{a}{g} e^{-\frac{t}{T}} \left(e^{\frac{\tau}{T}} - 1 \right). \quad (2)$$

Під час короткочасного збурення ($\tau \ll T$) маємо $e^{\frac{\tau}{T}} \approx 1 + \frac{\tau}{T}$, тобто

$$\delta_2(t, \tau) = \frac{a \tau}{g T} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (3)$$

Для зменшення його впливу стала часу T аперіодичної ланки повинна бути значно більша проміжку часу τ .

Формулу (3) можна записати у вигляді

$$\delta_2(t, \tau) = \frac{a \tau}{g T} e^{-\frac{t}{T}} = \tau \frac{d}{dt} \left\{ \frac{a}{g} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \right\} = \tau \dot{\delta}_2(t). \quad (4)$$

Цей результат можна узагальнити

$$f(t, \tau) = f(t) - f(t - \tau) = \tau \frac{f(t) - f(t - \tau)}{\tau} \approx \tau \dot{f}(t). \quad (5)$$

Враховуючи це, можна записати

$$\delta = \frac{T}{T_s + 1} \omega_d + \frac{s}{T_s + 1} \tau \frac{a}{g}. \quad (6)$$

Маємо

$$\delta_{t=0} = \frac{\tau a}{T g}; \quad \delta_{t \rightarrow \infty} \rightarrow T \omega_d. \quad (7)$$

Похибка $\delta_{t=0}$ є максимальною похибкою фільтра.

Виконаємо оцінку похибок фільтра. Для $\frac{a}{g} = 1$ похибка акселерометра складе $\arctg(1) = 45^\circ$. Прийmemo $\tau = 5c; T = 100c; \omega_d = 5 \cdot 10^{-5} 1/c$.

Отримаємо $\delta_{t=0} = \frac{a \tau}{g T} = 2,87^\circ$. Статична похибка від дрейфу гіроскопа дорівнює $\delta_{t \rightarrow \infty} = T \omega_d = 0,29^\circ$.

Результати моделювання наведено на рис. 3. Максимальну похибку можна зменшити шляхом збільшення сталою часу T . Але при цьому збільшується усталена похибка від дрейфу гіроскопа. Для $T = 200c$

результати моделювання наведено на рис. 4. (штрихова лінія ~ це похибка від дрейфу гіроскопа, штрих-пунктирна лінія ~ це похибка від прискорення, суцільна лінія ~ це сумарна похибка),

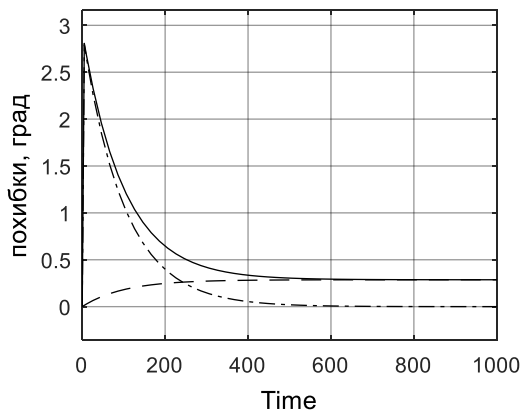


Рис. 3. Похибки фільтра першого порядку

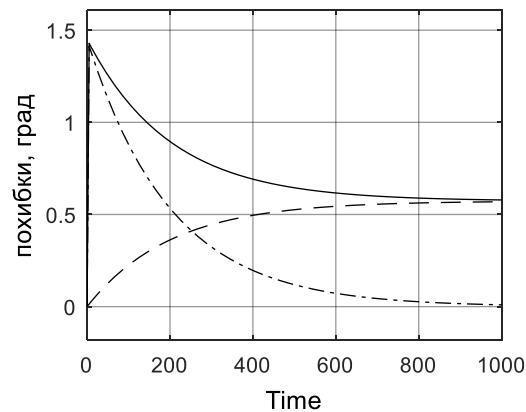


Рис. 4. Похибки фільтра першого порядку

Розглянемо використання фільтра другого порядку. Можливі 2 варіанти побудови фільтра:

$$\text{– перший варіант: } W(s) = \frac{s^2 + r_1 s}{s^2 + r_1 s + r_2}; \quad 1 - W(s) = \frac{r_2}{s^2 + r_1 s + r_2};$$

$$\text{– другий варіант: } W(s) = \frac{s^2}{s^2 + r_1 s + r_2}; \quad 1 - W(s) = \frac{r_1 s + r_2}{s^2 + r_1 s + r_2}.$$

Із точки зору усунення впливу дрейфу гіроскопа ці варіанти еквівалентні, так як в обох варіантах $W(0) = 0$. Але із точки зору зменшення впливу завад акселерометра кращим є перший варіант, так як

$$\left| \frac{r_2}{(i\omega)^2 + r_1 i\omega + r_2} \right| < \left| \frac{r_1 i\omega + r_2}{(i\omega)^2 + r_1 i\omega + r_2} \right|.$$

Цей висновок є справедливим і за

оцінки впливу короточасних прискорень.

Таким чином, будемо розглядати 2 варіанти схеми

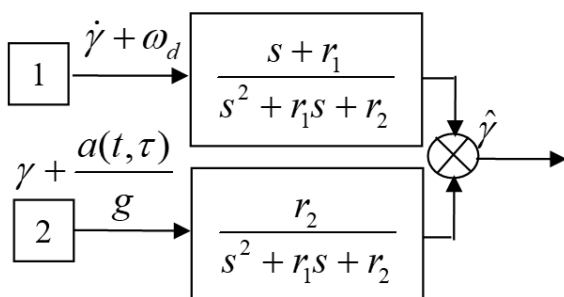


Рис. 5. Перший варіант схеми

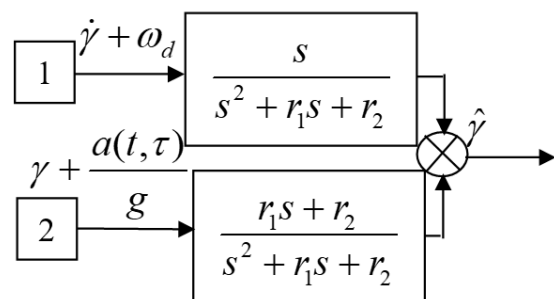


Рис. 6. Другий варіант схеми

Похибка фільтра, зображеного на рис. 5, дорівнює

$$\delta = \frac{s + r_1}{s^2 + r_1 s + r_2} \omega_d + \frac{r_2}{s^2 + r_1 s + r_2} \frac{a(t, \tau)}{g}. \quad (8)$$

Похибка фільтра, зображеного на рис. 6, дорівнює

$$\delta = \frac{s}{s^2 + r_1 s + r_2} \omega_d + \frac{r_1 s + r_2}{s^2 + r_1 s + r_2} \frac{a(t, \tau)}{g}. \quad (9)$$

Враховуючи (7), замінимо $a(t, \tau)$ на $s\tau a$. Тобто, замість (8) та (9) можна аналізувати вирази

$$\delta = \frac{s + r_1}{s^2 + r_1 s + r_2} \omega_d + \frac{r_2}{s^2 + r_1 s + r_2} s\tau \frac{a}{g} = \frac{1}{s^2 + r_1 s + r_2} \left[\left(\omega_d + r_2 \tau \frac{a}{g} \right) s + r_1 \omega_d \right]. \quad (10)$$

$$\delta = \frac{s}{s^2 + r_1 s + r_2} \omega_d + \frac{r_1 s + r_2}{s^2 + r_1 s + r_2} s\tau \frac{a}{g} = \frac{1}{s^2 + r_1 s + r_2} \left[r_1 \tau \frac{a}{g} s^2 + \left(\omega_d + r_2 \tau \frac{a}{g} \right) s \right]. \quad (11)$$

З цих виразів бачимо:

$$\text{— для першої схеми } \delta_{t=0} = 0; \quad \delta_{t \rightarrow \infty} \rightarrow \frac{r_1}{r_2} \omega_d; \quad (12)$$

$$\text{— для другої схеми } \delta_{t=0} = r_1 \tau \frac{a}{g}; \quad \delta_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0. \quad (13)$$

Прийmemo $r_1 = 3 \cdot 10^{-2}, c^{-1}$; $r_2 = 1 \cdot 10^{-4}$. Результати моделювання наведено на рис. 7. (перший варіант) та рис. 8 (другий варіант).

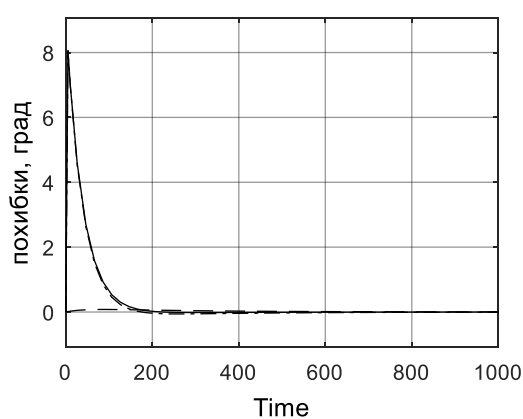
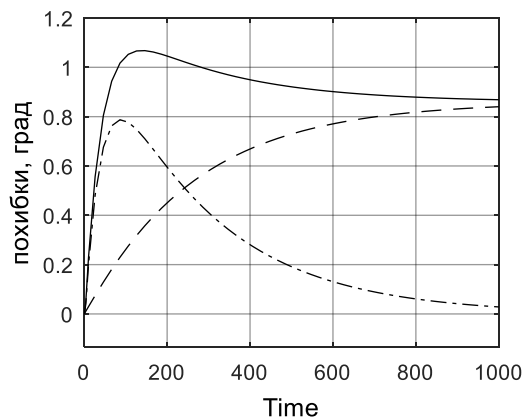


Рис. 7. Похибки фільтра другого порядку (перший варіант)

Рис. 8. Похибки фільтра другого порядку (другий варіант)

Хоча у другому варіанті відсутня статична похибка, кращим є перший варіант внаслідок значно меншої максимальної похибки $\left(\delta_{\max} \approx \frac{r_2}{r_1} \tau \frac{a}{g} \right)$. При цьому треба враховувати, що при зменшенні

відношення $\frac{r_2}{r_1}$ збільшується статична похибка від дрейфу гіроскопа $\frac{r_1}{r_2} \omega_d$.

Порівнюючи рис. 4 та рис. 7 бачимо, що результати є досить близькими. Тобто, використання більш складного фільтра другого порядку для підвищення точності показань для прийнятих параметрів завод є недоцільним.

Висновки

Системи визначення орієнтації на основі комплементарних фільтрів забезпечують значне підвищення точності показань під час значних лінійних прискорення об'єкта. Подальше підвищення точності показань можливе за умови зміни схемних рішень, зокрема, використання схем компенсації.

Список літератури

1. *Euston Mark, Coote Paul, Mahony Robert, Kim Jonghyuk and Hamel Tarek*, A Complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV, 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 22–26 Sept., 2008, p. 340–345.
2. *Mahony R., Hamel T., and Pflimlin Jean-Michel* Complementary filter design on the special orthogonal group SO(3), in Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, CDC05, Seville, Spain, December 2005. Institute of Electrical and Electronic Engineers.
3. *Alam Fakhri, ZhaiHe Zhou, and JiaJia Hu*, A Comparative Analysis of Orientation Estimation Filters using MEMS based IMU, 2nd International Conference on Research in Science, Engineering and Technology (ICRSET'2014), March 21-22, 2014 Dubai (UAE), p. 86–91.
4. *Ryzhkov L. M.* Synthesis and analysis of complementary filter for attitude determination//Electronics and Control Systems 2019. № 1 (59), p. 21-26
5. *Примушко А. М., Рижков Л. М.* Дослідження комплементарного фільтра на МЕМС-вимірювачах//Інформаційні системи, механіка та керування. 2019. Випуск 20. С. 47-53.