

УДК 629.7.051.86

DOI: <https://doi.org/10.20535/0203-3771452023296670>М. В. Усатенко¹, бакалавр, О. В. Збруцький², д.т.н., професор

СИСТЕМА АВТОМАТИЧНОГО ЗБЛИЖЕННЯ СУПУТНИКА НА ОСНОВІ ТЕХНІЧНОГО ЗОРУ

Ua Описані математичні моделі динаміки обертального і поступального руху супутника на круговій орбіті та роботи системи технічного зору. Запропонований алгоритм для наведення супутника на об'єкт та визначення його відносних координат. Представлено закони керування поступальним та обертальним рухом супутника. Проведено моделювання системи автоматичного зближення за допомогою системи технічного зору та показані його результати.

En Mathematical models of the dynamics of rotational and translational motion of the satellite in a circular orbit and the operation of the technical vision system are described. The proposed algorithm for pointing the satellite at the object and determining its relative coordinates. The laws of controlling translational and rotational movement of the satellite are presented. The simulation of the automatic rendezvous system using the technical vision system was carried out and its results were shown.

Вступ

Проблема автоматичного стикування супутників є актуальною враховуючи велику кількість космічних апаратів на орбіті Землі та необхідність в їх обслуговуванні, збірці, дозаправці та переміщенні із орбіти на орбіту [1]. Це дозволить подовжити термін експлуатації цих апаратів, а також налагодити процес очищення навколоземного простору від космічного сміття із можливістю у майбутньому переробки або утилізації безпосередньо на орбіті. Це вимагає створення системи автоматичного зближення супутника із іншим об'єктом.

Відомо багато систем автоматичного зближення за допомогою радіолокаційних систем або *LiDAR* [2]. Перевагою першого можливість роботи на дальніх та середніх відстанях, але недоліком є неможливість роботи на близьких відстанях та мала роздільна здатність. Перевагою *LiDAR* є можливість здійснення вимірювань на близьких відстанях, але тільки якщо на космічному об'єкті заздалегідь був встановлений відбивач. Останнім часом активно приділяється увага на створення системи автоматичного зближення за допомогою системи технічного зору [3 - 6]. Перевагою такої

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського

² КПІ ім. Ігоря Сікорського

системи є можливість роботи на близьких відстанях та можливість визначення відносної орієнтації, але недоліком є те, що дана система не може працювати на середній та дальніх дистанціях і за умови, якщо об'єкт у тіні.

Постановка задачі

Метою статті є розробка системи автоматичного зближення супутника із космічним об'єктом за допомогою системи технічного зору, що у своєму складі містить камеру та далекомір. Вважається що супутник має систему визначення орієнтації, камеру і далекомір.

Математична модель супутника як об'єкту керування

Розглянемо рівняння, що описують динаміку поступального та обертального руху супутника. Введемо систему координат $OXYZ$ для визначення координат центру мас супутника відносно об'єкту із початком координат (точка O) у центрі мас об'єкту, вісь OX напрямлена протилежно вектору сили тяжіння, вісь OY – вздовж траєкторії орбіти об'єкту, а вісь OZ - перпендикулярна до осей OX та OY [7] (рис. 1).

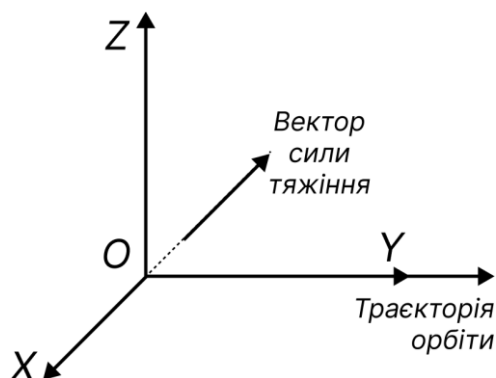


Рис. 1. Відносна система координат

Лінеаризоване рівняння поступального руху супутника із його центром мас (рівняння Вілла-Клохессі-Уілтшира) [7] мають вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{x} - 2n\dot{y} - 3n^2x = \frac{F_x}{m}; \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{F_y}{m}; \\ \ddot{z} + n^2z = \frac{F_z}{m}, \end{cases} \quad (1)$$

де F_x , F_y , F_z – проєкції результуючої сили, що діє на супутник, m – маса супутника, яка приймається постійною, n – кутова швидкість кругової орбіти об'єкта (у $рад/сек$), що розраховується за формулою [7]:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}},$$

μ – гравітаційний параметр (для Землі він приблизно дорівнює $398600 \text{ км}^3/\text{с}^2$), a – радіус кругової орбіти об'єкту.

Для подальшого синтезу регулятора представимо рівняння (1) у вигляді рівняння простору станів:

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot U, \quad (2)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3 \cdot n^2 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \cdot n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} \frac{F_x}{m} \\ \frac{F_y}{m} \\ \frac{F_z}{m} \end{bmatrix}.$$

Для синтезу законів керування обертальним рухом супутника використаємо лінеаризовані кінематичні та динамічні рівняння [8, 9], які у просторі станів приймуть вигляд (2),

$$\dot{X} = A \cdot X + B \cdot U, \quad (2)$$

де

$$A = \begin{bmatrix} a_\phi^\phi & a_\phi^\theta & 0 & a_\phi^{\omega_x} & a_\phi^{\omega_y} & a_\phi^{\omega_z} \\ a_\theta^\phi & 0 & 0 & 0 & a_\theta^{\omega_y} & a_\theta^{\omega_z} \\ a_\psi^\phi & a_\psi^\theta & 0 & 0 & a_\psi^{\omega_y} & a_\psi^{\omega_z} \\ 0 & 0 & 0 & a_{\omega_x}^{\omega_x} & a_{\omega_x}^{\omega_y} & a_{\omega_x}^{\omega_z} \\ 0 & 0 & 0 & a_{\omega_y}^{\omega_x} & a_{\omega_y}^{\omega_y} & a_{\omega_y}^{\omega_z} \\ 0 & 0 & 0 & a_{\omega_z}^{\omega_x} & a_{\omega_z}^{\omega_y} & a_{\omega_z}^{\omega_z} \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \\ \Delta\omega_x \\ \Delta\omega_y \\ \Delta\omega_z \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad U = \begin{bmatrix} \frac{M_x}{J_x} \\ \frac{M_y}{J_y} \\ \frac{M_z}{J_z} \end{bmatrix}.$$

де Δ означає відхилення параметру обертального руху супутника від програмно заданого значення, a_i^j – коефіцієнти, що залежать від програмного значення вектору простору станів, J_x, J_y, J_z – моменти інерції супутника, відповідно, вздовж осей X, Y та Z , $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекції кутової швидкості, відповідно, на осі X, Y та Z , ϕ, θ, ψ – значення кутів, відповідно, крену, тангажу та рискання.

Математична модель роботи системи технічного зору полягає у визначенні координати центра мас об'єкта на його зображенні у матриці оптичної камери у залежності від відносного положення та орієнтації супутника. Вважатимемо, що на матрицю камери, що входить у склад систе-

ми технічного зору та прив'язана до зв'язаної системи координат супутника та точка фокусу камери знаходиться у центрі мас супутника, потрапляє точка, що належить центру мас об'єкту. Щоб отримати проєкцію точки на матрицю необхідно [10]:

- розрахувати координати точки у системі координат камери;
- знайти проєкцію точки на матрицю камери;
- із проєкції точки на матрицю розрахувати положення точки на кінцевому зображенні.

Приймаючи, що лінія візування проходить вздовж осі OX зв'язаної системи координат супутника та використовуючи відповідні формули із [10], отримаємо формулу для розрахунку проєкції точки на матрицю

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & 0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_c \\ 0 & 1 & 0 & -y_c \\ 0 & 0 & 1 & -z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$y_m = f \frac{y'}{x'}, \quad z_m = f \frac{z'}{x'},$$

де x_o, y_o, z_o – координати об'єкта у системі координат, що була наведена під час опису математичної моделі поступального руху супутника відносно об'єкта,

x_c, y_c, z_c – координати камери і, відповідно, супутника,

r_{ij} – елементи матриці напрямних косинусів, що описують орієнтацію супутника відносно заданої системи координат,

f – фокусна відстань об'єктива камери,

y_m, z_m – проєкція точки на матриці камери.

Прийmemo $x_o = y_o = z_o = 0$, $x_c = x$, $y_c = y$, $z_c = z$). Тоді рівняння (3) мають наступний вигляд:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x_r \\ -y_r \\ -z_r \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

Для розрахунку проєкції точки об'єкта на матриці із координат на зображенні застосовуватимемо наступні формули:

$$y_m = \frac{w_m}{2} - u \cdot w_p, \quad z_m = \frac{h_m}{2} - v \cdot h_p,$$

де u, v – координати точки на зображенні,

w_m, w_p – відповідно, ширина матриці та пікселя,

h_m, h_p – відповідно, висота матриці та пікселя.

Алгоритм роботи системи керування включає два етапи: стабілізацію та наведення на об'єкт; зближення із об'єктом.

На першому етапі система керування забезпечує нерухоме положення супутника відносно об'єкту та наводить супутник на об'єкт за допомогою двигунів-маховиків так, що його повздовжня вісь співпадала із лінією візування камери:

$$\begin{bmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R(\varphi_{\delta}, \theta_{\delta}, \psi_{\delta}) \cdot \begin{bmatrix} -x \\ -y \\ -z \end{bmatrix},$$

де D – відстань від супутника до об'єкта,

$\varphi_{\delta}, \theta_{\delta}, \psi_{\delta}$ – бажані значення кутів, відповідно, крену, тангажу та ривкання,

R – матриця напрямних косинусів, що забезпечує зв'язок між опорною системою координат та зв'язаною системою координат:

$$r = R \cdot r_0,$$

де r_0 – вектор у опорній системі координат,

r – вектор у зв'язаній системі координат.

Для розрахунку бажаних значень кутів орієнтації необхідно знати поточні кути орієнтації та кути, які необхідно компенсувати. Виразимо це за допомогою матриці напрямних косинусів:

$$R(\varphi_{\delta}, \theta_{\delta}, \psi_{\delta}) = R(\varphi_n, \theta_n, \psi_n) \cdot R(\varphi, \theta, \psi),$$

де $\varphi_n, \theta_n, \psi_n$ – кути необхідного розвороту супутника, які визначаються за допомогою системи технічного зору.

Таким чином:

$$\begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R(\varphi_n, \theta_n, \psi_n) \cdot R(\varphi, \theta, \psi) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R(\varphi_n, \theta_n, \psi_n) \cdot \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix}.$$

Для визначення координат супутника відносно об'єкта здійснимо зворотне перетворення (матриця напрямних косинусів має властивість ортогональності):

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = R^{-1}(\varphi_n, \theta_n, \psi_n) \cdot \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R^T(\varphi_n, \theta_n, \psi_n) \cdot \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -D \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_n \cos \psi_n \\ \cos \theta_n \sin \psi_n \\ -\sin \theta_n \end{bmatrix}.$$

Позначимо ψ_n через α (кут азимуту), а кут θ_n – кут місця - e , які, приймаючи $|x_r| \gg |y_r|, |z_r|$, визначаються за формулами

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_r}{x_r} = \frac{y_m}{f} = \frac{\frac{w_m}{2} - u \cdot w_p}{f}, \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{\frac{w_m}{2} - u \cdot w_p}{f},$$

$$-\sin e = \frac{z_r}{-D} \approx \frac{z_r}{x_r} = \frac{z_m}{f} = \frac{\frac{h_m}{2} - v \cdot h_p}{f}, \quad e = \operatorname{arcsin} \frac{v \cdot h_p - \frac{h_m}{2}}{f}.$$

Отримаємо

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R^T(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = R^T(\varphi, \theta, \psi) \cdot R^T(0, e, \alpha) \cdot \begin{bmatrix} -D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Після розрахунку кутів $\varphi_\delta, \theta_\delta, \psi_\delta$ з матриці напрямних косинусів, кут φ_δ може бути прирівняний до нуля. Це спрощення не порушує роботу системи керування.

На другому етапі система керування здійснює зближення супутника із об'єктом на програмно задане значення координат, тримаючи його на лінії візування. У такому разі змінюється закон керування (коефіцієнти регулятора) для поступального руху, за допомогою якого супутник здійснює зближення.

Синтез регуляторів для керування орієнтацією супутника та лінійним рухом

Для синтезу регуляторів для стабілізації супутника, керування поступальним та обертальним рухом застосуємо метод синтезу оптимального лінійно-квадратичного регулятора з від'ємним зворотним зв'язком [3]

$$U = -K \cdot X.$$

За критерієм оптимальності

$$I = \int_0^{\infty} (X^T Q X + U^T R U) dt.$$

У результаті розв'язання рівнянь Ріккати для супутника масою 390 кг та, тензором інерції

$$J = \begin{bmatrix} 1800 & 0 & 0 \\ 0 & 7200 & 0 \\ 0 & 0 & 7200 \end{bmatrix} \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

максимальною силою тяги реактивної системи керування – 280 Н, максимальний крутний момент – 250 Нм та геостаціонарною орбітою об'єкту

знайдемо матриці керування орієнтацією K_a , положенням $K_{p.2}$ та стабілізації положення $K_{p.1}$:

$$K_a = [56,6 \cdot E_{3 \times 3} \quad 98,6 \cdot E_{3 \times 3}], K_{p.1} = [O_{3 \times 3} \quad 8,94 \cdot E_{3 \times 3}], K_{p.2} = [E_{3 \times 3} \quad 4,24 \cdot E_{3 \times 3}].$$

Структурна схема моделі системи автоматичного зближення за допомогою системи технічного зору показана на рис. 2.

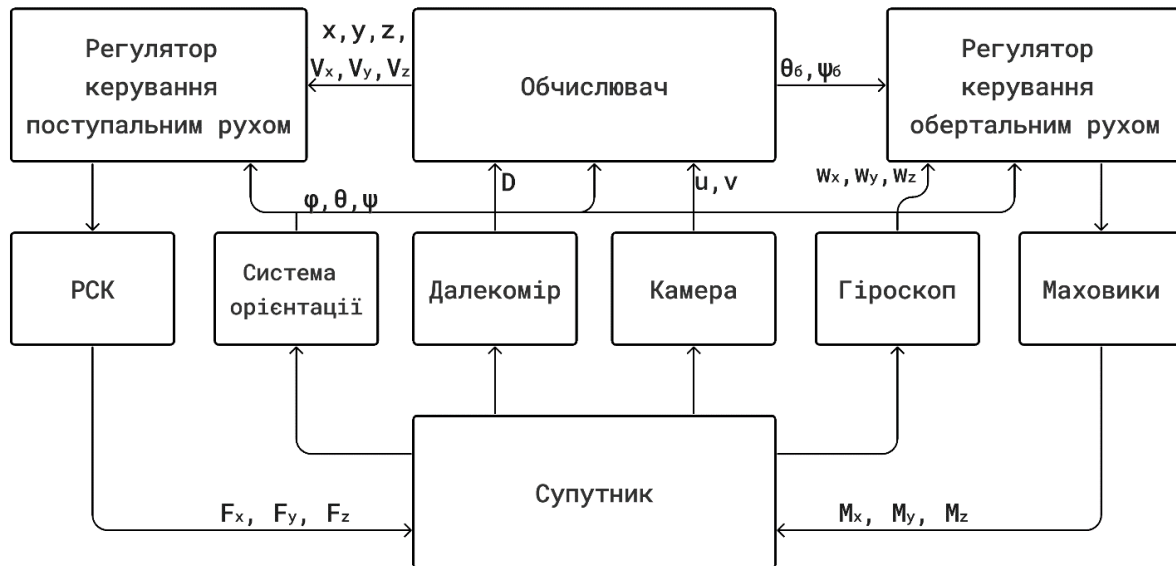


Рис. 2. Структурна схема системи автоматичного зближення

Для моделювання її прийемо значення лінійних координат початкового положення x , y та z : 48, -10 та 9 м; відповідні їм:

- початкові лінійні швидкості: 1, -0,8 та 0,5 м/с;
- програмне лінійне положення: 5, 0 та 0 м;
- початкові кути φ , θ , ψ : 0, 0 та 180 град;
- кутові швидкості ω_x , ω_y , ω_z : 0, 0 та 0 град/с;
- фокусна відстань камери 25 мм;
- ширина матриці 16,6 мм; висота матриці 14 мм;
- ширина та висота пікселя 6,5 мкм; частота опитування давачів 75 Гц.

Результати моделювання

У результаті проведення моделювання системи автоматичного зближення у програмі *Simulink* були отримані графіки зміни координат супутника відносно об'єкту (рис. 3) та проєкції точки на матрицю камери (рис. 4).

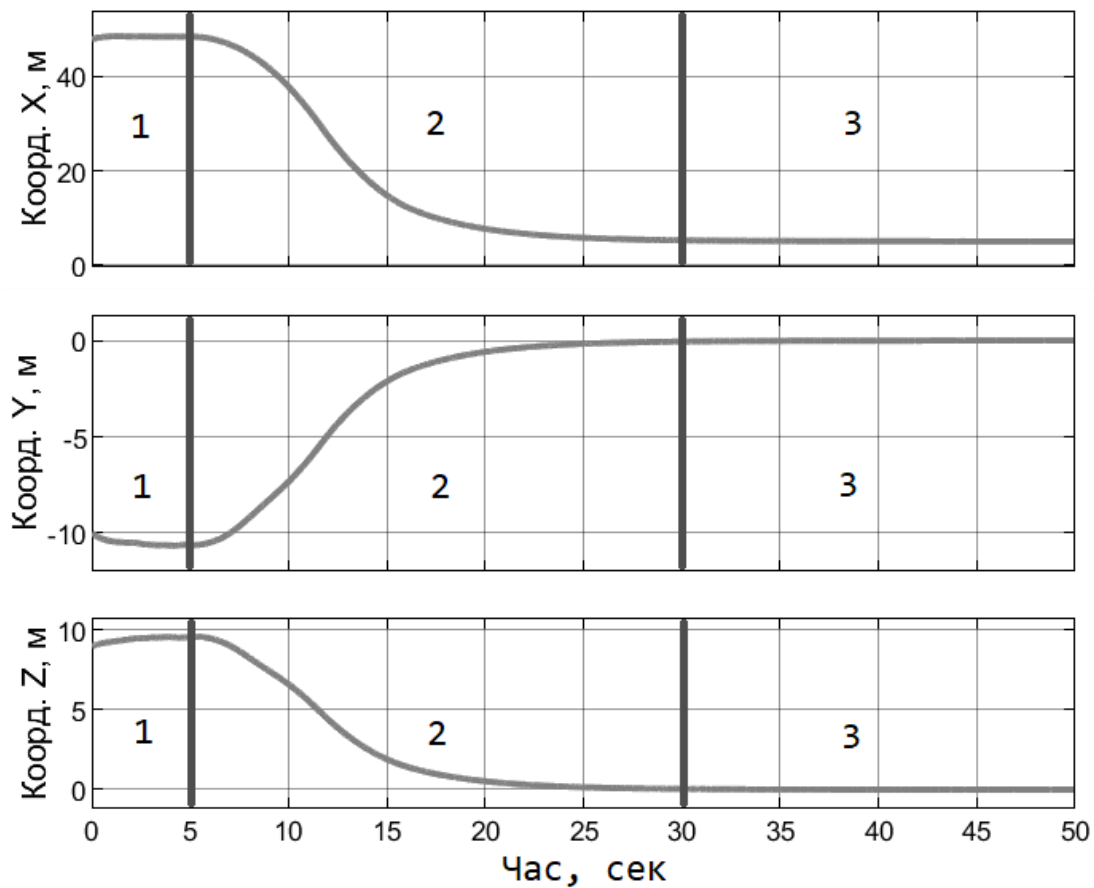


Рис. 3. Графік зміни координат супутника протягом моделювання

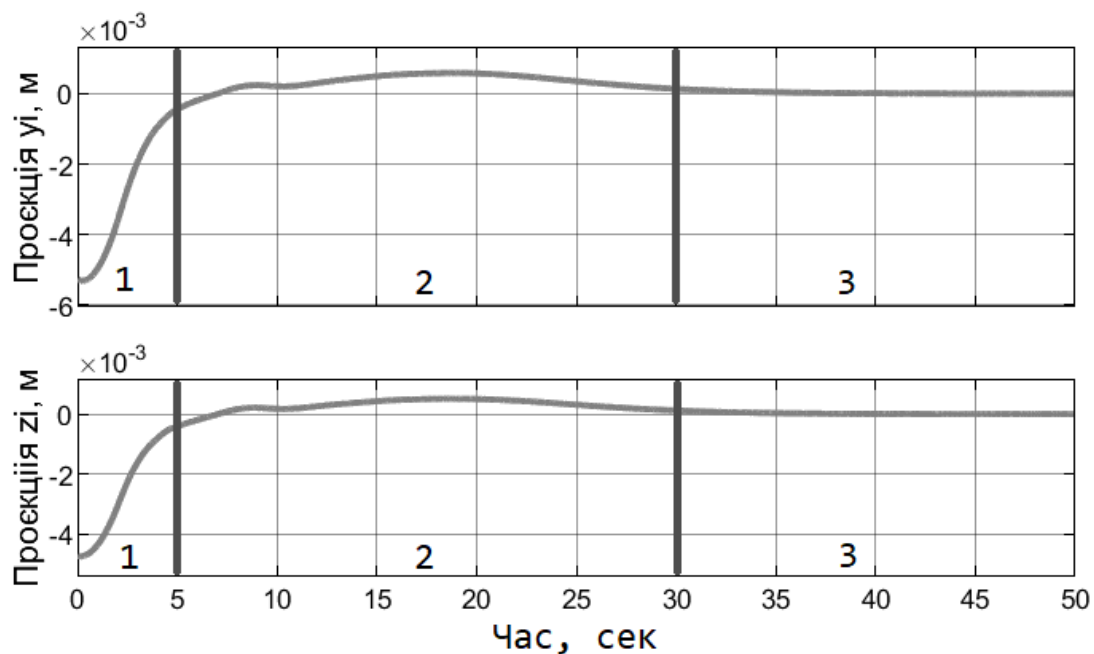


Рис. 4. Графік зміни проекції точки на матрицю протягом моделювання

Графіки (рис. 3 та рис. 4) поділені на три сектори: перший етап, другий етап, утримання. На першому етапі (із 0 до 5 с (рис. 3)) супутник стабілізував своє положення відносно об'єкту та як ми бачимо із рис. 4, навівся на нього. На другому етапі (із 5 до 30 с) супутник здійснював переміщення до програмно заданого значення (рис. 3) та утримував об'єкт на лінії візування (рис. 4). На 18-й секунді виконання другого етапу було найбільше відхилення від лінії візування через швидке наближення супутника до об'єкту (рис. 4). В режимі утримання супутник тримав стабільне положення та орієнтацію (рис. 3, рис. 4).

Висновки

Запропонований алгоритм системи автоматичного зближення супутника із об'єктом на основі технічного зору зі вибраними характеристиками оптичної камери є працездатним та забезпечує хороші динамічні характеристики процесу зближення по швидкодії та точності.

Список використаної літератури

1. *Алпатов А. П.* Космічне сміття: аспекти проблеми // Технічна механіка, 2018, № 1, с. 30-47.
2. *Harvey Gomez, Toralf Boge.* Relative Navigation Determination in the Capture of Non-Cooperative Targets// ESA. Proc. '6th European Conference on Space Debris'. Darmstadt, Germany, 2013, vol. 6, p. 54-61.
3. *Gubarev V., Volosov V., Salnikov N., Shevchenko V., Melnychuk S., and Maksymyuk L.* Computer Vision System For Spacecraft Relative Pose Determination During Rendezvous And Docking//Science and Innovation 17, № 2, 2022, p. 50–63.
4. *Diego De Rose, Fabio Curti.* A computer Vision Tool for Atv Rendezvous// ESA. Proc. 6th International ESA Conference on Guidance, Navigation and Control Systems. Loutraki, Greece, 2005, vol. 9, p. 34-48.
5. *Petit A., Marchand E., Kanani K.* Vision-based Space Autonomous Rendezvous : A Case Study// IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'11, 2011, San Francisco, USA, United States. pp. 619-624.
6. Research on technology to rendezvous with space debris. JAXA. веб-сайт. URL: <https://www.kenkai.jaxa.jp/eng/research/debris/deb-rendezvous.html> (дата звернення: 4.11.2023).
7. *Curtis, Howard D.* Orbital Mechanics for Engineering Students (3rd ed.). 2014, Oxford, UK, Elsevier. p. 383–387.
8. *Павловський М. А.* Теоретична механіка//Київ – Техніка, 2002, 510 с.
9. *Burnashev V. V., Zbrutskiy O. V., Marynych Y. M.* Micro-satellite orientation control system with rotation wheels// Mechanics of gyroscopic systems, Kyiv, №44, 2022, p. 20 – 30.
10. Lecture 12: Camera Projection. Robert Collins CSE486, Penn State : веб-сайт. URL: <https://www.cse.psu.edu/~rtc12/CSE486/lecture12.pdf> (дата звернення: 4.11.2023).