

УДК 519.688

DOI: <http://dx.doi.org/10.20535/0203-3771382019202953>

Т. В. Хомин¹, бакалавр, І. С. Кривохатько², к.т.н., доцент

АВТОМАТИЗАЦІЯ РОЗРАХУНКУ ЕНЕРГО-БАЛІСТИЧНОЇ ТРАЄКТОРІЇ ПОЛЬОТУ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТА

En

The use of modern digital computing technology allows you to calculate a large amount of information quickly and with the required accuracy. Therefore, in today practice of ballistic calculations, numerical simulation of aircraft motion, which reflects real flight with certain tolerances, is actively used.

The mathematical dependencies that describe the motion of the aircraft are non-linear systems of differential equations. As it is known, in general case it is impossible to find solutions to such equations in simple functions. Therefore, to solve this problem numerical integration of differential equations by the Runge - Kutta method was used.

The advantage of the method in C # implementing is the wide ability to change the initial conditions, aircraft parameters, flight conditions, clear display of calculations results, speed of calculations, which is very important for design problems solving.

Two solid fuel adjustable missiles which are identical in design and differ only in the presence of a block of pulsed engines were designed for the research.

¹ КПІ ім. Ігоря Сікорського

² КПІ ім. Ігоря Сікорського

The article presents simplifications accepted for this calculation, differential equations system, aerodynamic and mass - dimensional characteristics of both missiles, the flight paths of the products in the main window of the implemented program, additional trajectory characteristics in the form of graphs and comparison of the flight ranges of both missiles.

Thus, by calculating the flight trajectory we obtained the following increase in range from a block of pulsed engines: for the initial start angles 35° – 22.4%, 40° – 18.2%, 45° – 14.3%, 52° – 8.2%.

Ru

В данной работе, методом численного интегрирования, было реализовано систему дифференциальных уравнений для решения задачи расчета энерго-баллистической траектории полета корректированного реактивного снаряда в виде программного обеспечения, исследовано влияние поддержки угла наклона траектории с помощью импульсных двигателей сразу после выхода из транспортно-пускового контейнера на дальность полета изделия, которое совершает вращение вокруг своей продольной оси.

Для исследования было спроектировано два твердотопливные корректированные реактивные снаряды, которые являются аналогичными по конструкции и отличаются только наличием блока импульсных двигателей.

В статье приведены упрощения, которые принимаются для данного расчета, систему дифференциальных уравнений, аэродинамические и массово - габаритные характеристики обоих изделий, траектории полета изделий в главном окне реализованной программы, дополнительные траекторные характеристики в виде графиков и сравнения дальности полета обоих изделий при различных углах пуска

Вступ

Використання сучасної цифрової розрахункової техніки дозволяє провести розрахунки великого обсягу інформації швидко із необхідною точністю. Тому у сучасній практиці балістичних розрахунків активно використовується чисельне моделювання руху літального апарата (ЛА), яке відображує реальний політ із певними допущеннями [1], [2], [3].

Математичні залежності, які описують рух літального апарата, представляють собою нелінійні системи диференціальних рівнянь. Як відомо, у загальному випадку не вдається знайти рішення таких рівнянь у простих функціях чи квадратурах. Тому для вирішення даної задачі було використано чисельне інтегрування диференціальних рівнянь методом Рунге – Кутти.

Перевагою реалізації даного методу на мові C# є широкі можливості змінювати початкові умови, параметри літального апарата, умови польоту, відображення наглядних результатів розрахунків, швидкість розрахунків, що дуже важливо для вирішення задач проектування.

Постановка задачі

Метою роботи є вирішення системи диференціальних рівнянь методом чисельного інтегрування для розрахунку енерго-балістичної траєкторії польоту корегованого реактивного снаряда, а також дослідження впливу підтримки кута нахилу траєкторії за допомогою імпульсних двигунів відразу після виходу із транспортно-пускового контейнеру на дальність польоту виробу, який здійснює обертання навколо своєї поздовжньої осі.

Об'єкт дослідження

Для дослідження було спроектовано два твердопаливні кореговані реактивні снаряди, які є аналогічними за конструкцією та відрізняються тільки наявністю блоку імпульсних двигунів (БІД). Основні масово-габаритні та аеродинамічні характеристики виробу без БІД наведені на рис. 1 та в табл. 1.



Рис. 1. Основні геометричні параметри виробу без БІД

Таблиця 1.

Основні параметри виробу без БІД

Маса виробу, кг	700
Площа міделя, м ²	0,08548
Маса палива, кг	270
Площа одного стабілізатора, м ²	0,05
Площа одного руля, м ²	0,0096
Кут установки стабілізатора, град	2
Початковий момент інерції $\rho(h) I_{xx}$, кг·м ²	8,372
Кінцевий момент інерції I_{xx} , кг·м ²	5,86
Маса теплозахисного покриття, яке вигоряє, кг	4

Для визначення необхідних аеродинамічних характеристик виробу використовувалась програма Ansys 16.2.

Спочатку у програмі *Ansys Meshing* середовища *Workbench* була побудована сітка із примежовим шаром загалом на 2 млн. елементів, яка зображена на рис. 2.

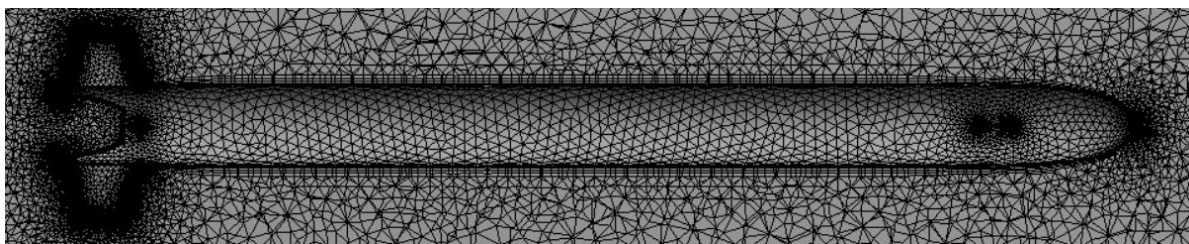


Рис. 2. Сітка для подальших розрахунків

Оскільки під час розрахунків балістичної траєкторії приймається, що ЛА здійснює політ під нульовим кутом атаки, а наш виріб є симетричним, тобто головна вісь інерції OI_x співпадає із поздовжньою віссю OX , то для такого розрахунку достатньо визначити наступні аеродинамічні характеристики:

$Cx0$ – опір виробу за нульового кута атаки;

$Cx0d$ – донний опір за нульового кута атаки;

m_x – коефіцієнт аеродинамічного моменту крену викликаний кутом установлення стабілізаторів;

m_x_{wx} – демпферний момент крену (табл. 2).

Таблиця 2.

Аеродинамічні коефіцієнти

M	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,7	2,4	3,4
$Cx0$	0,3245	0,3198	0,3505	0,6532	0,8013	0,7897	0,6767	0,6225
$Cx0d$	0,0465	0,0506	0,0605	0,1398	0,1403	0,1077	0,0701	0,0645
m_x	0,00804	0,00814	0,00844	0,00958	0,01039	0,00908	0,00638	0,00726
m_x_{wx}	-0,00046	-0,0003	-0,00024	-0,00022	-0,00022	-0,00018	-0,00011	-8,8E-05

Всі вищеперераховані аеродинамічні коефіцієнти визначались в програмі *Ansys Fluent* (рис. 3).

У програмі *Ansys Meshing* для виробу із БІД (рис. 4, табл. 3) побудовано неструктуровану сітку із примежовим шаром загалом на 3 млн. елементів (рис. 5). Розраховані аеродинамічні коефіцієнти наведені в табл. 4, картина спектрів обтікання – на рис. 6.

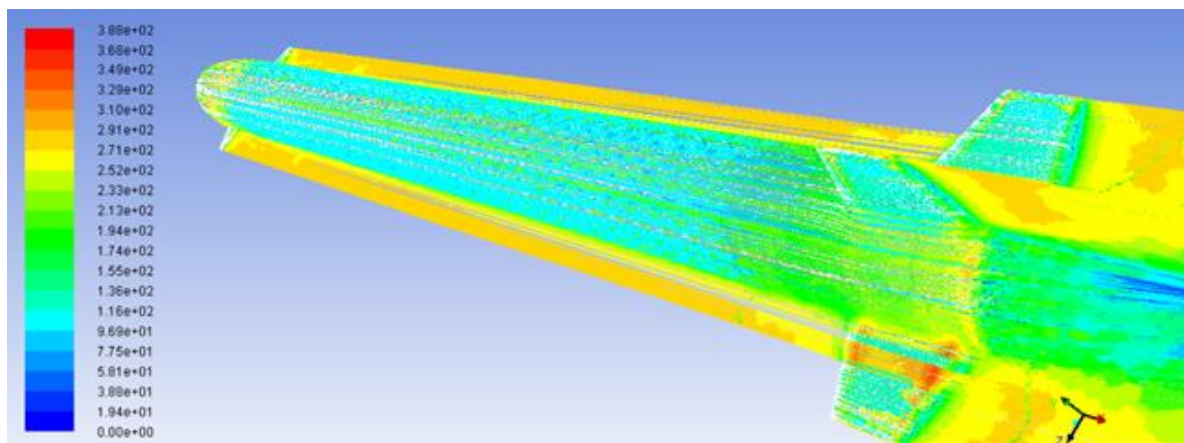


Рис. 3. Картина обтікання виробу без БІД за $M=0,8$ (на шкалі зліва показано швидкість потоку)

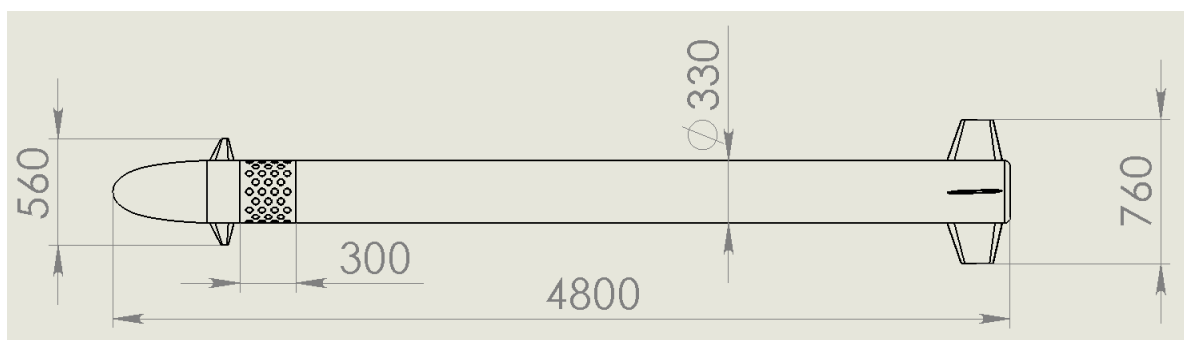


Рис. 4. Основні геометричні параметри виробу із БІД

Таблиця 3.

Основні параметри виробу із БІД

Маса виробу, кг	770
Площа міделя, м ²	0,08548
Маса палива, кг	2700
Площа одного стабілізатора, м ²	0,05
Площа одного руля, м ²	0,0096
Кут установки стабілізатора, град	2
Початковий момент інерції I_{xx} , кг · м ²	9,2
Кінцевий момент інерції I_{xx} , кг · м ²	6,44
Кількість імпульсних двигунів	70
Час роботи БІД, с	2
Маса палива імпульсних двигунів, кг	2
Маса теплозахисного покриття, яке вигоряє, кг	4

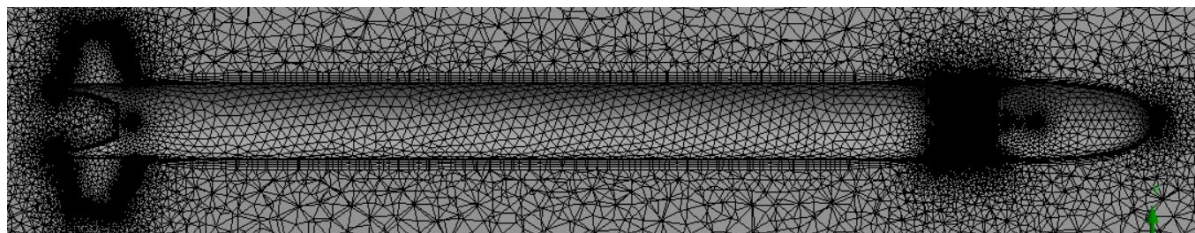


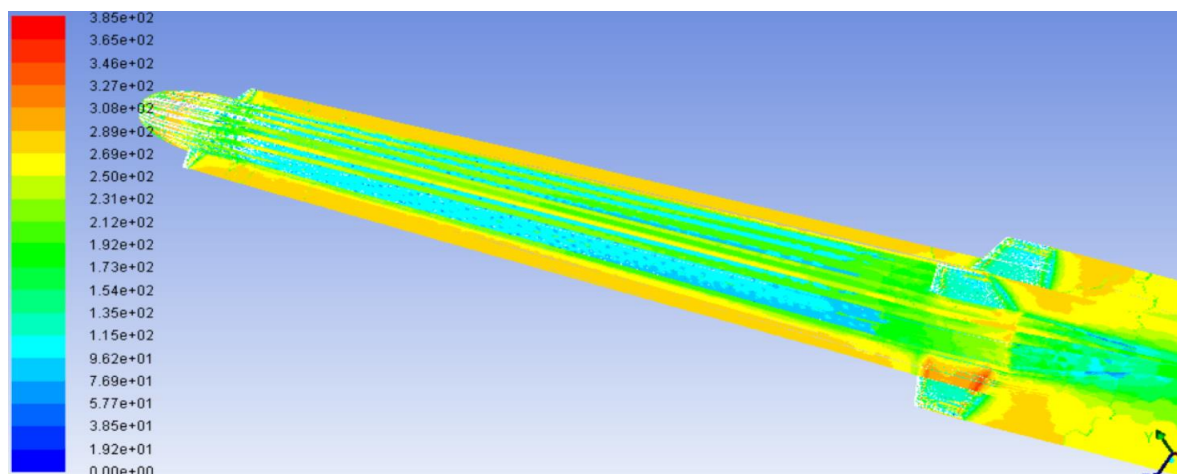
Рис. 5. Сітка для подальших розрахунків

Таблиця 4.

Аеродинамічні коефіцієнти виробу із БІД

M	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,7	2,4	3,4
C_{x0}	0,3141	0,3170	0,3426	0,6440	0,7910	0,7832	0,6734	0,6195
C_{x0d}	0,0479	0,05215	0,0624	0,1441	0,1446	0,1110	0,0723	0,0665
m_x	0,00854	0,00865	0,00897	0,01018	0,01103	0,00965	0,00678	0,00748
m_{x_wx}	-0,00047	-0,00031	-0,00024	-0,00023	-0,00023	-0,00018	-0,00012	-9E-05

Профіль тяги твердопаливних двигунів прийнято типовим для обох випадків (рис. 7).

Рис. 6. Картина обтікання виробу із БІД за $M=0,8$

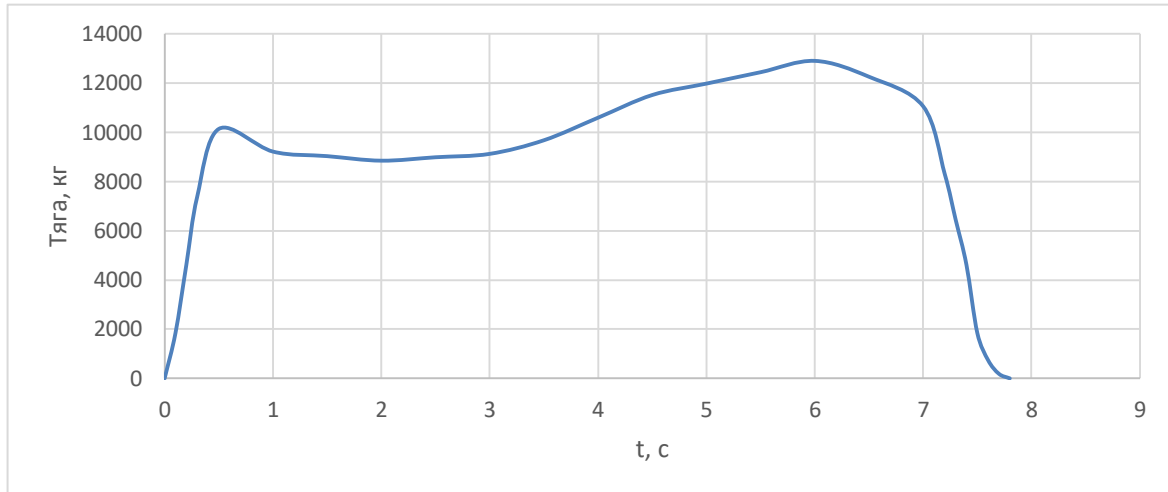


Рис. 7. Профіль тяги твердопаливного двигуна

Метод дослідження

Дослідження проводилось в розробленому автором програмному забезпеченні «*Balistic*», яке виконує чисельне інтегрування диференціальних рівнянь із припущеннями, які наведені нижче:

- як правило, політ літального апарата по балістичній траєкторії здійснюється під нульовим кутом атаки, тому аеродинамічні сили проявляють себе тільки у вигляді аеродинамічної сили опору, якщо ракета під час польоту обертається навколо своєї поздовжньої осі, то ще враховується аеродинамічний момент крену, інші аеродинамічні сили, які діють на ЛА є незначними, тому ними у даній задачі можемо знехтувати.
- вектор тяги двигуна співпадає із поздовжньою віссю ЛА;
- тяга двигуна відповідає отриманому профілю тяги і не змінюється у залежності від зміни тиску навколишнього середовища із набором висоти;
- Земля сферична;
- не враховується обертання Землі.

Оскільки вхідні дані коефіцієнтів лобового опору $C_x \theta(M)$, тяги двигуна від часу $P(t)$, густини повітря від висоти $\rho(h)$, температури від висоти $T(h)$, атмосферного тиску від висоти $P_{\text{атм}}(h)$ отримуються у вигляді табличних даних, то необхідно використовувати інтерполяцію для отримання необхідних значень у кожен момент часу.

Провівши порівняння, було вирішено застосовувати лінійну інтерполяцію, оскільки використовуючи інші її види, проміжкові значення функції, які отримуємо завдяки цим методам можуть бути не правдивими, тобто у разі складних графіках-функції отримуємо завищені або занижені екстремуми.

Лінійна інтерполяція вхідних даних розраховується за формулою:

$$Y = \frac{(X - X_0)}{(Y_1 - Y)} / (X_1 - X_0) + Y_0 \quad (1)$$

Зміна швидкості звуку у залежності від висоти визначається за формулою:

$$A = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, [\text{м/с}] \quad (2)$$

де T – температура в залежності від висоти,

$R = 8,31447$ – універсальна газова стала, $\gamma = 1,4$ – показник адіабати,

$\mu = 0,028944$ – молярна маса.

У даному методі розрахунку сприймається, що під час вильоту ракети із транспортно-пускового контейнера та під час роботи імпульсних двигунів (якщо такі присутні) кут нахилу траєкторії $\theta = \theta_0$, де θ_0 – початковий кут пуску ракети. У іншому випадку у проекції на швидкісну систему координат θ обчислюється за формулою:

$$mv \frac{d\theta}{dt} = -mg \cos \theta + \frac{mV^2 \cos \theta}{(R_3 + H)}, \quad (3)$$

де g – прискорення вільного падіння, $R_3 = 6375558$ м – радіус Землі,

H , м – висота ракети над рівнем моря,

компонент $V^2 \cos \theta / (R_3 + H)$ відповідає за врахування кривизни земної поверхні.

Витрата палива:

$$m(t) = m_0 - \int_{t_0}^{t_k} G_c dt, \quad (4)$$

де m_0 – початкова маса виробу; G_c – секундна витрата палива;

t_0, t_k – час початку та кінця роботи двигуна, відповідно.

Після того, як ракета вийшла із транспортно-пускового контейнера, сила лобового опору розраховується за формулою:

$$X = C_x \rho(h) V^2 S_{\text{хар}} / 2, [H] \quad (5)$$

де $S_{\text{хар}}$, м² – характерна площа ракети (площа міделя),

$\rho(h)$ – залежність густини повітря від висоти та температури навколишнього середовища і визначається за формулою:

$$\rho = \frac{P_{\text{атм}}(h) \mu}{RT}, [\text{кг/м}^3], \quad (6)$$

де $P_{\text{атм}}(h)$, Па – залежність тиску навколишнього середовища від висоти, ГОСТ 4401-81.

У проекції на швидкісну систему координат прискорення літального апарата має наступний вигляд:

$$a = \frac{P - X - G \sin \theta}{m}, \quad \left[\text{м/с}^2 \right]. \quad (7)$$

Після всіх вищеперерахованих розрахунків, у проекції на площину $OY_g Z_g$ нормальної системи координат, висота польоту ЛА обчислюється за формулою:

$$\frac{dH}{dt} = V \sin \theta. \quad (8)$$

У проекції на площину $OY_g Z_g$ нормальної системи координат, дальність польоту ЛА обчислюється за формулою:

$$\frac{dL}{dt} = V \sin \theta \frac{R_3}{R_3 + H}. \quad (9)$$

Розрахунок кутового прискорення ракети навколо своєї поздовжньої осі розраховується за формулою:

$$\frac{dW_x}{dt} = \frac{M_x}{I_{xx}}, \quad (10)$$

де M_x – аеродинамічний момент крену.

$$M_x = mx \frac{\rho(h) V^2 S_{\text{хар}} L_{\text{хар}}}{2}, \quad [\text{Н}], \quad (11)$$

де mx – коефіцієнт моменту крену, $L_{\text{хар}}$ – характерна довжина виробу.

Результати розрахунку

За результатами розрахунків було отримано 7 графіків, які характеризують траєкторії польоту літальних апаратів, основні із яких наведені на рис. 8 та рис. 9., дані корегованих зенітних снарядів розраховувались під початковими кутами пуску у 35, 40, 45 та 52 градуси у разі наявних параметрів стандартної атмосфери.

Для наглядного порівняння результатів розрахунку на рис. 10 наведено траєкторні характеристики обох виробів, червоною лінією зображено виріб із БД, синьою – без нього.

Із рис. 11 видно, що уже на 5 секунді польоту, різниця між кутами нахилу траєкторії становить 12 градусів і надалі залишається майже постійною; у разі зменшенні кута пуску ця різниця тільки зростає.

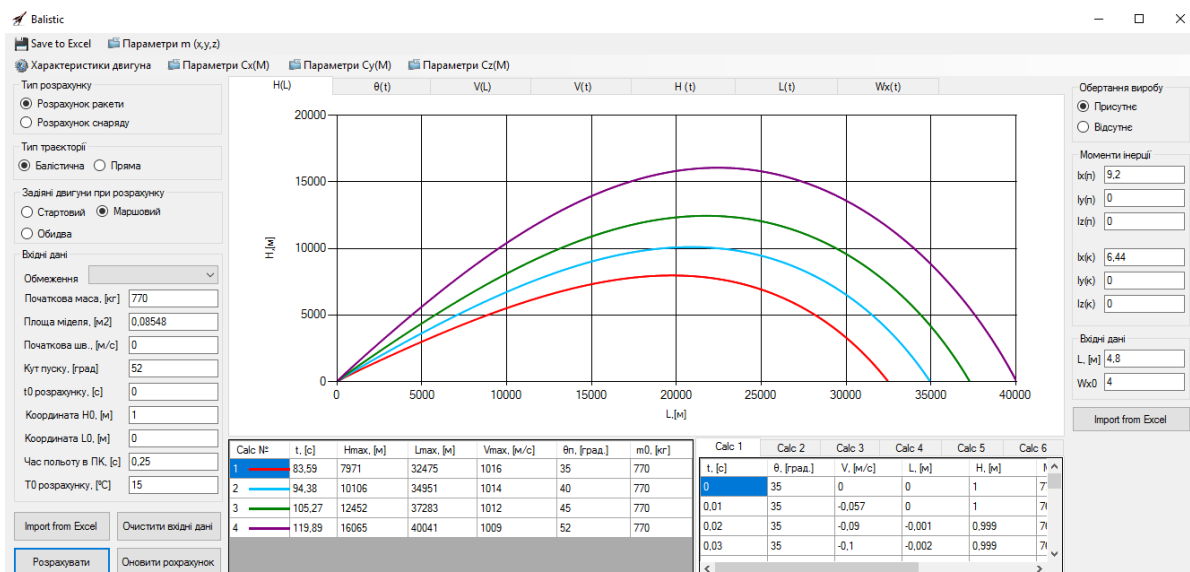


Рис. 8. Головне меню програми із графіком траєкторії польоту виробу із БІД

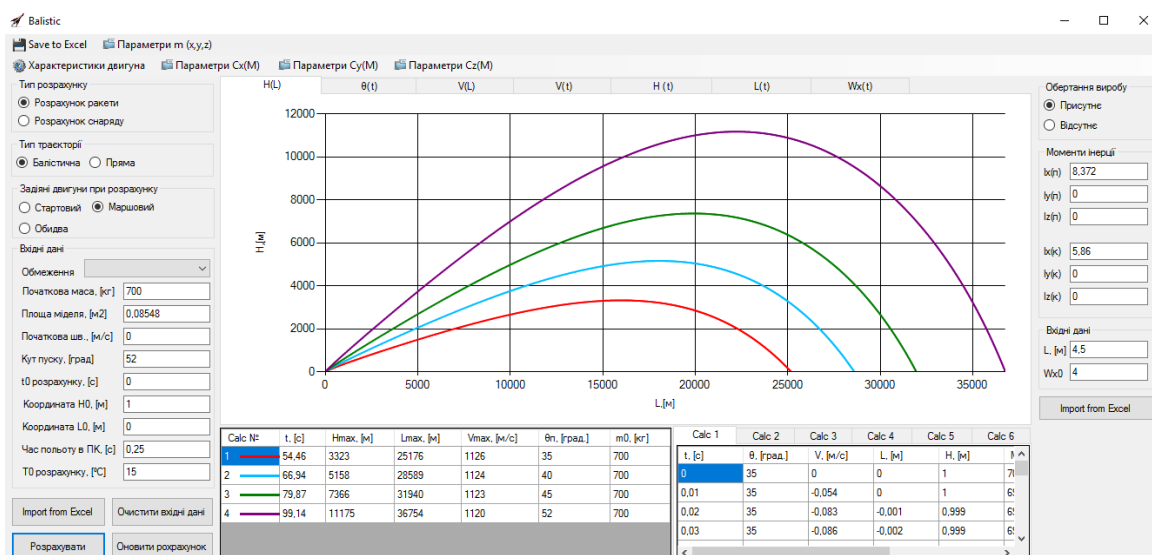


Рис. 9. Головне меню програми з графіком траєкторії польоту виробу без БІД

Можна зазначити, що максимальна швидкість польоту для виробу без БІД навіть вища (рис. 12), очевидно, за рахунок меншої на 70 кг маси, але неоптимальний кут нахилу траєкторії призводить до значного програшу у дальності польоту (див. рис. 10).

Аналогічно до графіку швидкості від часу, і максимальна частота обертання ЛА без БІД вища, але після пікового значення частоти вирівнюються (рис. 13).

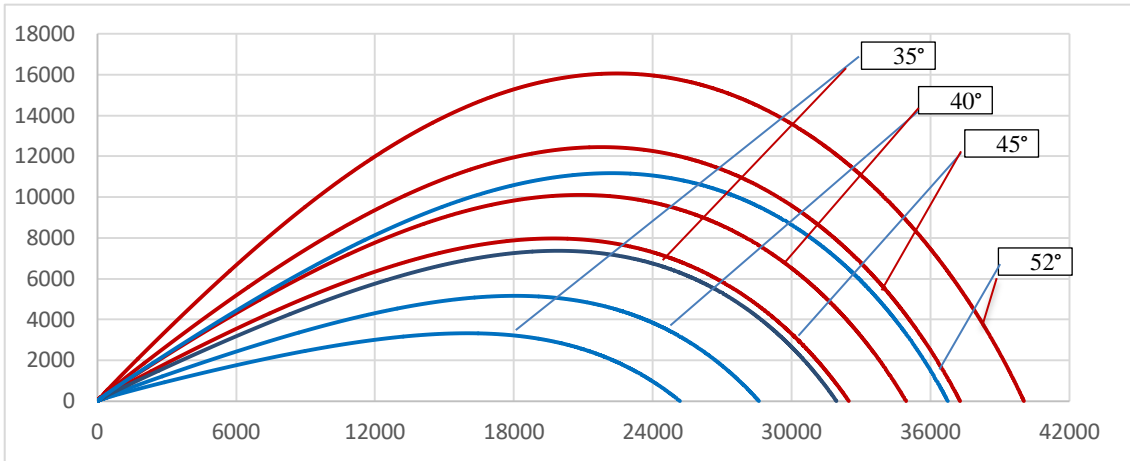
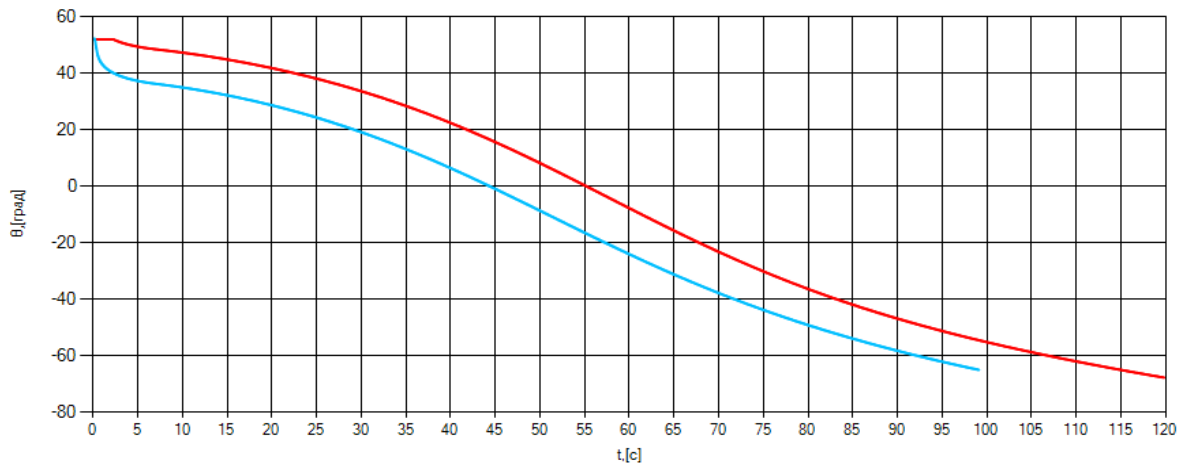
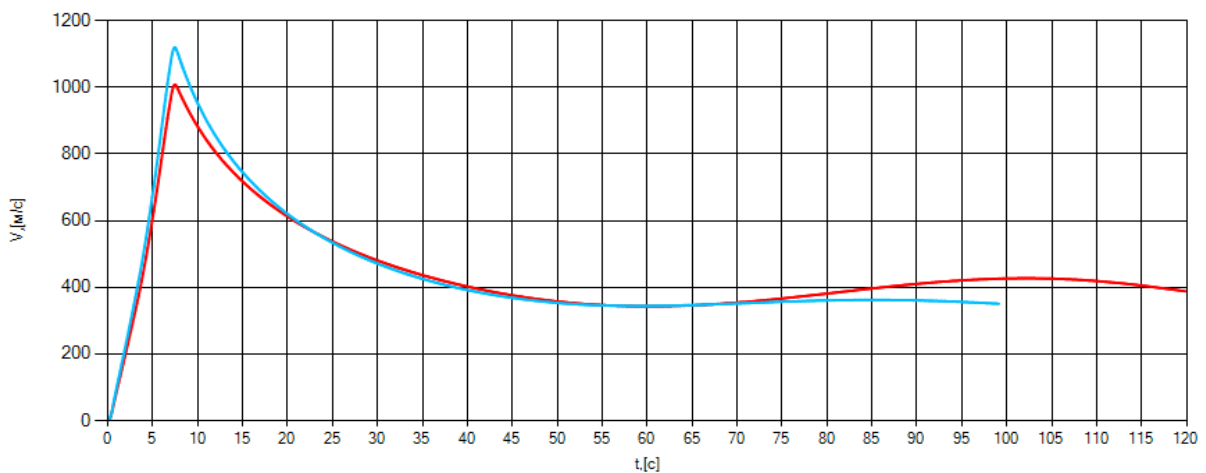


Рис. 10. Графік дальності польоту виробів за різних кутах пуску

Рис. 11. Графік залежності кута нахилу траєкторії від часу за кута пуску 52° Рис. 12. Графік залежності швидкості польоту ЛА від часу за кута пуску 52°

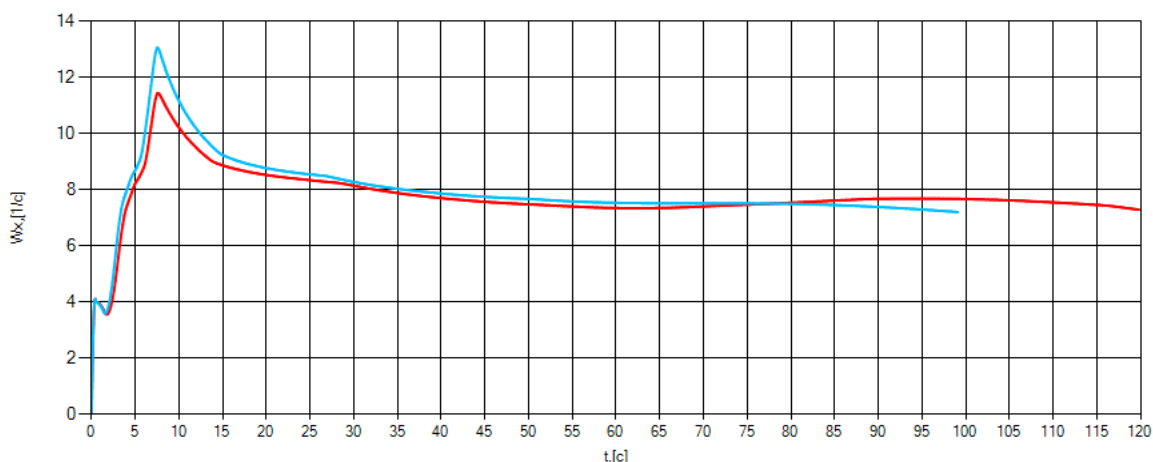


Рис. 13. Графік залежності частоти обертання ЛА від часу за кута пуску 52°

Висновки

Доведена доцільність застосування блоку імпульсних двигунів підтримки заданого кута нахилу траєкторії для збільшення дальності польоту літального апарата за енерго-балістичною траєкторією.

Показано, що при польоті на дистанцію у 25–40 км для різних початкових кутів нахилу траєкторії можливий суттєвий приріст дальності польоту літака, оснащеного блоком імпульсних двигунів. Це зумовлене тим, що у літака без імпульсних двигунів вже на п'ятій секунді польоту кут нахилу траєкторії зменшується приблизно на 12° . Підтримання кута нахилу за допомогою імпульсних двигунів у перші секунди польоту, коли швидкість виробу є незначною, дає можливість отримати суттєвий приріст у дальності польоту.

Список використаної літератури

1. Лебедев А. А. Динамика полёта беспилотных летательных аппаратов [Текст] / А. А. Лебедев, Л. С. Чернобровкин. – М.: Машиностроение, 1962. – 550 с.
2. Гуков В. В. Основы теории полета летательных аппаратов [Текст] / В. В. Гуков. – М.: МАИ, 1978. – 70 с.
3. Федосьев В. И. Введение в ракетную технику [Текст] / В. И. Федосьев, Г. Б. Синярев. – М.: Оборонгиз, 1961. – 506 с.