УДК 629.73

DOI: http://dx.doi.org/10.20535/0203-3771362018149910

А. В. Збруцкий<sup>1</sup>, д.т.н., профессор, В. В. Бурнашев<sup>2</sup>, к.т.н., доцент

## РОБАСТНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

En

The motion trajectories of an aircraft with solid fuel engine cause a rapid change in flight altitude and velocity. Therefore, for such objects, the application of stationary control laws, obtained without taking into account the sensitivity to the parametric perturbations, is limited to short periods of time. When using a fixed flight path, such control laws can be stored in the memory of the onboard computer. However, this approach is not effective if during the flight it is required to change the motion trajectory depending on external conditions or to change the flight mission. The use of complex adaptive algorithms, imposes strict requirements on system hardware and reduces its reliability.

The article describes the synthesis of the supersonic aircraft motion parameters in sensitive control laws. The resulting correction devices provide the required control quality for all possible flightpaths. For their synthesis, the  $H_{\infty}$  theory, the 2-Riccati approach is used. The synthesis of the control channel of the center of mass motion and the synthesis of the roll angle control channel are considered in detail. The article contains expressions for quality criteria, their numerical values, as well as the amplitude-frequency characteristics of the system, the weight functions and the numerical values of the corrective devices parameters. The limiting changes of the aircraft motion parameters, in which corrective devices remain operational, are determined.

Ua Синтезовані закони керування параметрами руху надзвукового літального апарату, що забезпечують необхідну якість для всіх можливих траєкторій польоту. Для синтезу використовувалася Н∞ теорія. У статті наведено вирази для критеріїв якості, їх числові значення, а також амплітудно-частотні характеристики системи, вагові функції і числові значення параметрів коригувальних пристроїв.

#### Введение

Траектории движения летательных аппаратов (ЛА) с твердотопливными двигателями предполагают быстрое изменение высоты и скорости полёта [1, 2]. Поэтому для таких объектов применение стационарных законов управления, полученных без учета чувствительности к параметрическим возмущениям, ограничено короткими промежутками времени. При использовании фиксированной траектории полета такие законы управления могут храниться в памяти бортового вычислителя. Однако, этот под-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского», кафедра систем управления летательными апаратами

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> НТУУ «КПИ им. Игоря Сикорского», кафедра систем управления летательными апаратами

ход неэффективен, если во время полета требуется изменять траекторию движения в зависимости от внешних условий или изменять полетное задание. Другой подход, предполагающий применение сложных адаптивных алгоритмов, предъявляет строгие требования к аппаратной части системы и снижает ее надежность [3].

Баланс между качеством управления с одной стороны, а также простотой и надежностью системы – с другой, может быть найден на основе применения небольшого набора робастных законов управления, способных работать на всех участках возможных траекторий полета.

#### Постановка задачи

Будем рассматривать задачу синтеза робастных законов управления движением сверхзвукового летательного аппарата и исследования их работоспособности в широком диапазоне изменения скоростей и высот.

#### Математическая модель объекта управления

Летательный аппарат оснащен твердотопливным двигателем и аэродинамическими органами управления. Для стабилизации угла крена ЛА корректирующее устройство вырабатывает сигнал, управляющий сервоприводом по отклонению измеренного угла и заданного (рис. 1).



Рис. 1. Структурная схема канала управления углом крена

Каждый канал автоматического управления движением центра масс рассматриваемого ЛА состоит из внутреннего контура демпфирования колебаний углового движения и внешнего контура управления линейным ускорением (рис. 2).



Рис. 2. Структурная схема канала управления ускорением центра масс

На рис. 1 и рис. 2  $W_a$ ,  $W_{\omega}$ ,  $W_{\gamma}$  – передаточные функции летательного аппарата для ускорения a, угловой скорости  $\omega$  и угла крена  $\gamma$  соответственно;  $W_{KY1}$ ,  $W_{KY2}$ ,  $W_{KY3}$  – передаточные функции корректирующих устройств;  $\delta$  – угол поворота аэродинамического органа управления;  $f_{\omega}$ ,  $\delta^f$  – возмущения;  $a_3$ ,  $\omega_3$ ,  $\gamma_3$  – задающие воздействия. Передаточная функция сервопривода  $W_{CII}$  является звеном второго порядка с постоянной времени 0,01 с и чистым запаздыванием 0,005 с.

Одни и те же параметры передаточных функций объекта управления  $W_a$ ,  $W_{\omega}$ ,  $W_{\gamma}$  могут принимать значения, отличающиеся многократно в зависимости от выбора траектории. Кроме того они быстро изменяются во время полета. Для высоты 11000 м, скорости 571 м/с

$$W_{a} = \frac{1,519s^{2} + 0,8746s + 349,8}{0,01846s^{2} + 0,01997s + 1};$$

$$W_{\omega} = \frac{0,8747s + 0,5773}{0,01846s^{2} + 0,01997s + 1};$$

$$W_{\gamma} = \frac{1722}{s^{2} + 1,028s},$$
(1)

где *s* – переменная Лапласа. Первые несколько секунд полета ЛА имеет заднюю центровку и  $W_a$ ,  $W_{\omega}$  являются неустойчивыми:

$$W_{a} = \frac{9,337s^{2} + 11,3s + 3207}{0,1534s^{2} + 0,3628s - 1};$$

$$W_{\omega} = \frac{9,068s + 10,25}{0,1534s^{2} + 0,3628s - 1}.$$
(2)

### Требования к качеству управления движением ЛА

Регулятор должен обеспечить время переходного процесса не более 0,5 с, перерегулирование до 30 %, а также астатизм первого порядка при удовлетворительных запасах устойчивости и ограниченных отклонениях рулей. Кроме того он должен парировать возмущение, приведенное к размерности руля  $\delta^{f}$ .

Удовлетворить всем этим требованиям, а также обеспечить необходимую грубость по отношению к параметрическим возмущениям можно, применяя  $H_{\infty}$ -теорию [4]. При этом синтез канала управления движением центра масс следует осуществлять в два этапа: на первом определить передаточную функцию корректирующего устройства для внутреннего контура, а на втором – для внешнего. Критерий качества для синтеза корректирующего устройства внутреннего контура

$$\begin{vmatrix} W_{11} \Phi_{ge1} & W_{11} \Phi_{fe1} W_{13} \\ W_{12} \Phi_{gu1} & W_{12} \Phi_{fu1} W_{13} \end{vmatrix}_{\infty} \leq 1$$

где  $\Phi_{ge1} = \frac{\omega_3(s) - \omega(s)}{\omega_3(s)}; \quad \Phi_{gu1} = \frac{\delta(s)}{\omega_3(s)}; \quad \Phi_{fu1} = \frac{\delta(s)}{\delta^f(s)}; \quad \Phi_{fe1} = \frac{\omega_3(s) - \omega(s)}{\delta^f(s)};$ 

 $W_{11}, W_{12}, W_{13}$  – весовые функции.

Критерий качества для синтеза корректирующего устройства внешнего контура

$$\begin{vmatrix} W_{21} \Phi_{ge2} & W_{21} \Phi_{fe2} W_{23} \\ W_{22} \Phi_{gu2} & W_{22} \Phi_{fu2} W_{23} \end{vmatrix}_{\infty} \le 1,$$
 (3)

где  $\Phi_{ge2} = \frac{a_3(s) - a(s)}{a_3(s)};$   $\Phi_{gu2} = \frac{\omega_3(s)}{a_3(s)};$   $\Phi_{fu2} = \frac{\omega_3(s)}{f_{\omega}(s)};$   $\Phi_{fe2} = \frac{a_3(s) - a(s)}{f_{\omega}(s)};$ 

 $W_{21}, W_{22}, W_{23}$  – весовые функции.

Аналогично для канала крена

$$\begin{vmatrix} W_{31}\Phi_{ge3} & W_{31}\Phi_{fe3}W_{33} \\ W_{32}\Phi_{gu3} & W_{32}\Phi_{fu3}W_{33} \end{vmatrix}_{\infty} \leq 1,$$
 (4)

где  $\Phi_{ge3} = \frac{\gamma_3(s) - \gamma(s)}{\gamma_3(s)};$   $\Phi_{gu3} = \frac{\delta(s)}{\gamma_3(s)};$   $\Phi_{fu3} = \frac{\delta(s)}{\delta^f(s)};$   $\Phi_{fe3} = \frac{\gamma_3(s) - \gamma(s)}{\delta^f(s)};$ 

 $W_{31}, W_{32}, W_{33}$  – весовые функции.

# Синтез корректирующих устройств канала управления движением центра масс

Поиск  $W_{KY1}$ ,  $W_{KY2}$ ,  $W_{KY3}$ , удовлетворяющих критериям (2-4) осуществлялся с помощью алгоритма, использующего 2-Риккати подход [4]. Для объекта (1) получено представление корректирующих устройств в пространстве состояний:

$$\dot{X} = AX + BU;$$
  

$$Y = CX + DU,$$
(5)

где X – вектор состояния;

*Y* – выходная величина корректирующего устройства (управляющее воздействие);

*U* – входная величина корректирующего устройства.

Параметры корректирующего устройства внутреннего контура канала управления движением центра масс

При этом критерий качества (2) равен 0,89994.

На этапе синтеза внутреннего контура основное внимание уделяется подавлению возмущения  $\delta^{f}$  (рис. 3), робастности и запасам устойчивости.



Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика по возмущению внутреннего замкнутого контура канала управления движением центра масс

На этапе синтеза внешнего контура обеспечиваются основные показатели качества переходного процесса. При выборе весовых функций также важно и сложно было подавить колебания угловой скорости ЛА в диапазоне частот 20 – 45 рад/с (рис. 4).

Сплошной линией на рис. 3, рис. 4, рис. 7 показаны логарифмические амплитудно-частотные характеристики для передаточных функций, а штрих-пунктирной – соответствующие ограничения.

Для внешнего контура порядок объекта управления даже без учета весовых функций с учетом порядка  $W_{KV1}$  (6) оказывается равным 10.



Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика для управляющего воздействия внешнего замкнутого контура канала управления движением центра масс

Известно, что порядок корректирующего устройства, найденного с помощью  $H_{\infty}$ -теории равен порядку обобщенного объекта [4]. После понижения порядок  $W_{KV2}$  оказался равным 7, а параметры уравнений состояния (5):

$$B = \begin{pmatrix} -0.00582 & 0.1269 & 0.01087 & 0.2417 & 0.01145 & 0.01808 & -0.232 \\ 0.1269 & -48.52 & -32.88 & -134.6 & -7.504 & -15.08 & 189 \\ -0.01087 & 32.88 & -0.4491 & -39.01 & -1.202 & -1.337 & 17.61 \\ 0.2417 & -134.6 & 39.01 & -478.6 & -31.77 & -97.19 & 1153 \\ 0.01145 & -7.504 & 1.202 & -31.77 & -2.524 & -21.72 & 200.7 \\ -0.01808 & 15.08 & -1.337 & 97.19 & 21.72 & -9.86 & 142.6 \\ 0.232 & -189 & 17.61 & -1153 & -200.7 & 142.6 & -2095 \end{pmatrix};$$

$$B = \begin{pmatrix} -0.1115 \\ 1.233 \\ -0.103 \\ 2.328 \\ 0.11 \\ -0.173 \\ 2.221 \end{pmatrix}; C = (-0.1115 & 1.233 & 0.103 & 2.328 & 0.1099 & 0.173 & -2.221); D = 0.$$
(7)

Критерий качества (3) достиг значения 0,87818, запас устойчивости по амплитуде равен 24,8 дБ, по фазе – 83,2°.

Переходный процесс в синтезированной системе для номинальной точки (1) не имеет перерегулирования и заканчивается за 0,33 с (рис. 5). При этом руль способен отработать ступенчатое изменение задающего воздействия до 100 м/с<sup>2</sup> (рис. 6).



Рис. 5. Реакция ЛА на ступенчатое задающее воздействие 0,1 м/с $^2$ 



Рис. 6. Отклонение аэродинамического органа управления ЛА при ступенчатом задающем воздействии 0,1 м/с<sup>2</sup>

При увеличении скорости полета на высоте 11000 м время переходного процесса для ЛА с корректирующими устройствами (5 – 7) уменьшается. Однако при этом уменьшаются запасы устойчивости. Для уменьшенной скорости полета время переходного процесса будет больше. Увеличится также запас устойчивости по амплитуде. Качество управления остается удовлетворительным в диапазоне чисел Маха от 1,53 до 4,4. Однако система остается работоспособной и на меньших скоростях полета.

# Синтез корректирующего устройства контура управления углом крена

Значительное влияние на процесс синтеза  $W_{KY3}$  оказывает необходимость подавления возмущения  $\delta^f$  (рис. 7). Для  $W_{KY3}$ , удовлетворяющих критерию (4), переходный процесс в канале управления углом крена получается с перерегулированием (рис. 8).



Рис. 7. Амплитудно-частотная характеристика канала управления углом крена по возмущению



Рис. 8. Переходный процесс в канале управления углом крена

Для номинальной точки (1) параметры уравнений (5) корректирующего устройства канала угла крена

$$A = \begin{pmatrix} -1369 & 573,3 & -1,597 \cdot 10^4 & -3661 & 2,648 \cdot 10^6 \\ -667,5 & 6,884 & -1831 & -420,9 & 3,038 \cdot 10^5 \\ 0,6749 & -4,694 & 9,396 & 6,55 & -1838 \\ -0,4593 & 4,355 & -12,09 & -6,331 & 2055 \\ -33,27 & 4,021 & 99,19 & 495,1 & -2,854 \cdot 10^5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2,267 \cdot 10^4 \\ 2600 \\ -18,22 \\ 13,45 \\ 313,9 \end{pmatrix};$$
(8)

 $C = (-2,582 \ 1,106 - 31,39 - 7,198 \ 5205); D = 44,56.$ 

При этом критерий качества (4) оказался равным 0,987288.

Параметры корректирующего устройства (8) получены для весовых функций

$$W_{31} = \frac{707.9 \ s \ + \ 1.413 \cdot 10^4}{1000 \ s \ + \ 14.13}; \ W_{32} = \frac{94.87 \ s \ + \ 1.897 \cdot 10^4}{0.9487 \ s \ + \ 6 \cdot 10^4}.$$

Такое корректирующее устройство удовлетворяет требованиям к качеству управления для скоростей M=1,4-3,8. Показатели качества переходного процесса остаются удовлетворительными и для больших значений числа Маха. Однако при этом запас устойчивости по амплитуде становится неприемлемым.

# Синтез корректирующих устройств для всех возможных траекторий ЛА

Таким образом, рассчитаны законы управления для всех траекторий летательного аппарата: для горизонтального полета на высотах 300 - 14000 м для набора высоты, и для снижения.

Наиболее сложно обеспечить качество управления в первые секунды после старта (передаточные функции (2)), а также на больших высотах для низких скоростей полета из-за низкой эффективности органов управления. Так на первых пяти секундах полета в каждом контуре приходится использовать 2 корректирующих устройства, в то время как управление центром масс ЛА на всём последующем участке траектории набора высоты длительностью 13 секунд обеспечивается одним корректирующим устройством.

Стабилизацию траектории горизонтального полета в диапазоне чисел Маха M=1-4,3 для выбранной высоты из диапазона 300-9000 м получилось осуществить с помощью двух регуляторов. На высотах 10000 м и 14000 м для этого понадобилось использовать результаты синтеза в трёх и четырёх точках соответственно. Причем для скоростей выше M=1,2-2 (в зависимости от высоты) используются результаты синтеза в одной точке.

Для этапа снижения может быть достаточно одно или два корректирующих устройства в каждом контуре в зависимости от начальной высоты и формы траектории. Таким образом, для фиксированной траектории полета исследуемого сверхзвукового ЛА необходимо выполнить синтез системы в 4 – 8 точках.

При необходимости использовать набор различных траекторий процедура синтеза оказывается весьма трудоёмкой. А ее результат зависит от удачного выбора весовых функций в каждой точке. Данное исследование показало эффективность использования одинаковых весовых функций для одних и тех же значений скоростного напора. Однако одним регулятором не удается обеспечить требуемое качество для фиксированного скоростного напора во всем диапазоне высот и скоростей полета.

### Выводы

Синтезированные корректирующие устройства обеспечивают требуемое качество управления движением сверхзвукового ЛА от момента старта до окончания полета во всем диапазоне допустимых высот и скоростей.

Астатическое подавление возмущения в контуре управления углом крена обуславливает невысокие запасы устойчивости, а также наличие перерегулирования переходного процесса. При проектировании внутреннего контура канала управления движением центра масс в каждой точке траектории основное внимание следует уделять обеспечению робастности, а также подавлению возмущения, приведенного к размерности аэродинамического органа управления. Корректирующее устройство внешнего контура должно выдавать ограниченный сигнал заданной угловой скорости.

Для обеспечения требуемого качества управления исследуемого ЛА на всей траектории полета от момента старта до достижения цели необходимо выполнить процедуру синтеза робастных регуляторов в 4 – 8 точках. Чаще точки приходится брать на участках с низкой эффективностью органов управления.

Приведенные весовые функции и ограничения для амплитудночастотных характеристик можно использовать как начальные значения при синтезе систем управления других подобных летательных аппаратов.

## Список использованной литературы

- 1. Богославець Р. О. Робастна система керування безпілотним літальним апаратом / Р. О. Богославець, В. В. Бурнашев, К. В. Пономаренко // Механіка гіроскопічних систем. – 2017. – Вип. 34. – С. 14 – 21.
- Лебедев А. А. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов: учебное пособие для вузов. Издание 2-е, переработанное и дополненное. / А. А. Лебедев, Л. С. Чернобровкин — Москва: Машиностроение, 1973. — 616 с.
- Завальная О. С. Управление движением беспилотного летательного аппарата в условиях неопределенности / О. С. Завальная, В. В. Бурнашев // Механика гироскопических систем. 2015. Вып. 29. С. 15 23.
- Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Теория оптимизации автоматического управления. / К. А. Пупков, Н. Д. Егупов //– М.: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – Т. 4.– 744 с.