Механіка гіроскопічних систем

УДК: 621.375.826

DOI: <u>https://doi.org/</u> <u>10.20535/0203-3771442022284620</u> В. В. Чіковані<sup>1</sup>, *д.т.н., професор* 

# ДИФЕРЕНЦІЙНИЙ ВІБРАЦІЙНИЙ ГІРОСКОП З ОСЕСИМЕТРИЧНИМ РЕЗОНАТОРОМ ТА МОЖЛИВОСТІ АВТОКОМПЕНСАЦІЇ ЙОГО ПОХИБОК

У роботі розглядається диференційний режим роботи вібраційного гіроскопа та його спроможності до компенсації та авто-компенсації зміщення нуля та зовнішніх збурень, шляхом установки стоячої хвилі під певними кутами. Представлені можливі варіанти компенсації зміщення нуля без механічного повороту гіроскопа, включаючи компенсацію зміщення нуля у реальному часі.

En

The work considers the differential mode of operation of the vibratory gyroscope and its ability to compensate and auto-compensate the bias and external disturbances by setting a standing wave at certain angles. The possible bias compensation options without mechanical turning of a gyro are presented, including the bias compensation in real-time.

### Вступ

Вібраційні гіроскопи особливо ті, що основані на мікро-електромеханічних системах (МЕМС гіроскопи), а також дешеві не-МЕМС гіроскопи, на сьогодні є найбільш поширеними у сучасній техніці та інтенсивне розвиваються у всьому світі. Діапазон їх застосування поширюється від автомобільної промисловості до медицини, включаючи традиційне застосування в аерокосмічній та військової галузях. Технологія вібраційних гіроскопів приваблива своєю здатністю до масового виробництва і, як наслідок, меншою вартістю. Точність дешевих, масово-вироблених гіроскопів приближається до тих, що використовуються в автономних навігаційних системах. Особливо це стосується МЕМС гіроскопів, точність яких швидко збільшується за рахунок великих зусиль багатьох науковців та інженерів усіх високотехнологічних країн світу. Є крилата фраза Neil M. Barbour із лабораторії Чарлза Дрейпера, що «МЕМС гіроскоп це інерціальний прилад, що немає маси». Однак вже сьогодні МЕМС гіроскоп достиг середньої точності на рівні 0,1 град/ч [1], та його точність продовжує зростати. Немає ні якого сумніву, що за 5-10 років МЕМС гіроскопи почнуть завойовувати ринок автономних навігаційних систем наземних, повітряних та морських рухомих об'єктів.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Національний авіаційний університет

Існує два добре відомі режими роботи вібраційних гіроскопів: перший – це режим силового врівноваження хвилі або режим датчика кутової швидкості (ДКШ), де сила Коріоліса, що виникає внаслідок обертання, компенсується петлею керування із негативним зворотним зв'язком, утримуючи стоячу хвилю у фіксованому положенні. Поблизу електрода збудження, тобто кут стоячої хвилі  $\theta = 0$  [2]. Режим ДКШ є точним у разі вимірювання невеликої кутової швидкості.

Другий режим – це інтегруючий режим, або режим вимірювання повного кута повороту, де сила Коріоліса не компенсується. Квадратурний сигнал компенсується лише для зменшення похибок вимірювань. У цьому випадку сила Коріоліса викликає обертання стоячої хвилі відносно корпусу гіроскопа, а кут її повороту пропорційний куту повороту корпусу гіроскопа відносно інерціального простору, тобто  $\theta(t) = -k\alpha$ , де k є коефіцієнт Брайана, або коефіцієнт підсилення кута. Інтегруючий режим може мати надзвичайно широкий динамічний діапазон ±7000 град/с і навіть ±18000 град/с, смугу пропускання і стабільний масштабний коефіцієнт, наприклад, 35 *ррт* навіть для дешевих гіроскопів [3, 4].

Вібраційний гіроскоп може також працювати у диференціальному режимі, де він має два канали вимірювання із позитивної  $\Omega$  та негативної –  $\Omega$  кутовими швидкостями. Різниця сигналів цих каналів збільшує кутову швидкість і компенсує похибки, які мають однакові знаки в обох каналах. Оскільки ці два вимірювальні канали існують в одному осісиметричному резонаторі, їх похибки ідентичні у багатьох аспектах, а коефіцієнт автокомпенсації під час дії зовнішніх збурень, особливо магнітних полів та звукових імпульсів на резонансної частоті, є дуже високий [5].

Примітним фактом є те, що, на відміну від лазерного і волоконнооптичного гіроскопів, усі ці три режими роботи можуть бути реалізовані в одному датчику із автоматичним перемиканням із одного режиму на інший для оптимізації похибок у залежності від умов навколишнього середовища та/або параметрів руху об'єкту [6].

Диференціальний режим роботи має додаткові можливості для компенсації впливу не тільки зовнішніх, але й внутрішніх дестабілізуючих факторів, таких як шуми, зміщення нуля та його дрейф.

#### Постановка задачі

Ця робота розглядає можливості компенсації зміщення нуля та шуму у диференційному режимі роботи вібраційного гіроскопа. Представлені залежності зміщення нуля і масштабних коефіцієнтів двох вимірювальних каналів від окружного кута хвилі, що отримані експериментальним шляхом. Представлені варіанти компенсації зміщення нуля, шляхом установки певного кута стоячої хвилі та можливості оцінювання компонентів зміщення нуля у реальному часі.

## Режими роботи вібраційного гіроскопа

Для розуміння відмінностей диференційного режиму від двох інших, режиму ДКШ та інтегруючого режиму (режиму вимірювання кута повороту), спочатку коротко розглянемо ці два режими.

У осесиметричному резонаторі, наприклад, кільце, півсфері, циліндрі, торі або будь-якому тілі обертання, збуджується пружна стояча хвиля на другій моді коливань, як показано на рис. 1. Стояча хвиля по другій моді коливань має чотири пучності (максимальна амплітуда коливань) та чотири вузла (мінімальна амплітуда коливань), що розташовані через рівні кути 45<sup>0</sup> (рис. 1). У разі обертання резонатора із кутової швидкістю  $\Omega$  виникають сили Коріоліса  $F_1, F_2, F_3, F_4$ , які породжують вторинну (коріолісову) моду коливань у напрямку результуючої сили  $F_c$ . Результуюча сила Коріоліса пропорційна кутовій швидкості,  $\Omega$ , що вимірюється. Як бачимо на рис. 1, результуюча сила Коріоліса спрямована під кутом 45<sup>0</sup> до  $X_{in}$  електроду збудження, тобто X електроду керування коливаннями, отже, вона намагається викликати вібрацію вздовж осі, що проходить через вузли  $Y_{out}$ .

$$\boldsymbol{F}_{c} = 2m \big[ \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{V} \big], \tag{1}$$

де  $m \in ефективна вібруюча маса, <math>\Omega \in вектор кутової швидкості обертання,$  $а <math>V \in вектор радіальної лінійної швидкості точок маси під час вібрації.$ 



Рис. 1. Стояча хвиля у кільцевому резонаторі

Щоб збільшити смугу пропускання гіроскопа, вібрацію вузла слід звести до нуля. Для цього вимірюється вібрація вузла на електроді X<sub>out</sub> і за

допомогою петлі керування із негативним зворотним зв'язком ця вібрація гаситься шляхом подачі рівного за амплітудою, але протилежного по фазі сигналу  $F_y$  на компенсаційний електрод  $Y_{in}$ , тобто електроду керування коливаннями. Сигнал компенсації  $F_y$ , який вимірюється, є пропорційний силі Коріоліса і, отже, кутовій швидкості  $\Omega$ .

Для мінімізації результуючого моменту, що діє на резонатор від електродів збудження  $X_{in}$  та компенсації  $Y_{in}$ , а також збільшення вимірюваних сигналів від вимірювальних електродів  $X_{out}$  і  $Y_{out}$ , всі діаметрально протилежні електроди коротко замикаються.

Завдяки компенсації сили Коріоліса у разі роботи гіроскопа у режимі ДКШ, у резонаторі існує тільки одна первинна мода коливань, яку ми збуджуємо, а стояча хвиля своїми пучністями встановлюється вздовж діаметрально протилежних електродів збудження  $X_{in}$ , обертаючись разом із резонатором із однаковою кутової швидкістю  $\Omega$ . Таким чином, кут хвилі  $\theta$  у режимі ДКШ є константою, що дорівнює нулю  $\theta = 0$ , бо кути вимірюються від електроду  $X_{in}$ .

У інтегруючому режимі сила Коріоліса, спричинена обертанням гіроскопа, не компенсується. Це призводить до суперпозиції первинної та вторинної мод вібрації та, як наслідок, до обертання стоячої хвилі, тобто обертання набору його пучностей і вузлів по окружній координаті  $\theta$  як «твердого» тіла. Цей кут  $\theta$  є пропорційний куту повороту гіроскопа відносно інерційного простору. Коефіцієнт пропорційності між цими двома кутами обертання (стоячої хвилі та корпусу гіроскопа), який є масштабним коефіцієнтом інтегруючого гіроскопа, називається коефіцієнтом Брайана [1] k або коефіцієнтом посилення кута [2].

$$\theta(t) = -k\alpha(t); \ \alpha(t) = \int_{0}^{t} \Omega(\tau) d\tau.$$
(2)

За відсутності обертання гіроскопа траєкторія руху точки елементарної маси у загальному випадку є еліпсом, зображеним на рис. 1, що не обертається та має кут  $\theta = 0$ . Однак, під час обертанні гіроскопа цей еліпс, тобто стояча хвиля, вібрує із резонансної частотою у радіальному напрямку і одночасно повертається по окружному куту  $\theta$  пропорційне куту повороту корпусу гіроскопа із коефіцієнтом запізнення *k*. Для півсферичного резонатора  $k \approx 0,32$ . Таким чином, в інтегруючому режимі кут хвилі не є константою  $\theta \neq \text{const.}$ 

## Диференційний режим роботи гіроскопа

У диференціальному режимі роботи стояча хвиля розташовується між електродами так, що кут хвилі є константою  $\theta \neq m\pi/4$ , m = 0, 1, ..., 7, тобто напрямок коливань стоячої хвилі не збігається із жодним з електродів, як показано на рис. 2.



Рис. 2. Розташування стоячої хвилі відносно електродів і осей τ<sub>min</sub> та ω<sub>min</sub> під час роботи гіроскопа у диференційному режимі

Для отримання рівняння вимірювання диференціального режиму роботи вібраційного гіроскопа розглянемо відомі динамічні рівняння стоячої хвилі на основі двовимірної моделі маятника [2], які представляються у наступному вигляді:

$$\ddot{x} - 2k\Omega \dot{y} + d_{xx} \dot{x} + d_{xy} \dot{y} + k_{xx} x + k_{xy} y = f_x;$$
  
$$\ddot{y} - 2k\Omega \dot{x} + d_{yy} \dot{y} + d_{yx} \dot{x} + k_{yy} y + k_{yx} x = f_y,$$
(3)

де

$$d_{xx} = \frac{2}{\tau} + h\cos 2\theta_{\tau}; \qquad d_{yy} = \frac{2}{\tau} - h\cos 2\theta_{\tau};$$
$$\frac{2}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}; \qquad h = \frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}; \qquad d_{xy} = h\sin 2\theta_{\tau};$$
$$k_{xx} = \omega_1^2 - \omega\Delta\omega\cos 2\theta_{\omega}; \qquad k_{yy} = \omega_2^2 - \omega\Delta\omega\cos 2\theta_{\omega};$$
$$\omega\Delta\omega = (\omega_1^2 - \omega_2^2)/2; \qquad k_{xy} = -\omega\Delta\omega\sin 2\theta_{\omega},$$

де x та y є переміщення точок резонатора у процесі вібрації вдовж осей X та Y, відповідно;  $d_{xx}$  є коефіцієнт демпфування коливань вдовж осі X;  $\tau_1$  є мінімальний час затухання вільних коливань резонатора у  $e \approx 2,718$  разів;  $\tau_2$  є максимальний час затухання вільних коливань резонатора у e разів;  $d_{yy}$  є коефіцієнт демпфування коливань резонатора вдовж осі Y;  $d_{xy}=d_{yx}$  є коефіцієнти перехресного демпфування;  $k_{xx}$ ,  $k_{yy}$  нормовані на вібруючу масу жорсткості резонатора по осях X і Y відповідно;  $\theta_{\omega}$ ,  $\theta_{\tau}$  є кути між осями мінімальної частоти (жорсткості) та мінімального демпфування (максимальної добротності) та віссю пучності стоячої хвилі відповідно, що показані на рис. 2;  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  є максимальна та мінімальна резонансні частоти;  $\Delta \omega = \omega_1 - \omega_2$  є різночастотність (розбіжність резонансних частот);  $k_{xy} = k_{yx}$  є коефіцієнти перехресної жорсткості резонатора;  $f_x$ ,  $f_y$  є керуючи сили, що нормалізовані на вібруючу масу, які діють по осях X і Y, відповідно.

Припустимо, що керуючі сили  $f_x$  і  $f_y$  прикладаються до електродів  $X_{in}$  і  $Y_{in}$ , як показано на рис. 2, так що стояча хвиля розташована під кутом  $\theta \neq m\pi/4$ , m = 0, 1, ..., 7 до електроду  $X_{in}$ , тоді їх можна визначити наступним чином:

$$f_{x} = (K_{d}^{x}\dot{x} + K_{f}^{x}x)G_{x}; \qquad f_{y} = (K_{d}^{y}\dot{y} + K_{f}^{y}y)G_{y}, \qquad (4)$$

де  $K_d^x$ ,  $K_f^x$ ,  $K_d^y$ ,  $K_f^y$  є компоненти керуючих сигналів, що відповідають за демпфування та жорсткість резонатора вздовж осей X і Y, виражені у напругах і модульовані переміщеннями x і y та їх похідними  $\dot{x}$  і  $\dot{y}$  відповідно;  $G_x$  і  $G_y$  є коефіцієнти перетворення керуючих напруг, що прикладаються до керуючих електродів  $X_{in}$  і  $Y_{in}$ , у сили  $f_x$  і  $f_y$  відповідно.

Підстановка (4) у (3) і групування членів призводить до наступних рівнянь:

$$\ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + (k_{xx} - K_f^x G_x)x + k_{xy}y = (2k\Omega - d_{xy})\dot{y} + K_d^x G_x \dot{x};$$
  
$$\ddot{y} + d_{yy}\dot{x} + (k_{yy} - K_f^y G_y)y + k_{xy}x = (-2k\Omega - d_{xy})\dot{x} + K_d^y G_y \dot{y}.$$
(5)

Члени біля змінних *x* і *y* у лівій частині рівнянь (5) відповідають за частоту вібрації вздовж осей *X* і *Y* відповідно. Керуючі сигнали  $K_f^x, K_f^y$  можна сформувати так, що частоти вібрації по осях *X* і *Y* будуть близькі одна до одної  $\omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_r$  і  $\Delta \omega \approx 0$ . Зазвичай це реалізується через обнуління квадратурного сигналу *P* за допомогою добре відомої процедури, представленої у [7]:

$$P = \pi(x\dot{y} - \dot{x}y) \to 0.$$
(6)

Реалізація процедури (6) із використанням, наприклад, ПІД-регулятора призводить до вібрації резонатора вдовж осей X і Y на однаковій частоті  $\omega_r$ . З математичної точки зору це означає, що справедливі наступні співвідношення:

$$(k_{xx} - K_f^x G_x D_x) x + k_{xy} y \approx \omega_r^2 x (k_{yy} - K_f^y G_y D_y) y + k_{xy} x \approx \omega_r^2 y.$$

$$(7)$$

Підстановка співвідношень (7) у рівняння (6) дозволяє отримати наступні рівняння:

$$\ddot{x} + d_{xx}\dot{x} + \omega_r^2 x = \left(2k\Omega - d_{xy}\right)\dot{y} + K_d^x G_x \dot{x};$$
  
$$\ddot{y} + d_{yy}\dot{x} + \omega_r^2 y = \left(-2k\Omega - d_{xy}\right)\dot{x} + K_d^y G_y \dot{y}.$$
(8)

Як бачимо із рівнянь (8), резонансні частоти по осях X і Y однакові. Це означає, що керуючі сили вирівнюють жорсткості резонатора за цими осями та компенсують перехресну жорсткість, яка характеризується коефіцієнтом  $k_{xy}$ . Взаємозалежність рівнянь (8) визначається силами Коріоліса  $2k\Omega \dot{y}$  та  $-2k\Omega \dot{x}$  і перехресним коефіцієнтом демпфування  $d_{xy}$ , який неможливо відрізнити від сили Коріоліса. Це викликає основну похибку вібраційного гіроскопа, яка називається зміщенням нуля.

Шукаємо стаціонарне рішення рівнянь (8) у вигляді:

$$x = A\cos 2\theta \sin(\omega_r t); \quad y = A\sin 2\theta \sin(\omega_r t + \varphi), \tag{9}$$

де  $\varphi \in$  постійна різниця фаз між сигналами електродів  $X_{out}$  і  $Y_{out}$ ;  $A \in$  амплітуда стоячої хвилі;  $\theta \in$  кут між електродом  $X_{in}$  і віссю пучності стоячої хвилі.

Після підстановки (9) у рівняння (8) і перетворень отримаємо наступні рівняння:

$$\begin{bmatrix} d_{xx}\cos 2\theta - (2k\Omega - d_{xy})\sin 2\theta\cos\varphi - K_d^x G_x \cos 2\theta \end{bmatrix} \cos\omega_r t = \\ = (2k\Omega - d_{xy})\sin 2\theta\sin\varphi \sin\varphi_r t ;$$

$$\begin{bmatrix} d_{yy}\sin 2\theta\cos\varphi + (2k\Omega + d_{xy})\cos 2\theta - K_d^y G_y \sin 2\theta\cos\varphi \end{bmatrix} \cos\omega_r t = \\ = (d_{yy}\sin 2\theta\sin\varphi - K_d^y G_y \sin 2\theta\sin\varphi)\sin\omega_r t .$$
(10)

Ліва і права частини рівнянь (10) можуть дорівнювати одна одній у будь-який момент часу тоді і тільки тоді, коли амплітуди відповідних синусів і косинусів резонансної частоти дорівнюють нулю. Отже, після перетворення механічних коливань (переміщень x і y) у електричні за допомогою коефіцієнтів трансформації  $D_x$  і  $D_y$  вимірювальних електродів  $X_{out}$  і  $Y_{out}$ , відповідно, отримаємо чотири рівняння:

$$D_{x}d_{xx}\cos 2\theta - (2k\Omega - d_{xy})D_{y}\sin 2\theta\cos\varphi - K_{d}^{x}D_{x}G_{x}\cos 2\theta = 0;$$

$$(2k\Omega - d_{xy})D_{y}\sin 2\theta\sin\varphi = 0;$$

$$D_{y}d_{yy}\sin 2\theta\cos\varphi + (2k\Omega + d_{xy})D_{x}\cos 2\theta - K_{d}^{y}D_{y}G_{y}\sin 2\theta\cos\varphi = 0;$$

$$D_{y}d_{yy}\sin 2\theta\sin\varphi - K_{d}^{y}D_{y}G_{y}\sin 2\theta\cos\varphi = 0.$$
(11)

Із рівнянь (11) випливає, що за різницею фаз, що дорівнює нулю  $\phi=0$ , тільки перше і третє рівняння системи залишаються ненульовими. У протилежному випадку ( $\phi=\pi/2$ ) стабільна стояча хвиля не підтримується.

Перепишемо перше і третє рівняння системи (11), поклавши  $\phi=0$ , як рівняння вимірювання диференційного режиму вібраційного гіроскопа:

$$z_x = -2k\Omega D_y \sin 2\theta + D_x d_{xx} \cos 2\theta + d_{xy} D_y \sin 2\theta; \qquad (12)$$

Прилади та методи контролю

$$z_y = 2k\Omega D_x \cos 2\theta + D_y d_{yy} \sin 2\theta + d_{xy} D_x \cos 2\theta,$$

де  $z_x$  і  $z_y$  є електричні сигнали вимірювання по осях  $X_{out}$  і  $Y_{out}$ , відповідно, що отримані після демодуляції опорним сигналом  $\cos \omega_r t$ .

Із рівнянь (12) випливає, що диференційний режим роботи дає нам інформацію про кутову швидкість – $\Omega$  і  $\Omega$  від вимірювальних електродів  $X_{out}$  і  $Y_{out}$ , відповідно. Коефіцієнт пропорційності між вхідної кутової швидкістю і вихідним сигналом (у вигляді напруги або цифрового коду) зазвичай називають масштабним коефіцієнтом гіроскопа. Диференційний гіроскоп характеризується двома масштабними коефіцієнтами за відповідними вимірювальними каналами, які позначаються  $MK_x$  і  $MK_y$ .

Компоненти вихідного сигналу, які не залежать від кутової швидкості, зазвичай називають зміщенням нуля гіроскопа. Диференційний гіроскоп також має два зміщення нуля за відповідними каналами вимірювання, які позначаються  $B_x$ , і  $B_y$ . Із (12) випливає, що вирази для введених масштабних коефіцієнтів і зміщень нуля є такі:

$$MK_{x} = 2kD_{y}\sin 2\theta; \qquad B_{x} = D_{x}d_{xx}\cos 2\theta + d_{xy}D_{y}\sin 2\theta; MK_{y} = 2kD_{x}\cos 2\theta; \qquad B_{y} = D_{y}d_{yy}\sin 2\theta + d_{xy}D_{x}\cos 2\theta.$$
(13)

Як бачимо, зміщення нуля та масштабні коефіцієнти для обох вимірювальних каналів періодично залежать від кута стоячої хвилі θ.

Результати вимірювань зміщень нуля та масштабних коефіцієнтів обох вимірювальних каналів цифрового вібраційного гіроскопа із металевим циліндричним резонатором виготовленого ПАТ «Елміз» (Київ) представлені на рис. 3 та рис. 4 [8].

Виміри проводилися за стандартної методикою визначення зміщення нуля і масштабного коефіцієнту. Вібраційний гіроскоп встановлюється на одноосьовому обертовому столі з вертикальною віссю чутливості.



Значення зміщення нуля і масштабного коефіцієнту обчислюються на основі вимірювань, отриманих під час обертання гіроскопа за та проти

годинниковою стрілкою із постійними кутовими швидкостями  $\Omega=\pm 60$  град/с. Крок зміни кута стоячої хвилі дорівнює  $\Delta \theta=4,5$  град без вимкнення гіроскопа, після зміни кута стоячої хвилі виміри повторювались. Частота знімання інформації з гіроскопа дорівнювала 500 Гц.

Для визначення зміщення нуля зі суми осереднених вимірів при обертанні гіроскопа за та проти годинниковою стрілкою відраховувалось вертикальна компонента кутової швидкості Землі. Негативні значення масштабних коефіцієнтів, що представлені на рис. З означає зміну знаку кутової швидкості.

Як бачимо на рис. 3 і рис. 4, виміри підтверджують, що зміщення нуля та масштабні коефіцієнти двох каналів є періодичними функціями із періодами  $\pi$  рад і різницею фаз, близькими до  $\pi/2$ . Крім того, ці криви перетинаються, тобто існує кут  $\theta_B$ , при якому  $B_x(\theta_B)=B_y(\theta_B)$ , та існує кут  $\theta_{MK}$ , при якому  $MK_x(\theta_{MK})=MK_y(\theta_{MK})$ . Ці кути показані на рис. 3 і рис. 4. Аналітичні вирази для цих кутів можна отримати із (13):

$$\theta_{MK} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\mathrm{MK}_{y} \left(\frac{\pi}{8}\right)}{\mathrm{MK}_{x} \left(\frac{\pi}{8}\right)}; \qquad \theta_{B} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{D_{x}}{D_{y}} \frac{d_{xx} - d_{xy}}{d_{yy} - d_{xy}}.$$
(14)

Кут  $\theta_{MK}$  можна визначити, встановивши стоячу хвилю під кутом  $\pi/8$ , тобто посередині між осями X і Y, та виміряти масштабні коефіцієнти  $MK_y(\pi/8)$  і  $MK_x(\pi/8)$  обох вимірювальних каналів стандартною методикою, як описувалося вище, обертаючи гіроскоп за та проти годинниковою стрілкою.

Розрахунки за результатами вимірів, представлених на рис. 3, дають значення  $\theta_{MK}$ =24,078 град. Масштабні коефіцієнти обох каналів коли кут однакові хвилі £  $\theta_{MK}$ i для даного гіроскопа рівні МК<sub>v</sub>(24,078)=МК<sub>r</sub>(24,078)=0,01145 1/(град/с) за кімнатної температури. Розрахунки за результатами вимірів, представлених на рис. 4, дають значення зміщення θ<sub>*B*</sub>=28,075 град, а нуля обох каналів рівні  $B_{v}(28,075) = B_{x}(28,075) = 1,826.$ 

Ясно, що при зміні температури кут  $\theta_{MK}$  буде змінюватися, однак дуже повільно, приблизно на порядок повільніше ніж самі масштабні коефіцієнти [9]. Теж саме буде і для кута  $\theta_B$ . Коли стояча хвиля розташована під кутом  $\theta_{MK}$  вібраційний гіроскоп із осесиметричним резонатором має можливість ефективно компенсувати зовнішні збурення у диференційному каналі,  $z_d = z_y - z_x$ . Ефективність компенсації зовнішніх збурень, таких як удар, вібрація, змінні та постійні магнітні поля, та звукові імпульси на резонансної частоті було підтверджено експериментально [5, 9]. Рівняння вимірювань диференційного каналу при куті хвилі  $\theta = \theta_{MK}$  записується наступним чином:

$$z_{y} - z_{x} = \mathrm{MK}_{d}(\theta_{MK}) \ \Omega + (d_{yy} - d_{xx}) \frac{D_{x}D_{y}}{\sqrt{D_{x}^{2} + D_{y}^{2}}},$$
(15)

де MK<sub>d</sub>( $\theta_{MK}$ ) =  $4k \frac{D_x D_y}{\sqrt{D_x^2 + D_y^2}}$ .

Як бачимо із (15) зміщення нуля диференційного гіроскопа у разі  $\theta = \theta_{MK}$  не має компоненту похибки  $d_{xy}$ , що характеризує перехресне демпфування.

Сума вимірів двох каналів компенсує кутову швидкість і дає інформацію у реальному часі про компоненти зміщення нуля:

$$z_{y} + z_{x} = \frac{D_{x}D_{y}}{\sqrt{D_{x}^{2} + D_{y}^{2}}} (d_{yy} + d_{xx}) + \frac{D_{y}(D_{x} + D_{y})}{\sqrt{D_{x}^{2} + D_{y}^{2}}} d_{xy}.$$
 (16)

Ці виміри можна використовувати для оцінки компонентів зміщення нуля у реальному часі, наприклад фільтром Калмана, побудувавши моделі кожного доданку, і по цим оцінкам корегувати зміщення нуля у диференційному каналі. Цей спосіб компенсації зміщення нуля у реальному часі досі не дослідуваний.

На рис. 5 представлені вихідні сигнали диференційного вібраційного гіроскопа.



Рис. 5. Вихідні сигнали диференційного вібраційного гіроскопа

Вихідні каналі  $X_{out}$  і  $Y_{out}$  вимірюють кутову швидкість ±40 град/с із різними знаками, канал X вимірює –40 град/с, а канал Y 40 град/с. Крім то-

го, із цих двох каналів формуються ще два канали Y - X та X + Y. Канал Y - X має властивості компенсувати зовнішні збурення, зміщення нуля та шуми гіроскопа, а канал X + Y дає інформацію о компонентах зміщення нуля у реальному часі, бо компенсує кутову швидкість у разі кута хвилі  $\theta = \theta_{MK}$ .

# Автокомпенсація шумів у диференційному каналі

Шуми диференційного каналу компенсуються за рахунок позитивної між канальної кореляції. Дійсно, припустимо, що середнеквадратичне відхилення (СКВ) шумів вимірювальних каналів X та Y є  $\sigma_x$  та  $\sigma_y$ , відповідно, тоді для диференційного каналу СКВ з урахуванням, що  $MK_{y-x} = MK_x + MK_y$ , визначається за наступним виразом:

$$\sigma_{y-x} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2corrcoef(X, Y)\sigma_x\sigma_y}, \qquad (17)$$

де corrcoef(X, Y) є коефіцієнт кореляції сигналів каналів X та Y.

Таким чином, якщо *corrcoef*(*X*, *Y*)>0, і зазвичай  $\sigma_x \approx \sigma_y$ , тоді  $\sigma_{y-x} < \min(\sigma_x, \sigma_y)$ .



Рис. 5. Шуми трьох каналів X, Y та Y – X диференційного гіроскопа

На рис. 5 показані шуми у статиці трьох каналів диференційного гіроскопа X, Y, Y - X, що зняті з частотою 600 Гц. Середнеквадратичне відхилення (СКВ) кожного каналу є, відповідно,  $\sigma_x = 0,02579$  град/с,  $\sigma_y = 0,030276$  град/с,  $\sigma_{y-x} = 0,012016$  град/с, тобто  $\sigma_{y-x} < \min(\sigma_x, \sigma_y)$  майже 2,2 рази. Коефіцієнт між канальної (X i Y) кореляції дорівнює 0,6391. Розрахунок по виразу (17) дає дуже близьке значення  $\sigma_{y-x} = 0,0127$ .

Більше того, під час дії на гіроскоп зовнішньої вібрації із різними частотами та амплітудами коефіцієнт між канальної (X і Y) кореляції залишається досить великим та позитивним, що призводить до компенсації (зменшення) шумів у диференційному каналі.



Рис. 6. Компенсація шумів диференційним каналом під час роботи гіроскопа на вібруючої основі

На рис. 6 представлені СКВ вихідних шумів каналів X, Y та Y - X диференційного гіроскопа працюючого у разі дії зовнішньої вібрації з частотою 100 та 300 Гц та амплітудами від 1 до 3 g.

Як бачимо із графіку диференційний канал компенсує шуми не тільки коли вібрацій нема (рис. 5) але й тоді, коли присутні вібрацій. Це здійснюється за рахунок великої між канальної кореляції. Мінімальний коефіцієнт компенсації (зменшення СКВ шумів), за даними, що представлені на рис. 6 дорівнює приблизно 1,85, а максимальний 3,1.

# Автокомпенсація зміщення нуля

Вираз (14) для  $\theta_B$  не дає можливості розрахувати кут  $\theta_B$ , для якого зміщення нуля двох вимірювальних каналів X і Y є рівними. Однак, якщо визначити цій кут, тоді зміщення нуля диференційного каналу, дорівнюватиме нулю.

Щоб визначити  $\theta_B$ , можна використати моделі зміщення нуля каналів X і Y, які випливають з даних вимірювань, представлених на рис. 4:

$$B_{x}(\theta) = A\cos\left(2\theta + \theta_{x}^{0}\right);$$
  

$$B_{y}(\theta) = B\sin\left(2\theta + \theta_{y}^{0}\right),$$
(18)

де  $A, B, \theta_x^0, \theta_y^0$  є амплітуди і фази періодичних функції зміщення нуля каналів X і Y.

Для визначення кута  $\theta_B$ , за якого  $B_x(\theta_B)=B_y(\theta_B)$ , треба зробить два виміри зміщення нуля для різних кутів  $\theta$  стоячої хвилі. Простіше усього вибрати  $\theta=0$  і  $\theta=\pi/4$ . Вимірювання зміщення нуля у цих розташуваннях стоячої хвилі робляться за методикою, яка використовувалася при отримані кривих, що представлені на рис. 4 із відрахуванням проекції кутової швидкості Землі на вісь чутливості гіроскопа.

Після визначення чотирьох значень зміщення нуля  $B_x(0)$ ,  $B_y(0)$ ,  $B_x(\pi/4)$ ,  $B_y(\pi/4)$ , параметри A, B,  $\theta_x^0$ ,  $\theta_y^0$  визначаються наступним чином:

$$\theta_x^0 = -atan \frac{B_x\left(\frac{\pi}{4}\right)}{B_x(0)}; \qquad \theta_y^0 = atan \frac{B_y(0)}{B_y\left(\frac{\pi}{4}\right)}; \tag{19}$$

$$B = \frac{B_y(0)}{\sin\theta_y^0}; \qquad A = \frac{B_x(0)}{\cos\theta_x^0}.$$

Тепер, вираз для кута  $\theta_B$  можна отримати із рішення рівняння  $B_x(\theta_B) = B_y(\theta_B)$ :

$$\theta_{B} = \frac{1}{2} atan \frac{B_{x}(0) - B_{y}(0)}{B_{y}(\pi/4) - B_{x}(\pi/4)}.$$
(20)

Так як зміщення нуля залежить від температури і, як правило, повільно дрейфує, то значення  $\theta_B$  за якого  $B_x(\theta_B) = B_y(\theta_B)$  змінюється.

Для утримання кута  $\theta_B$ , за якого зміщення нуля диференційного каналу близько до нуля, треба провести попередні випробування гіроскопа у термокамері для побудови температурної моделі зміщення нуля за кутів стоячої хвилі  $\theta = 0$  і  $\theta = \pi/4$ . Потім, під час роботи гіроскопа у режимі вимірювання кутової швидкості за показаннями датчика температури розраховувати кут  $\theta_B$  по виразу (20) та корегувати кут  $\theta_B$  шляхом подачі відповідних сигналів на керуючи електроди чутливого елементу. При цьому, зміщення нуля диференційного каналу гіроскопа буде близький до нуля при будь-якої температурі з робочого діапазону температур.

Є ще одна можливість компенсувати зміщення нуля. Як можна бачити із рис. 4, зміщення нуля каналу *Y*, якщо  $\theta = 0$  не є нуль  $B_y(0)=0,186$ . Для мінімізації зміщення нуля каналу *Y*, кут стоячої хвилі повинен бути встановлений на такому значенні, при якому крива зміщення нуля  $B_y$ , представлена на рис. 4, перетинає нульовий рівень осі абсцис. Для знаходження цього кута доцільно екстраполювати криву в околі  $\theta=0$  у від'ємну область кута  $\theta$  до перетину нульового рівня осі абсцис. Оскільки функція синус з близькими до нуля аргументами є майже лінійною, тоді можна використовувати лінійну екстраполяцію, яка показана на рис. 7. Ця процедура дає нам результат  $\theta_0 \approx -0,073$  рад $\approx -4,182$  град. При куті хвилі  $\theta_0 = -0,073$  рад ма-

сштабний коефіцієнт змінюється і дорівнює 0,01631 1/(град/с). Це лише на 0,5% менше масштабного коефіцієнта у разі кута  $\theta=0$ . Зміщення нуля за  $\theta_0 = -0,073$  рад за відрахуванням вертикальної компоненти кутової швид-кості обертання Землі, яка на широті лабораторії дорівнює 0,0032 град/с, є  $B_y(\theta_0)=0,0001064/0,01631-0,0032=0,0033$  град/с.

Таким чином, зміщення нуля зменшилося зі значення  $B_y(0) = 0,186/0,0164 - 0,0032 = 11,33468$  град/с до значення  $B_y(\theta_0) = 0,0033$  град/с, тобто більше ніж 3000 разів.



Рис. 7. Лінійне продовження кривої зміщення нуля до перетину нульового рівня

Для подальшого зменшення зміщення нуля можна використовувати метод ділення навпіл кроку по куту  $\theta$ , починаючи зі кроку  $\Delta \theta = B(0)/A_{an}$ , де  $A_{an}$  є амплітуда сигналу пучності, яка є відомою константою, встановленою під час налаштування гіроскопа, а B(0) вимірюється в першій позиції стоячої хвилі. Можна також використовувати інші методи пошуку нуля нелінійної функції, які швидше сходяться до рішення.

### Висновки

Вібраційний гіроскоп може працювати у диференційному режимі, який реалізується коли пучність стоячої хвилі не співпадає ні з одним із електродів, а фіксується у стаціонарному положенні між електродами. У диференційному режимі роботи утворюються два канали виміру X та Yіз протилежними знаками кутової швидкості та, відповідно, з двома масштабними коефіцієнтами MK<sub>x</sub>, MK<sub>y</sub> і двома зміщеннями нуля  $B_x$ ,  $B_y$ .

Масштабні коефіцієнти та зміщення нуля двох каналів періодично залежать від кута хвилі з різницею фаз близько π/2 по кожному каналу. Існують кути хвилі  $\theta_{MK}$  та  $\theta_B$ , за яких масштабні коефіцієнти та зміщеннями нуля двох каналів рівні один одному, відповідно,  $MK_x(\theta_{MK}) = MK_y(\theta_{MK})$  та  $B_x(\theta_B) = B_y(\theta_B)$ .

Коли кут хвилі дорівнює  $\theta_{MK}$ , диференційний канал,  $z_y - z_x$ , спроможний значно компенсувати зовнішні збурення, таки як удари, вібрації, постійні та змінні магнітні поля, звукові імпульси на резонансній частоті. Також, існує можливість оцінювати компоненти зміщення нуля у реальному часі в сумарному каналі,  $z_y + z_x$ , та враховувати ці компоненти для компенсації зміщення нуля в диференційному каналі.

Коли кут хвилі дорівнює  $\theta_B$ , диференційний канал компенсує зміщення нуля. Також є можливість відслідковувати кут  $\theta_B$ , коли він змінюється від температури, утримуючи зміщення нуля до близько нульового значення.

# Список використаної літератури

- Miyazaki F., Gando R., Ono D. et al. "A 0.1 DEG/H Module-Level Silicon Mems Rate Integrating Gyroscope Using Virtually Rotated Donut-Mass Structure and Demonstration of the Earth's Rotation Detection," 2021 21st International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems (Transducers), Orlando, FL, USA, 2021, pp. 402-405, doi: 10.1109/Transducers50396.2021.9495598.
- 2. Lynch D. D. "Coriolis Vibratory Gyroscope".- IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros, IEEE std.1431TM, Annex B, pp. 56-66, Dec. 2004.
- 3. Jeanroy A., Featonby P., Caron J-M. "Low-Cost Miniature and Accurate Sensors for Tactical Applications", 10-th S. Petersburg Int. Conf. on Integrated Navigation Systems, pp. 286–293, May, 2003.
- 4. Zotov S. A., Trusov A. A., Shkel A. M. "High-Range Angular Rate Sensor Based on Mechanical Frequency Modulation" Journal of microelectromechanical systems, vol. 21, no. 2, April 2012, pp. 398-405.
- 5. Valeriy Chikovani and *Olha Sushchenko* "Self-compensation for disturbances in differential vibratory gyroscope for space navigation," International Journal of Aerospace Engineering, vol. 2019, Article ID 5234061, 9 pages, 2019.
- 6. *Chikovani V., Tsiruk H., Korolova O.* "Triple-Mode Vibratory Gyroscope"// Війсково-Технічний Збірник, Національна академія сухопутних військ ім. П. Сагайдачного, Львів, №18, 2018, pp.18–24.
- 7. *Lynch D.* "Vibratory Gyro Analysis by the Method of Averaging." Proc. 2nd St. Petersburg Conf. on Gyroscopic Technology and Navigation, St. Petersburg, Russia, May 24-25, 1995, pp. 26-34.

- 8. *Chikovani V. V., Golovach S. V.* "Rate Vibratory Gyroscopes Bias Minimization by the Standing Wave Angle Installation", IEEE 40th Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2020), I. Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute, Ukraine, 2020, pp. 706-709.
- 9. *Chikovani V. V.* "Low-Cost Multi-Functional Metallic Resonator Vibratory Gyroscope", XII Int. Conf. AVIA-2015, April 2015, NAU, Kyiv, Ukraine.
- 10. Valerii V. Chikovani, Olha A. Sushchenko, and Hanna V. Tsiruk "External disturbances rejection by differential single-mass vibratory gyroscope," Acta Polytechnica Hungarica, vol. 14, no. 3, pp. 251-270, 2017.