

УДК 621.317

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/0203-3771352018128611>

Ю. С. Шумков⁶, *к.т.н., доцент*, М. В. Грашенко⁷, *бакалавр*,
В. С. Дараган⁸, *бакалавр*

ФОРМУВАННЯ ВИПРОБУВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ СПЕЦІАЛЬНОЇ ФОРМИ НА ОСНОВІ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНИХ СПЛАЙНІВ

En

The usage of special form test signals, that is sum of exponentials allows to increase productivity and simplify technique for parameters monitoring of complex multi-element electrical circuits. The discrete synthesis technique to generate such signals based on exponential spline models is proposed.

Special exponential splines are considered in article. This splines are based on functions that described real transient signals in linear circuits. A definition of such splines is given. Exponential splines can be expressed as a combination of basis splines on finite interval. The essence of the method of generating test signals is to represent such signals as a sum of time-shifted finite exponential splines with weight coefficients.

The circuit generalized model of signal formation by splines (spline-approximation filter) is analyzed. The model includes a pulse element, a reduced discrete part, and a reduced continuous part. The transfer function equation of the reduced continuous part determines the type of functions that produced spline on each sampling interval.

Requirements to ensure continuity of the spline function and its derivatives for the transfer function of continuous part are proposed. The choice of transfer func-

⁶ НТУУ «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», кафедра автоматизації експериментальних досліджень

⁷ НТУУ «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», факультет авіаційних і космічних систем

⁸ НТУУ «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», факультет авіаційних і космічних систем

tion type of the reduced discrete part ensures the finite duration of basis functions. It is shown that the basis exponential spline is a reaction of such a circuit to a single discrete sample (impulse response characteristic). This approach allows to synthesize many different exponential splines based on typical models of linear electric circuits. Examples of synthesized splines of the second and third orders are given.

The implementation of signal formation method based on exponential splines increases the accuracy of exponential test signals generation with limited number of approximation sections, namely signals that are described by the same functions as splines. This will improve the accuracy of measuring the parameters of electrical circuits and expand the range.

Ru

Дано обоснование применения экспоненциальных испытательных сигналов в задачах измерения и контроля параметров сложных электрических цепей. Для формирования таких сигналов при ограниченном числе участков аппроксимации предложен метод экспоненциальных сплайнов. В статье рассмотрен вид экспоненциальных сплайнов, которые построены на основе функций, соответствующих реальным сигналам в линейных электрических цепях во время переходного процесса. Даны основные определения экспоненциальных сплайнов. Приведены примеры синтезированных сплайнов второго и третьего порядков. Проведен анализ математической модели цепи формирования сигналов экспоненциальными сплайнами. Определены требования к передаточной функции дискретной и непрерывной части формирующей цепи.

Вступ

Під час технологічних випробувань важливою задачею є внутрішньосхемний контроль параметрів електро-радіоелементів [1, 2]. У загальному випадку моделлю виділених ділянок схеми є багатоелементне двополосне електричне коло (БДЕК). Застосування випробувальних сигналів (ВС) спеціальної форми, а також використання перехідних процесів в електричних колах для реалізації вибіркового перетворення, дозволяє визначити параметри БДЕК за допомогою відносно простих технічних засобів та забезпечує мінімальний час контролю [3].

Так принцип вибіркового перетворення шляхом синтезу спеціальної форми ВС реалізовано під час вимірів параметрів БДЕК за методом нулів та полюсів [4]. Використовують ВС, які описуються сумою експонент – так звані експоненціальні випробувальні сигнали. Операторне зображення таких сигналів за Лапласом є дрібно-раціональна функція комплексної змінної. Нулі та полюси ВС у процесі вимірювального перетворення компенсують відповідно полюси та нулі функції імпедансу БДЕК. Тому відбувається зведення відгуку до заданої форми, зручної для аналізу. За відхиленням відгуку від заданого здійснюють допусковий контроль R, L, C - параметрів.

Застосування високопродуктивних методів вимірювання та контролю R, L, C – параметрів БДЕК потребує розв'язку ряду актуальних завдань,

а саме, розробки методу дискретного синтезу експоненціальних ВС та їх формування за допомогою цифро-аналогових засобів. Властивості апроксимуючих функцій, які використовують під час синтезу, визначають якість відтворення випробувальних сигналів. Відповідно є потреба неперервності «апроксимант» та їх похідних.

Адекватним математичним апаратом є наближення функцій експоненціальними сплайнами (ЕС) [5, 6]. Такі сплайни можуть бути побудовані на основі функцій, які відповідають реальним сигналам у лінійних електричних колах. Тому актуальним є розробка методу формування ВС на основі експоненціальних сплайнових моделей, що дозволить застосувати вказані сигнали під час вимірів.

Постановка задачі

Метою статті є викладення дискретного методу формування випробувальних сигналів на основі експоненціальних сплайнових моделей.

Теоретичні положення

Метод ЕС більш відомий як метод сплайн-функцій в обчислювальній математиці [5, 6]. У разі вимірювання є близька аналогія. Під методом ЕС у задачах вимірювань розуміємо, по перше, апроксимацію досліджуваних процесів сплайнами для здобуття їх аналітичної моделі та потім використання «апроксимант» під час обробки вимірювальної інформації. Тому властивості апроксимуючих функцій визначають якість результатів, що одержуємо під час обробки.

У нашому випадку під методом ЕС розуміємо безпосередньо генерацію «апроксимант» у вигляді електричного сигналу, і потім їх використання в якості ВС для реалізація вимірювального перетворення – параметрів електричних кіл в інший сигнал (деякий уніфікований відгук), який несе інформацію об вимірюваних параметрах. Тому властивості апроксимуючих функцій впливають на форму уніфікованого відгуку і відповідно на похибку визначення параметрів електричного кола.

Розглянемо наступний вид сплайнів. Нехай на відрізку $[a, b]$ задана система вузлових точок (сітка) $\Delta_N : a = t_0 < t_1 < \dots < t_N = b$. Позначимо через $C^{m-\nu}[a, b]$ множину $(m - \nu)$ - раз неперервно-диференційовних функцій на відрізку $[a, b]$.

Означення 1. Експоненціальний сплайн (ЕС) порядку m класу $C^{m-\nu}$ ($1 \leq \nu \leq m$) з вузлами на сітці Δ_N є кускова функцію $sf_{Gm}(t)$, яка **(а)** – на кожному відрізку $[t_i, t_{i+1}]$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$ є розв'язком деякого лінійного неоднорідного диференціального рівняння (ЛНДР) з постійними коефіцієнтами

$$\sum_{j=0}^l a_j \cdot D^{l-j} s_i(t) = \mu_i \cdot 1(t); \quad D^j = \left(\frac{d}{dt} \right)^j \quad (1)$$

(б) – при цьому $sf_{G_m}(t) \in C^{m-\nu}[a, b]$.

Експоненціальні сплайни можуть бути представлені через систему базисних сплайнів, відмінних від нуля на кінцевому інтервалі.

Означення 2. Базисні експоненціальні сплайни (БЕС) або G -сплайни порядку m класу $C^{m-\nu}[a, b]$ – є такі функції $G_{m,i}(t) \in sf_{G_m}(t)$, які $G_{m,i}(t) \neq 0$ на інтервалі $t \in [t_i, t_{i+m}]$ і $G_{m,i}(t) \equiv 0$ поза інтервалом $t \in [t_i, t_{i+m}]$.

Під порядком сплайнів $m = l + 1$ розуміємо «порядок» відтворюючих сплайн функцій, який визначається числом коренів характеристичного поліному $Q_m(p)$ із врахуванням правої частини ЛНДР (описує перехідні процеси у деякому лінійному електричному колі).

Інтервал, на якому G -сплайн відмінний від нуля, є мінімальним та однозначно визначається порядком сплайна. Функції $G_{m,i}(t)$, $i = \overline{0, N-1}$ лінійно незалежні та складають базис у просторі сплайнів $sf_{G_m}(t)$.

Розглянемо відносний масштаб. Введемо змінну $\bar{t} = n + \varepsilon$ – відносний час, пов'язаний з дійсним часом $\bar{t} = t/h$, де h – рівномірний інтервал дискретизації; $n = 0, 1, 2, \dots$; $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

Базисний G -сплайн (фінітний) порядку m може бути в загальному вигляді представлений:

$$G_m(\mathbf{a}, \bar{t}) = \begin{cases} A^*(\mathbf{a}) \cdot b_0(\varepsilon), & \bar{t} \in [0, 1]; \\ A^*(\mathbf{a}) \cdot b_1(\varepsilon), & \bar{t} \in [1, 2]; \\ \dots\dots\dots \\ A^*(\mathbf{a}) \cdot b_{m-1}(\varepsilon), & \bar{t} \in [m-1, m]; \\ 0, & \bar{t} < 0, \bar{t} > m, \end{cases} \quad (2)$$

де $A^*(\mathbf{a}) = 1 / |b_0(\varepsilon)|_{/\varepsilon=1}$ (або $A^*(\mathbf{a}) = 1 / \left| \sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) \right|_{/\varepsilon=1}$) – нормуючий множник;

m – порядок характеристичного полінома ЛНДР з урахуванням правої частини; $\bar{t} \in [0, m]$ – прив'язка до часового інтервалу; \mathbf{a} – параметри, що визначаються коренями характеристичного поліному. Функції $b_k(\varepsilon)$ визна-

чаються сумами $b_k(\varepsilon) = \sum_{i=0}^k \mu_i \phi(k-i+\varepsilon)_+$, $k = \overline{0, m-1}$; $0 \leq \varepsilon \leq 1$ деяких усіче-

них функцій $\phi(\bar{t})_+ = \begin{cases} \phi(\bar{t}), & \bar{t} \geq 0; \\ 0, & \bar{t} < 0, \end{cases}$ де $\phi(\bar{t})$ – є розв'язок ЛНДР за нульових

початкових умов, для якого $\phi(0)_+ = \phi'(0)_+ = \dots = \phi^{(m-v)}(0)_+ = 0$. Значення коефіцієнтів μ_i при елементарних функціях $\phi(k-i+\varepsilon)_+$ у виразах $b_k(\varepsilon)$ визначаються з умови $G_m(\bar{t}) \equiv 0$ поза інтервалу $\bar{t} \in [0, m]$.

За аналогією з відомим поданням ступеневих поліноміальних сплайнів через B -сплайни [6], ЕС теж можуть бути представлені через систему фінітних базисних сплайнів. Отже, експоненціальна сплайн-функція (ЕСФ) або просто сплайн $sf_{G_m}(\bar{t})$ порядку m , може бути представлений сумою:

$$sf_{G_m}(\bar{t}) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} f[n+1-i] \cdot G_m(i+\varepsilon), \quad (3)$$

де $\{f_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$ – коефіцієнти ЕСФ, що представляють, наприклад, дискретні відліки (миттєві значення) деякої неперервної, відновлюваної за допомогою ЕСФ, залежності $f(\bar{t})$. Вираз (3), представлений через кускові функції $b_k(\varepsilon)$, $k = \overline{0, m-1}$, матиме вигляд:

$$sf_{G_m}(\bar{t}) = A^*(\mathbf{a}) \{f[n+1]b_0(\varepsilon) + f[n]b_1(\varepsilon) + \dots + f[n+1-(m-1)]b_{m-1}(\varepsilon)\}, \quad (4)$$

$$\bar{t} = n + \varepsilon; \quad n = 0, 1, 2, \dots; \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1.$$

Відповідно із цим було синтезовано моделі ЕС. Приклади деяких G -сплайнів наведено на рис. 1.

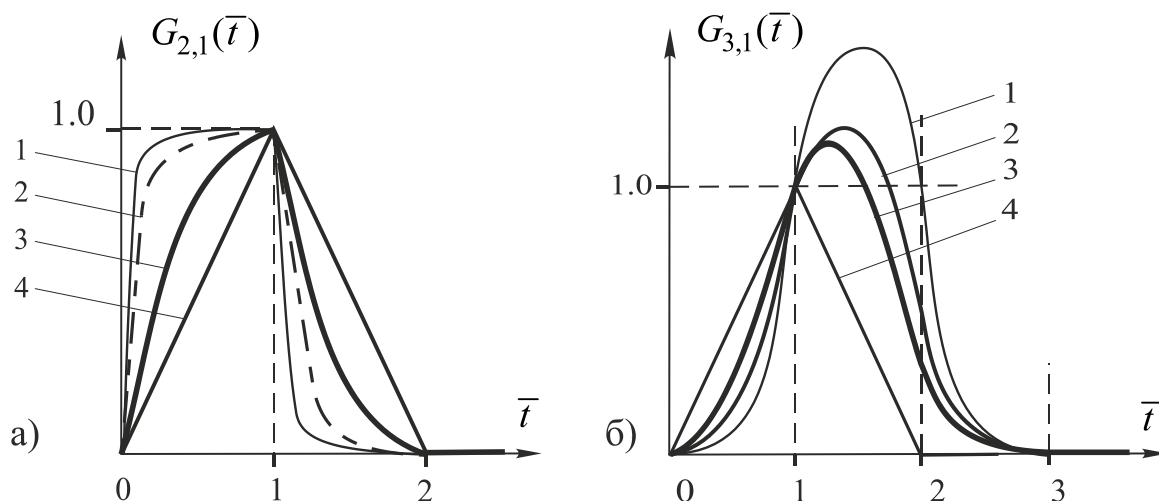


Рис. 1. Базисні експоненціальні сплайни 2-го і 3-го порядків:
 а) – G -сплайн 2-го порядку: 1. $\alpha \rightarrow \infty$; 2. $\alpha = 5,0$; 3. $\alpha = 0,5$; 4. $\alpha \rightarrow 0$;
 б) – G -сплайн 3-го порядку: 1. $\alpha \rightarrow 0$; 2. $\alpha = 1,0$; 3. $\alpha = 2,0$; 4. $\alpha \rightarrow \infty$

Приклад БЕС другого порядку (рис. 1, а):

$$G_{2,1}(\bar{t}) = \begin{cases} \frac{1}{(1-e^{-\alpha})} \cdot (1-e^{-\alpha\varepsilon}), & \bar{t} \in [0,1]; \\ \frac{1}{(1-e^{-\alpha})} \cdot (e^{-\alpha\varepsilon} - e^{-\alpha}), & \bar{t} \in [1,2]; \\ 0, & \bar{t} < 0, \bar{t} > 2. \end{cases}$$

Сплайн-функція $sf_{G_{2,1}}(\bar{t})$ має вигляд:

$$sf_{G_{2,1}}(\bar{t}) = \frac{1}{(1-e^{-\alpha})} \{ f[n+1] \cdot (1-e^{-\alpha\varepsilon}) + f[n] \cdot (e^{-\alpha\varepsilon} - e^{-\alpha}) \}, \quad \alpha = \alpha_T h.$$

Приклад БЕС третього порядку (рис. 1, б):

$$G_{3,1}(\bar{t}) = \begin{cases} \frac{1}{-1+\alpha+e^{-\alpha}} [-1+\alpha\varepsilon+e^{-\alpha\varepsilon}], & \bar{t} \in [0,1]; \\ \frac{1}{-1+\alpha+e^{-\alpha}} [1+\alpha+e^{-\alpha} - (1+e^{-\alpha}) \cdot \alpha\varepsilon - 2e^{-\alpha\varepsilon}], & \bar{t} \in [1,2]; \\ \frac{1}{-1+\alpha+e^{-\alpha}} e^{-\alpha} [-1+\alpha(\varepsilon-1)+e^{-\alpha(\varepsilon-1)}], & \bar{t} \in [2,3]; \\ 0, & \bar{t} < 0, \bar{t} > 3. \end{cases}$$

Сплайн-функція $sf_{G_{3,1}}(\bar{t})$ має вигляд:

$$sf_{G_{3,1}}(\bar{t}) = \frac{1}{-1+\alpha+e^{-\alpha}} \left\{ f[n+1] \cdot (-1+\alpha\varepsilon+e^{-\alpha\varepsilon}) + \right. \\ \left. + f[n] \cdot [1+\alpha+e^{-\alpha} - (1+e^{-\alpha}) \cdot \alpha\varepsilon - 2e^{-\alpha\varepsilon}] + f[n-1] e^{-\alpha} [\alpha(\varepsilon-1) - 1 + e^{-\alpha(\varepsilon-1)}] \right\}.$$

Значення сплайн-функції $sf_{G_{2,1}}(\bar{t})$ у вузлах за $\varepsilon=0$ и $\varepsilon=1$ та формованого сигналу, який задається дискретними відліками $f[n]$, у моменти дискретизації збігаються. Отже, сплайн другого порядку $sf_{G_{2,1}}(\bar{t})$ є інтерполюючим. Він неперервний у вузлах, але неперервність першої похідної не забезпечується.

Можна показати, що для кусково-багаточленної функції $sf_{G_{3,1}}(\bar{t}) = sf_{G_{3,1}}[n, \varepsilon]$, де $\bar{t} = n + \varepsilon$; $\varepsilon \in [0,1]$, у вузлах виконується умова неперервності як для самої функції так і для її першої похідної. Так дійсно, значення функції у вузлових точках на n -й ділянці визначається за $\varepsilon=0$ і $\varepsilon=1$. Значення сплайн-функції наприкінці попереднього відрізка $sf_{G_{3,1}}[n-1, \varepsilon]$ визначається за $\varepsilon=1$. Тобто для кожного n маємо рівність $sf_{G_{3,1}}[n-1, 1] = sf_{G_{3,1}}[n, 0]$. Отже, виконується умова неперервності сплайн-функції у вузлах.

Вираз для першої похідної сплайн-функції має вигляд:

$$sf'_{G_3}[n, \varepsilon] = \alpha \frac{f[n+1](1 - e^{-\alpha\varepsilon}) + f[n](-1 - e^{-\alpha} + 2e^{-\alpha\varepsilon}) + f[n-1]e^{-\alpha}[1 - e^{-\alpha(\varepsilon-1)}]}{(-1 + \alpha + e^{-\alpha})}$$

Аналогічно одержимо значення похідної сплайн-функції у кінцевих точках n -го відрізка за $\varepsilon = 0$ і $\varepsilon = 1$. Значення похідної в кінці попереднього відрізка $sf'_{G_{3,1}}[i-1, \varepsilon]$ визначається при $\varepsilon = 1$. Тому $sf'_{G_{3,1}}[n-1, 1] = sf'_{G_{3,1}}[n, 0]$. Тобто, виконується умова неперервності першої похідної у вузлах.

Із виразу $sf_{G_{3,1}}(\bar{t})$ випливає, що значення сплайн-функції у вузлах за $\varepsilon = 0$ і $\varepsilon = 1$ та формованого сигналу, який задається дискретними відліками $f[n]$, у моменти дискретизації не збігаються. Отже, сплайн третього порядку $sf_{G_{3,1}}(\bar{t})$ вже слід розглядати як апроксимуючий.

Відомі сплайни Шенберга $B_n(\bar{t})$ [6] у разі $n < m$ представляють частковий випадок сплайнів $G_m(\bar{t})$. Так сплайни $B_0(\bar{t})$ і $B_1(\bar{t})$ можуть бути одержані з $G_{2,1}(\bar{t})$ як границя при $\alpha \rightarrow \infty$ і $\alpha \rightarrow 0$ відповідно. Сплайни $B_1(\bar{t})$ і $B_2(\bar{t})$ можуть бути одержані з $G_{3,1}(\bar{t})$ як границя відповідно за $\alpha \rightarrow \infty$ і $\alpha \rightarrow 0$. Отже, параметр α у відмінність від $B_n(\bar{t})$ сплайнів дозволяє змінити форму експоненціального сплайна.

Узагальнена модель кола формування сигналів G -сплайнами у вигляді розімкнутої структури представлена на рис. 2, а.

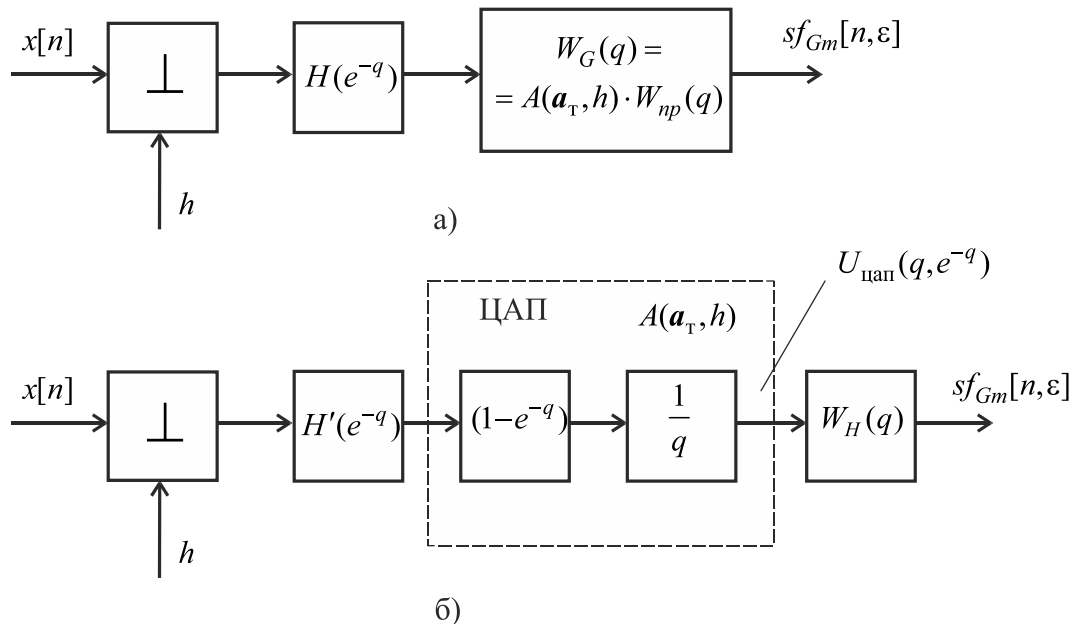


Рис. 2. Модель кола формування сигналів G -сплайнами:

- а) - узагальнена модель; б) – модель, що враховує ЦАП із регістрами пам'яті

Модель включає приведену неперервну частину (ПрНЧ) із передатною функцією (ПФ) $W_G(q) = A(\mathbf{a}_T, h) \cdot W_{np}(q)$, яка визначає вигляд і значення параметрів елементарних функцій $\phi(k-i+\varepsilon)_+$ у виразах для $b_k(\varepsilon)$, де $q = ph$ – комплексна змінна у відносному масштабі, $q = \bar{\sigma} + j\bar{\omega}$, $\bar{\omega} = \omega h$ – відносна частота; $A(\mathbf{a}_T, h)$ – нормуючий коефіцієнт; \perp – імпульсний елемент, який працює із тактом h , що відображає процес дискретизації або вже існуюче дискретне уявлення вхідного сигналу $X^*(\bar{t}) = x[n]$, де $\bar{t} = n$; $n = 0, 1, 2, \dots$, і приведену дискретну частину (ПрДЧ) з ПФ $H(e^{-q})$, що забезпечує кінцеву тривалість реакції імпульсної системи на кожний вхідний відлік $x[n]$.

У моделі, яка наведена на рис. 2, б, ЦАП із регістрами пам'яті представлений не мінімально-фазовою ланкою із ПФ $(1 - e^{-q})/q$. Множник $(1 - e^{-q})$ може бути включений у ПФ ПрДЧ $H(e^{-q}) = (1 - e^{-q})H'(e^{-q})$, де $H'(e^{-q}) = H'_{цф}(z^{-1})$ – передатна функція, наприклад, цифрового фільтру, $e^{-q} = z^{-1}$. Множник $(1/q)$ – може бути включений в ПФ ПрНЧ. Тоді $W_{np}(q) = (1/q)W_n(q)$, де $W_n(q) = [1/h] \cdot \tilde{W}_n(q)$ – ПФ деякого лінійного неперервного кола (аналоговий фільтр) у відносному масштабі, $\tilde{W}_n(q) = W_{T_n}(p)_{p=q/h}$ – звичайна ПФ аналогового фільтру (індекс «т» означає, що функція або параметр визначені у реальному масштабі часу).

У разі наявності процесу дискретизації вихідний сигнал ПрНЧ описується зміщеними решітчастими функціями (ЗРФ) [7]. Тому неперервній частині відповідає ПФ для дискретизованого сигналу, яка може бути отримана на основі переходу в область зображень дискретного перетворення Лапласа (ДПЛ):

$$W_{np}(q) = \frac{R_n(q)}{Q_m(q)} \xrightarrow{\mathcal{D}} W_{np}^*(q, \varepsilon) = K_h \cdot \frac{\sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) \cdot e^{q(m-k)}}{\sum_{j=0}^m a_j \cdot e^{q \cdot j}}, \quad m > n.$$

Індекс (*) – використовується для позначення ПФ для дискретизованих сигналів, \mathcal{D} – оператор, який встановлює зв'язок між зображенням за Лапласом неперервної функції і відповідної їй зображенням ЗРФ [7]. ПФ $W_{np}^*(q, \varepsilon)$ може бути розкладена у нескінченний степеневий ряд відносно змінної e^{-q} . Тобто, як і для неперервних систем, функції $W_{np}^*(q, \varepsilon)$ у часовій області відповідає імпульсна функція, яка відмінна від нуля на нескінченному інтервалі. Загальна ПФ формуючого кола в області ДПЛ-зображень ЗРФ матиме вигляд:

$$K_{\Sigma_{Gm}}^*(q, \varepsilon) = A(\mathbf{a}_r, h) \cdot H(e^{-q}) \cdot W_{np}^*(q, \varepsilon).$$

Необхідною і достатньою умовою одержання фінітної реакції на кожний вхідний одиничний відлік (імпульсна перехідна характеристика), є збіг полюсів аналогової частини із нулями дискретної. Отже, якщо ПФ дискретної частини матиме вигляд $H(e^{-q}) = \sum_{j=0}^m a_j \cdot e^{q(j-m)}$ (фізично реалізована), то загальна ПФ такої системи може бути представлена кінцевим числом членів ступеня e^{-q} (тобто містить виключно нулі):

$$\begin{aligned} K_{\Sigma_{Gm}}^*(q, \varepsilon) &= A(\mathbf{a}_r, h) \cdot H(e^{-q}) \cdot K_h \cdot \frac{\sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) e^{q(m-k)}}{\sum_{j=0}^m a_j e^{q \cdot j}} = \\ &= A(\mathbf{a}_r, h) \cdot K_h \cdot e^{-mq} \sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) e^{q(m-k)}. \end{aligned}$$

Цей вираз і є ДПЛ-зображенням G -сплайна $G_m^*(q, \varepsilon) = K_{\Sigma_{Gm}}^*(q, \varepsilon)$. У часовій області йому відповідає імпульсна перехідна характеристика деякого сплайн-апроксимуючого фільтру, яка $G_m(\mathbf{a}, \bar{t}) \neq 0$ на інтервалі $\bar{t} \in [0, m]$ (мінімальної тривалості) і $G_m(\mathbf{a}, \bar{t}) \equiv 0$ поза цим інтервалом. Нормуючий коефіцієнт моделі сплайна дорівнює $A^*(\mathbf{a}) = A(\mathbf{a}_r, h) \cdot K_h$.

$$G_m(\mathbf{a}, \bar{t}) = A^*(\mathbf{a}) \cdot \mathbf{D}^{-1} \left\{ e^{-mq} \cdot \sum_{k=0}^{m-1} b_k(\varepsilon) \cdot e^{q(m-k)} \right\}, \quad (5)$$

де \mathbf{D}^{-1} – оператор зворотного ДПЛ [7], \mathbf{a} – параметри ПФ ПрНЧ, $\mathbf{a} = \mathbf{a}_r h$. Змінна ε виступає як дійсний параметр, що обумовлює простий перехід у часову область до виразу (2).

Під час подачі на вхід імпульсної системи, передатна функція якої $G_m^*(q, \varepsilon)$, послідовності дискретних відліків $x[n] = f[n+1]$, зображення вхідного сигналу матиме вигляд:

$$\begin{aligned} sf_{Gm}^*(q, \varepsilon) &= G_m^*(q, \varepsilon) \cdot F^*(q, 0) \cdot e^q = \\ &= F^*(q, 0) \cdot e^q \cdot A^*(\mathbf{a}) \{ b_0(\varepsilon) + e^{-q} b_1(\varepsilon) + \dots + e^{-(m-1)q} b_{m-1}(\varepsilon) \}, \end{aligned} \quad (6)$$

де $F^*(q, 0) = \mathbf{D}\{f[n]\}$, \mathbf{D} – оператор прямого ДПЛ. Вираз $sf_{Gm}^*(q, \varepsilon)$ дає у часовій області сплайн $sf_{Gm}(\bar{t}) = sf_{Gm}[n, \varepsilon]$ (4), де $\bar{t} = n + \varepsilon$. Зсув на один відлік у бік випередження по відношенню до $f[n]$, тобто $x[n] = f[n+1]$ або $X^*(q, 0) = e^q F^*(q, 0)$, служить для компенсації часової затримки у відтво-

ренні $f(\bar{t})$. Функція $H'(e^{-q})$ може бути врахована у вхідному дискретному сигналі у вигляді $X^*(q, 0) = H'(e^{-q}) \cdot F^*(q, 0) \cdot e^q$.

Гладке сполучення кускових функцій $b_k(\varepsilon)$, $k = \overline{0, m-1}$, тобто неперервність у вузлах залежності, що генерується, та її похідних, досягається вибором виду ЛНДР або відповідної йому $W_{\text{пр}}(q) = (1/q)W_{\text{н}}(q)$ – ПФ ПрНЧ формуючого кола. Для виключення у вузлах розривів неперервності першого роду необхідною умовою є: ступінь полінома у знаменнику ПФ ПрНЧ повинна бути $m \geq 2 + n$, де n – ступінь полінома у чисельнику. Для забезпечення неперервності кускової функції, що генерується, та її першої похідної у вузлах повинно забезпечуватися умова $m \geq 3 + n$ для поліномів ПФ ПрНЧ формуючого кола і так далі.

Висновки

Суть методу синтезу випробувальних сигналів полягає у поданні сигналів зміщеними у часі фінітними експоненціальними сплайнами зі своїми ваговими коефіцієнтами. Перевагою базисних функцій є можливість їх генерації у лінійних електричних колах. Неперервна частина формуючого кола визначає вигляд сплайнів, забезпечує неперервність функції та її похідних. Дискретна частина забезпечує кінцеву тривалість базисних функцій. Очевидно також, що використання для синтезу реальних сигналів, що формуються в лінійних електричних колах, частково знімає обмеження по точності на відтворення базисних функцій через кінцевий коефіцієнт підсилення операційних підсилювачів у смузі частот.

Існує принципова можливість підвищити точність відтворення заданої форми випробувальних сигналів у разі обмеження кількості ділянок апроксимації для класу експоненціальних сигналів, які описуються такими ж самими функціями, що й сплайни. Доцільним є подальший розвиток методу експоненціальних сплайнів у частині досліджень метрологічних аспектів використання випробувальних сигналів, що сформовані на основі експоненціальних сплайнових моделей, у задачах вимірювань.

Список використаної літератури

1. *Байда Н. П.* Микропроцессорные системы поэлементного диагностирования РЭА / Н. П. Байда, И. В. Кузьмин, В. Т. Шпилевой. – М.: Радио и Связь, 1987. – 256 с.
2. *Лихтциндер Б. Я.* Автоматизация поэлементного контроля многополюсных электрических цепей / Б. Я. Лихтциндер // Измерение, контроль, автоматизация. – 1983. – Вып. 3(47). – С. 14–24.
3. *Мартяшин А. И.* Основы инвариантного преобразования параметров электрических цепей / А. И. Мартяшин, К. Л. Куликовский,

- С. К. Куроедов, Л. В. Орлова: Под ред. А. И. Мартяшина. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 216 с.
4. Туз Ю. М. Некоторые особенности контроля параметров электрических цепей по методу нулей и полюсов / Ю. М. Туз, В. П. Осадченко. // Структурные методы повышения точности, чувствительности и быстродействия измерительных приборов и систем. Респ. науч.-техн. конф. (Киев, 1985) – Киев, 1985. – С. 127, 128.
 5. Маккартин Б. Дж. Применение экспоненциальных сплайнов в вычислительной гидродинамике / Б. Дж. Маккартин // Аэрокосмическая техника. – 1984. – №4 (т. 2). – С. 13–20.
 6. Завьялов Ю. С. Методы сплайн-функций / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. – М.: Наука, 1980. – 352 с.
 7. Цыпкин Я. З. Теория линейных импульсных систем / Я. З. Цыпкин. – М.: Физматгиз, 1963. – 968 с.
 8. Улахович Д. А. Основы теории линейных электрических цепей / Д. А. Улахович. – СПб.: БХВ-Петербург, 2009. – 816 с.