

УДК 629.7: 531.383

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771402020248656>

О. І. Нестеренко<sup>1</sup>, Л. М. Рижков<sup>2</sup>, *д.т.н., професор*,  
В. С. Осокін<sup>3</sup>, *бакалавр*

## МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ГІРОСТАБІЛІЗАТОРА ЗА РІЗНИХ РЕЖИМІВ ЙОГО РОБОТИ

**Ен**

The article considers the development of a mathematical model of the stabilization and rotation system in the modes of stabilization, targeting, auto-tracking of the target and electrical arrest. The output signals shall be signals proportional to the components of the angular velocities of the line of sight, the angles of pitch and dash of deviation around the axes of the gyrosystem and the angles of inconsistency of the line of sight relative to the optical axis of the homing head. The system of cardan suspension of the stabilization and rotation system is considered, where the actuators are located on the axes of rotation of the outer and inner frames of the cardan suspension. The homing head is mounted on the inner frame. The inner frame is a gyrostabilized platform. Depending on the mode of operation of the stabilization and rotation system: in the stabilization mode, the coordinate system that is stabilized is assumed to be stationary in inertial space; in the auto-tracking mode of the target, the coordinate system that is stabilized by  $Oxyz$  is returned according to the change of direction to the target; in the mode of electrical locking, the axes of the coordinate system which is stabilized by  $Oxyz$  coincide with the axes of  $Ox_0y_0z_0$  connected to the body of the main product. To obtain differential equations, the projections of the total vector of the kinetic moment of the inner and outer frames on the axis of the outer frame are taken and written according to the theorem on the change of the kinetic moment of the considered system relative to the axes of suspensions. The total moments of external forces applied to the outer and inner frames around their axes of rotation, which have the following components: moments of actuators, moments of viscous and dry friction, imbalance and other unaccounted for factors around the axes of the outer and inner frames. The moments of the forces of viscous and dry friction are presented in the classical form, taking into account the signs when changing the direction of movement. The mass of the inner frame with all devices mounted on it, and the mass of the entire movable system (outer and inner frames), as well as the radius vector characterizing the displacement of the center of mass, give a static imbalance of the movable system relative to the suspension axis of the  $i$ -th frame are components imbalance. The scientific novelty of the work is to obtain a mathematical model for a particular product, as well as the practical feasibility of their application. The result is a differential equation that fully describes this system of stabilization and rotation, takes into account the parameters of actuators, turbulent moments, as well as random effects and can be used depending on the tasks.

<sup>1</sup> КПІ ім. Ігоря Сікорського

<sup>2</sup> КПІ ім. Ігоря Сікорського

<sup>3</sup> КПІ ім. Ігоря Сікорського

**Ru**

Рассматривается разработка математической модели системы стабилизации и поворота в режимах стабилизации, целеуказания, автосопровождения цели и электрического аретування. В режиме автосопровождения цели оптический канал определяет координаты отклонения линии визирования по линии цели. Углы целеуказания выдаются относительно системы координат корпуса основного изделия в виде углов Эйлера - заданных углов поворота внешней рамки относительно корпуса и внутренней рамки относительно внешней.

### **Вступ**

Завдання розробки математичної моделі стабілізації та повороту є актуальною, так як дозволяє передбачити хід процесу стабілізації, розрахувати цільову функцію (вихідні параметри процесу), керувати процесом, проектувати системи з бажаними характеристиками. Крім того, керований гіростабілізатор дозволяє вимірювати складові кутової швидкості лінії візування об'єкта спостереження.

### **Постановка задачі**

Метою дослідження є розробка математичної моделі системи стабілізації і повороту гіростабілізатора в процесі стабілізації, цільовказівки, автосупроводу цілі та електричного аретування.

### **Диференціальні рівняння роботи система стабілізації і повороту головки самонаведення**

На рис. 1 представлена кінематична схема карданового підвісу системи стабілізації і повороту (ССП) головки самонаведення (ГСН), де позначені ВД<sub>ЗР</sub>, ВД<sub>ВР</sub> – виконавчі двигуни на осях обертання зовнішньої і внутрішньої рамок карданового підвісу. На внутрішній рамці встановлена ГСН. Внутрішня рамка є гіростабілізованою платформою. На рис. 1. показана ЛВ – лінія візування ГСН.

Введемо наступні системи координат:  $Ox_0y_0z_0$  – пов'язана із корпусом основного виробу;  $Ox_1y_1z_1$  – пов'язана із зовнішньою рамкою карданового підвісу;  $Ox_2y_2z_2$  – пов'язана із внутрішньою рамкою (ГСН). Відносні кути повороту рамок  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$  показані на рис. 2. Там же показані проекції абсолютної кутової швидкості корпусу виробу на зв'язані із ним осі  $\Omega_{x_0}$ ,  $\Omega_{y_0}$ ,  $\Omega_{z_0}$ .

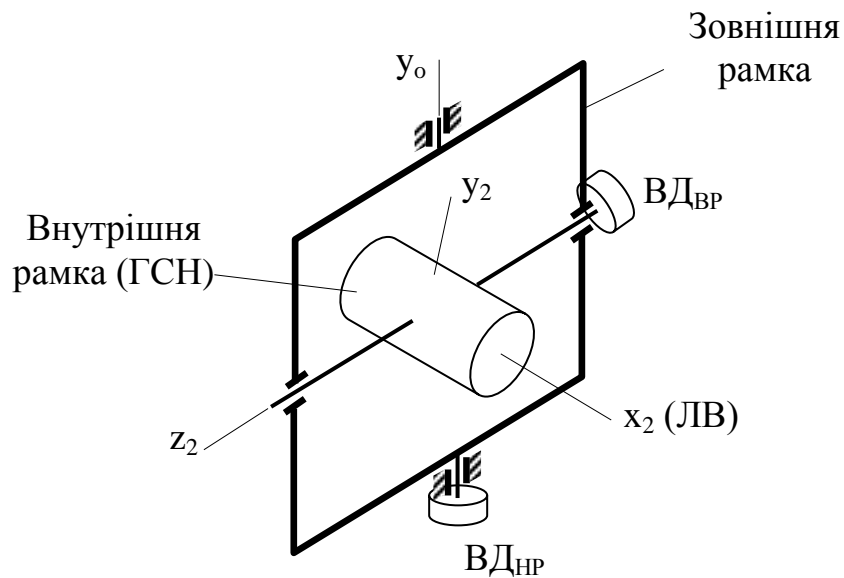


Рис. 1. Кінематична схема карданового підвісу ССП ГСН

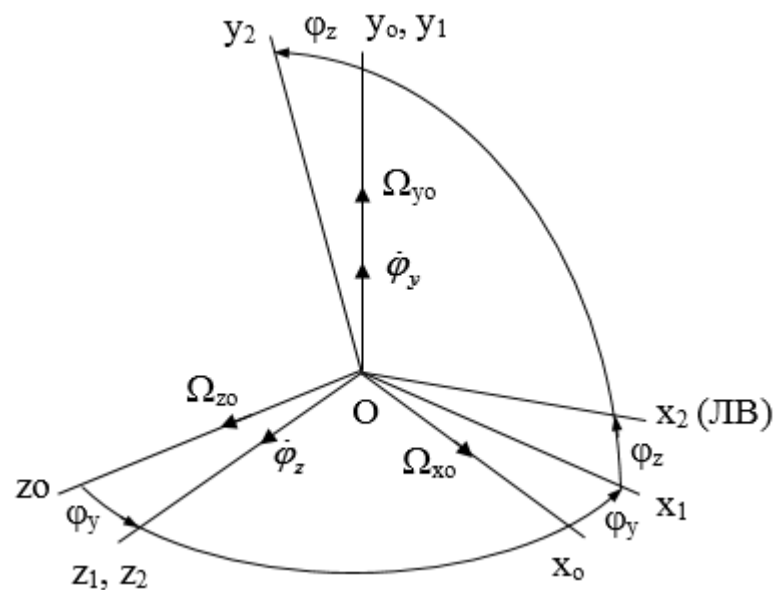


Рис. 2. Кінематика кутів повороту рамок карданового підвісу

Позначимо  $Ox_0z_0$  систему координат, у якій повинна бути стабілізована внутрішня рамка, як платформа гіростабілізатора (рис. 3), де ЛЦ – лінія цілі. Кути  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$  задають дійсний стан платформи щодо системи координат, яка стабілізується і є помилками стабілізації.

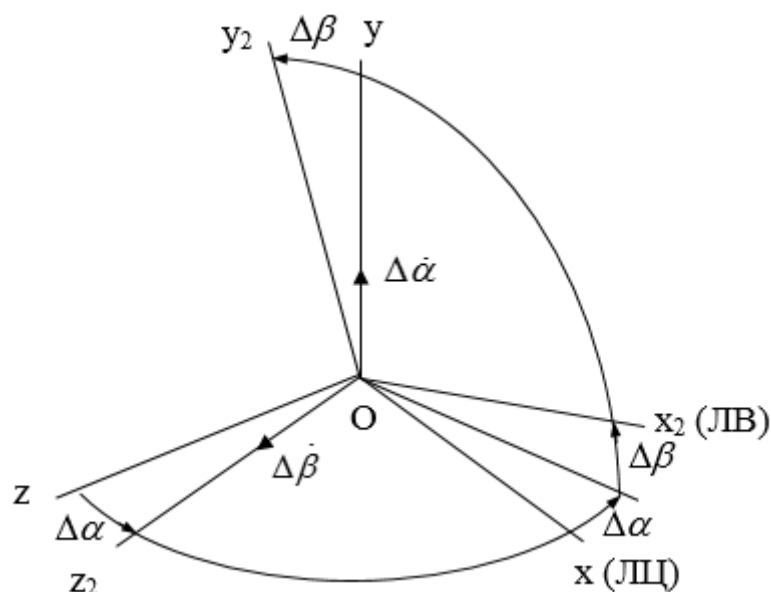


Рис. 3. Положення внутрішньої рамки (платформи) щодо системи координат яка стабілізується

Залежно від режиму роботи ССП ГСН:

- у режимі стабілізації ГСН система координат, яка стабілізується,  $Oxyz$  приймається нерухомою в інерціальному просторі;
- у режимі автосупроводу цілі система координат, яка стабілізується,  $Oxyz$  повертається відповідно до зміни напрямку на ціль;
- у режимі електричного аретування осі системи координат, яка стабілізується,  $Oxyz$  збігаються із осями  $Ox_0y_0z_0$ , пов'язаними із корпусом основного виробу.

Відповідно до рис. 2 проєкції абсолютної кутової швидкості  $\vec{\omega}_1$  повороту зовнішньої рамки на її осі  $Ox_1y_1z_1$ :

$$\begin{aligned}\omega_{1x1} &= \Omega_{x0} \cos \varphi_y - \Omega_{z0} \sin \varphi_y; \\ \omega_{1y1} &= \Omega_{y0} + \dot{\varphi}_y; \\ \omega_{1z1} &= \Omega_{x0} \sin \varphi_y + \Omega_{z0} \cos \varphi_y;\end{aligned}\quad (1)$$

проєкції абсолютної кутової швидкості  $\vec{\omega}_2$  внутрішньої рамки на її осі  $Ox_2y_2z_2$ :

$$\begin{aligned}\omega_{2x2} &= \omega_{1x1} \cos \varphi_z + \omega_{1y1} \sin \varphi_z; \\ \omega_{2y2} &= -\omega_{1x1} \sin \varphi_z + \omega_{1y1} \cos \varphi_z; \\ \omega_{2z2} &= \omega_{1z1} + \dot{\varphi}_z.\end{aligned}\quad (2)$$

Позначимо через  $J_{1x}$ ,  $J_{1y}$ ,  $J_{1z}$  моменти інерції зовнішнього рамки навколо пов'язаних із нею осей  $Ox_1y_1z_1$ , через  $J_{2x}$ ,  $J_{2y}$ ,  $J_{2z}$  моменти інерції внутрішньої рамки (навантаження) навколо пов'язаних із нею осей  $Ox_2y_2z_2$ .

Тоді проєкції вектора кінетичного моменту  $\vec{K}_2$  внутрішньої рамки на її осі:

$$K_{2x2} = J_{2x} \omega_{2x2}; \quad K_{2y2} = J_{2y} \omega_{2y2}; \quad K_{2z2} = J_{2z} \omega_{2z2}. \quad (3)$$

Проєкції сумарного вектора кінетичного моменту  $\vec{K}_1$  внутрішньої і зовнішньої рамок на осі зовнішньої рамки:

$$\begin{aligned} K_{1x1} &= J_{1x} \omega_{1x1} + K_{2x2} \cos \varphi_z - K_{2y2} \sin \varphi_z; \\ K_{1y1} &= J_{1y} \omega_{1y1} + K_{2x2} \sin \varphi_z + K_{2y2} \cos \varphi_z; \\ K_{1z1} &= J_{1z} \omega_{1z1} + K_{2z2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Відповідно до теореми про зміну кінетичного моменту диференціальні рівняння руху розглянутої системи щодо осей підвісів матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dK_{1y1}}{dt} + \omega_{1z1} K_{1x1} - \omega_{1x1} K_{1z1} &= M_{1y1}; \\ \frac{dK_{2z2}}{dt} + \omega_{2x2} K_{2y2} - \omega_{2y2} K_{2x2} &= M_{2z2}, \end{aligned} \quad (5)$$

де  $M_{1y1}$ ,  $M_{2z2}$  – сумарні моменти зовнішніх сил, прикладені до зовнішньої і внутрішньої рамок навколо їх осей обертання, які мають такі складові:

$$\begin{aligned} M_{1y1} &= M_{\delta e1} + M_{mp.e1} + M_{mp.c1} + M_{\delta e b1} + M_{возм1}; \\ M_{2z2} &= M_{\delta e2} + M_{mp.e2} + M_{mp.c2} + M_{\delta e b2} + M_{возм2}. \end{aligned} \quad (6)$$

тут  $M_{\delta e i}$ ,  $M_{mp.e i}$ ,  $M_{mp.c i}$ ,  $M_{\delta e b i}$ ,  $M_{возм i}$  – відповідно моменти виконавчих двигунів, моменти сил в'язкого і сухого тертя, дебалансу та від інших неврахованих факторів, що обурюють, навколо осей зовнішньої ( $i=1$ ) і внутрішньої ( $i=2$ ) рамок.

Моменти сил в'язкого і сухого тертя можуть бути представлені у вигляді

$$\begin{aligned} M_{mp.e1} &= -f_1 \dot{\varphi}_y; \quad M_{mp.c1} = -m_{mp1} \text{sign} \dot{\varphi}_y; \\ M_{mp.e2} &= -f_2 \dot{\varphi}_z; \quad M_{mp.c2} = -m_{mp2} \text{sign} \dot{\varphi}_z, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $f_i$  – коефіцієнти в'язкого тертя,  $m_{mp i}$  – модулі моментів сил сухого тертя щодо осі підвісу зовнішньої і внутрішньої рамок карданового підвісу.

Позначимо через  $m_2$  масу внутрішньої рамки з усіма встановленими на ній пристроями,  $m_{12}$  – масу всієї рухомої системи (зовнішньої і внутрішньої рамок);  $\vec{p}_i \{ \rho_{xi}, \rho_{yi}, \rho_{zi} \}$  – радіус-вектор, що характеризує статичний дебалансу рухомий системи щодо осі підвісу  $i$ -ї рамки;  $\vec{W} \{ W_{xo}, W_{yo}, W_{zo} \}$  –

вектор уявного лінійного прискорення основного виробу в проекціях на його осі. Тоді моменти дебалансу дорівнюватимуть

$$M_{\text{деб}1} = -m_{12}(\rho_{z1}W_{x1} - \rho_{x1}W_{z1}); \quad M_{\text{деб}2} = -m_2(\rho_{x2}W_{y2} - \rho_{y2}W_{x2}); \quad (8)$$

де  $W_{xi}, W_{yi}, W_{zi}$  – проекції прискорення на відповідні осі карданових рамок. Згідно рис. 2:

$$\begin{aligned} W_{x1} &= W_{xo} \cos \varphi_y - W_{zo} \sin \varphi_y; \quad W_{z1} = W_{xo} \sin \varphi_y + W_{zo} \cos \varphi_y; \\ W_{x2} &= W_{x1} \cos \varphi_z + W_{y1} \sin \varphi_z; \quad W_{y2} = -W_{x1} \sin \varphi_z + W_{y1} \cos \varphi_z. \end{aligned} \quad (9)$$

З урахуванням співвідношень (1) – (4) та (7) диференціальні рівняння руху ССП (5) приймуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned} &(J_{1y} + J_{2x} \sin^2 \varphi_z + J_{2y} \cos^2 \varphi_z) \dot{\omega}_{2y2} / \cos \varphi_z + f_1 \omega_{2y2} / \cos \varphi_z = \\ &= M_{\text{деб}1} - (J_{1y} + J_{2x}) \operatorname{tg} \varphi_z \dot{\omega}_{1x1} - (J_{1x} - J_{1z}) \omega_{1x1} \omega_{1z1} - \\ &- (J_{2x} \omega_{2x2} \cos \varphi_z + J_{2y} \omega_{2y2} \sin \varphi_z + J_{2z} \omega_{1x1}) \omega_{2z2} - \\ &- f_1 (\omega_{1x1} \operatorname{tg} \varphi_z - \Omega_{yo}) + M_{\text{тр.с}1} + M_{\text{деб}1} + M_{\text{возм}1}; \\ &J_{2z} \dot{\omega}_{2z2} + f_2 \omega_{2z2} = M_{\text{деб}2} + (J_{2x} - J_{2y}) \omega_{2x2} \omega_{2y2} + \\ &+ f_2 \omega_{1z1} + M_{\text{тр.с}2} + M_{\text{деб}2} + M_{\text{возм}2} \end{aligned} \quad (10)$$

Дані рівняння – основні, вони описують кутовий рух внутрішньої рамки з абсолютними кутовими швидкостями  $\omega_{2y2}, \omega_{2z2}$ .

Запишемо також рівняння руху ССП (5) у відносних кутових швидкостях  $\dot{\varphi}_y, \dot{\varphi}_z$  повороту рамок:

$$\begin{aligned} &(J_{1y} + J_{2x} \sin^2 \varphi_z + J_{2y} \cos^2 \varphi_z) \ddot{\varphi}_y + f_1 \dot{\varphi}_y = M_{\text{дв}1} - (J_{1y} + J_{2x} \sin^2 \varphi_z + \\ &+ J_{2y} \cos^2 \varphi_z) \dot{\Omega}_{oy} + \frac{1}{2} (J_{2y} - J_{2x}) [\dot{\omega}_{1x1} \sin 2\varphi_z + \omega_{1x1} \dot{\varphi}_z \cos 2\varphi_z + \\ &+ \omega_{1y1} (\omega_{1z1} + 2\dot{\varphi}_z) \sin 2\varphi_z] + J_{2z} \omega_{1x1} \dot{\varphi}_z - (J_{1x} - J_{1z} - J_{2z} + J_{2x} \cos^2 \varphi_z + \\ &+ J_{2y} \sin^2 \varphi_z) \omega_{1x1} \omega_{1z1} + M_{\text{тр.с}1} + M_{\text{деб}1} + M_{\text{возм}1}; \\ &J_{2z} \ddot{\varphi}_z + f_2 \dot{\varphi}_z = M_{\text{дв}2} - J_{2z} \dot{\omega}_{1z1} + \frac{1}{2} (J_{2x} - J_{2y}) [(\omega_{1y1}^2 - \omega_{1x1}^2) \sin 2\varphi_z + \\ &+ \omega_{1x1} \omega_{1y1} \cos 2\varphi_z] + M_{\text{тр.с}2} + M_{\text{деб}2} + M_{\text{возм}2}. \end{aligned} \quad (11)$$

## Висновки

Розроблена математична модель системи в стабілізації і повороту ГСН у процесі стабілізації, цілевказівки, автосупроводу цілі та електричного аретування.

---

**Список використаної літератури**

1. *Бесекерский В. А.*, Фабрикант Е. А. (1968) Динамический синтез систем гироскопической стабилизации. —Л.: Судостроение.
2. *Макаров И. М.*, Менский Б. М. (1982) Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал). – М.: Машиностроение.
3. *Назаров Б. И.*, Хлебников Г. А. (1975) Гиросtabilизаторы ракет.